

## 厦门市 2023 届高中毕业班第一次质量检测模拟考 数学试卷

满分 150 分 考试时间 120 分钟

考生注意：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将答题卡交回。

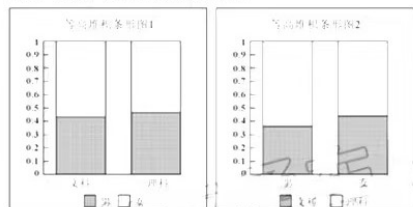
一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合  $A = \{x | \log_2 x \geq 1\}$ ,  $B = \{x | x^2 - x - 6 < 0\}$ , 则  $(\complement_R A) \cap B$  等于  
 A.  $\{x | -2 < x < 1\}$     B.  $\{x | -2 < x < 2\}$     C.  $\{x | 2 \leq x < 3\}$     D.  $\{x | x < 2\}$

2. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} \log_2 x, & x > 0 \\ 3^x, & x \leq 0 \end{cases}$ , 则  $f[f(4)]$  的值为

- A.  $-\frac{1}{9}$     B.  $-9$     C.  $\frac{1}{9}$     D.  $9$

3. 现行普通高中学生在高一升高二时面临着选文理科的问题，学校抽取了部分男、女学生意愿的一份样本，制作出如下两个等高堆积条形图：

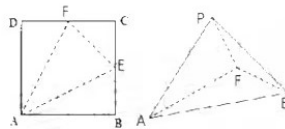


根据这两幅图中的信息，下列哪个统计结论是不正确的

- A. 样本中的女生数量多于男生数量    B. 样本中有理科意愿的学生数量多于有文科意愿的学生数量  
 C. 样本中的男生偏爱理科    D. 样本中的女生偏爱文科

4. 如图， $ABCD$  是边长为  $2\sqrt{3}$  的正方形，点  $E, F$  分别为边  $BC, CD$  的中点，将  $\triangle ABE, \triangle ECF, \triangle FDA$  分别沿  $AE, EF, FA$  折起，使  $B, C, D$  三点重合于点  $P$ ，若四面体  $PAEF$  的四个顶点在同一个球面上，则该球的表面积是

- A.  $6\pi$     B.  $12\pi$     C.  $18\pi$     D.  $9\sqrt{2}\pi$



5. 已知  $f(x) = \frac{2^x}{2^x + 1} + ax + \cos 2x$ . 若  $f(\frac{\pi}{3}) = 2$ . 则  $f(-\frac{\pi}{3})$  等于

- A.  $-2$     B.  $-1$     C.  $0$     D.  $1$

6. 数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = \frac{\sqrt{2}}{8}$ ,  $a_2 = \frac{\sqrt{33}}{33}$ ,  $(a_n > 0)$ ,  $\frac{a_n^2 - a_{n-1}^2}{a_{n-1}^2} = \frac{a_{n+1}^2 - a_n^2}{a_n^2} (n \geq 2)$ , 则  $a_{2017} =$

- A.  $\frac{\sqrt{2}}{64}$     B.  $\frac{\sqrt{3}}{64}$     C.  $\frac{1}{32}$     D.  $\frac{33}{32}$

7. 过抛物线  $y^2 = 4x$  的焦点  $F$  的直线交抛物线于  $A, B$  两点，分别过  $A, B$  两点作准线的垂线，垂足分别为  $A_1, B_1$  两点，以线段  $A_1 B_1$  为直径的圆  $C$  过点  $(-2, 3)$ ，则圆  $C$  的方程为

- A.  $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 2$     B.  $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 5$   
 C.  $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 17$     D.  $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 26$

8. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}x+1, & (x \leq 1) \\ \ln x, & (x > 1) \end{cases}$ , 则方程  $f(x) = ax$  恰有两个不同的实根时, 实数  $a$  的取值范围是

- A.  $(0, \frac{1}{e})$       B.  $[\frac{1}{4}, \frac{1}{e})$       C.  $(0, \frac{1}{4})$       D.  $[\frac{1}{4}, e)$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 设  $z_1, z_2$  为复数, 且  $z_1 \neq z_2$ , 下列命题中正确的是

- A. 若  $|z_1| = |z_2|$ , 则  $z_1 = \bar{z}_2$       B. 若  $\frac{z_1}{z_2} = i$ , 则  $z_1$  的实部与  $z_2$  的虚部互为相反数  
C. 若  $z_1 + z_2$  为纯虚数, 则  $z_1 - z_2$  为实数      D. 若  $z_1 z_2 \in R$ , 则  $z_1, z_2$  在复平面内对应的点不可能在同一象限

10. 四张外观相同的奖券让甲, 乙, 丙, 丁四人各随机抽取一张, 其中只有一张奖券可以中奖, 则

- A. 四人中奖概率与抽取顺序无关      B. 在甲未中奖的条件下, 乙或丙中奖的概率为  $\frac{2}{3}$   
C. 事件甲或乙中奖与事件丙或丁中奖互斥      D. 事件甲中奖与事件乙中奖互相独立

11. 已知函数  $f(x) = 2\sin x \cos x - 2\sqrt{3}\cos^2 x + \sqrt{3}$ , 则下列结论中正确的是

- A.  $f(x)$  的对称中心的坐标是  $(\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{6}, 0) (k \in Z)$   
B.  $f(x)$  的图象是由  $y = 2\sin 2x$  的图象向右移  $\frac{\pi}{6}$  个单位得到的  
C.  $f(x)$  在  $[-\frac{\pi}{3}, 0]$  上单调递减      D. 函数  $g(x) = f(x) + \sqrt{3}$  在  $[0, 10]$  内共有 7 个零点

12. 在正四面体  $D-ABC$  (所有棱长均相等的三棱锥) 中, 点  $E$  在棱  $AB$  上, 满足  $AE = 2EB$ , 点  $F$  为线段  $AC$  上的动点. 设直线  $DE$  与平面  $DBF$  所成的角为  $\alpha$ , 则下列结论中正确的是

- A. 存在某个位置, 使得  $DE \perp BF$       B. 不存在某个位置, 使得  $\angle FDB = \frac{\pi}{4}$   
C. 存在某个位置, 使得平面  $DEF \perp$  平面  $DAC$       D. 存在某个位置, 使得  $\alpha = \frac{\pi}{6}$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 据统计, 夏季期间某旅游景点每天的游客人数服从正态分布  $N(1000, 100^2)$ , 则在此期间的某一天, 该旅游景点的人数不超过 1300 的概率为         .

附: 若  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 则:  $P(\mu - \sigma < X \leq \mu + \sigma) = 0.6826$ ,

$P(\mu - 2\sigma < X \leq \mu + 2\sigma) = 0.9544$ ,  $P(\mu - 3\sigma < X \leq \mu + 3\sigma) = 0.9974$ .

14. 若  $(1+x)(1-2x)^7 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_8x^8$ , 则  $a_1 + a_2 + \dots + a_7$  等于         .

15. 已知抛物线  $y^2 = 4x$  的焦点为  $F$ ,  $A, B$  为抛物线上两点, 若  $\overline{AF} = 3\overline{FB}$ ,  $O$  为坐标原点, 则  $\triangle AOB$  的面积为         .

16. 已知数列  $\{a_n\}$  与  $\{b_n\}$  满足  $a_{n+1} + 2b_n = 2b_{n+1} + a_n (n \in \mathbf{N}^+)$ , 若  $a_1 = 9, b_n = 3^n (n \in \mathbf{N}^+)$  且  $\lambda a_n > 3^n + 36(n-3) + 3\lambda$  对一切  $n \in \mathbf{N}^+$  恒成立, 则实数  $\lambda$  的取值范围是         .

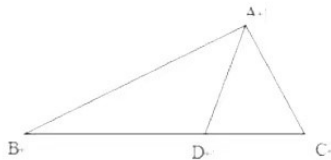
四、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分) 如图, 在  $\triangle ABC$  中, 点  $D$  在边  $BC$  上,  $\angle CAD = \frac{\pi}{4}, AC = \frac{7}{2}$ ,

$$\cos \angle ADB = -\frac{\sqrt{2}}{10}.$$

(I) 求  $\sin \angle C$  的值;

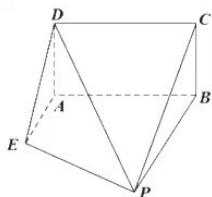
(II) 若  $\triangle ABD$  的面积为 7, 求  $AB$  的长.



18. (本小题满分 12 分) 如图, 已知矩形  $ABCD$  所在平面垂直于直角梯形  $ABPE$  所在平面, 平面  $ABCD \perp$  平面  $ABPE = AB$ , 且  $AB = BP = 2, AD = AE = 1, AE \perp AB$ , 且  $AE \parallel BP$ .

(I) 设点  $M$  为棱  $PD$  中点, 求证:  $EM \parallel$  平面  $ABCD$ ;

(II) 线段  $PD$  上是否存在一点  $N$ , 使得直线  $BN$  与平面  $PCD$  所成角的正弦值等于  $\frac{2}{5}$ ? 若存在, 试确定点  $N$  的位置; 若不存在, 请说明理由.



19. (本小题满分 12 分) 已知数列  $\{a_n\}$  是公比大于 1 的等比数列,  $S_n$  为数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和,  $S_3 = 7$ , 且  $a_1 + 3, 3a_2, a_3 + 4$  成等差数列. 数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和为  $T_n$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}^+$  满足  $\frac{T_{n+1}}{n+1} - \frac{T_n}{n} = \frac{1}{2}$ , 且  $b_1 = 1$ .

(I) 求数列  $\{a_n\}$  和  $\{b_n\}$  的通项公式;

(II) 令  $c_n = \begin{cases} 2, & n \text{ 为奇数} \\ b_n \cdot b_{n+2}, & n \text{ 为偶数} \end{cases}$ , 记数列  $\{c_n\}$  的前  $2n$  项和为  $Q_{2n}$ , 求  $Q_{2n}$ .

20. (本小题满分 12 分) 近年来我国电子商务行业迎来发展的新机遇. 2015 年双 11 期间, 某购物平台的销售业绩高达 918 亿人民币. 与此同时, 相关管理部门推出了针对电商的商品和服务的评价体系. 现从评价系统中选出 200 次成功交易, 并对其评价进行统计, 对商品的好评率为 0.6, 对服务的好评率为 0.75, 其中对商品和服务都做出好评的交易为 80 次.

(I) 能否在犯错误的概率不超过 0.001 的前提下, 认为商品好评与服务好评有关?

(II) 若将频率视为概率, 某人在该购物平台上进行的 5 次购物中, 设对商品和服务全好评的次数为随机变量  $X$ :

①求对商品和服务全好评的次数  $X$  的分布列 (概率用组合数算式表示);

②求  $X$  的数学期望和方差.

$P(K^2 \geq k)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
$k$	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

$$(K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}, \text{ 其中 } n = a+b+c+d)$$

21. (本小题满分 12 分) 已知椭圆  $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 离心率为  $\frac{1}{2}$ , 过点  $F_1$

的直线  $l_1$  交椭圆  $E$  于  $A, B$  两点, 过点  $F_2$  的直线  $l_2$  交椭圆  $E$  于  $C, D$  两点, 且  $AB \perp CD$ , 当  $CD \perp x$  轴时,  $|CD| = 3$ .

(I) 求  $E$  的标准方程;

(II) 求四边形  $ACBD$  面积的最小值.

22. (本小题满分 12 分) 已知函数  $f(x) = e^x \ln x - 1$ ,  $g(x) = \frac{x}{e^x}$ .

(I) 若  $g(x) = a$  在  $(0, 2)$  上有两个不等实根, 求  $a$  的范围;

(II) 证明:  $f(x) + \frac{2}{eg(x)} > 0$ .

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线