

成都七中高 2023 届高三热身试题

数 学 (理科)

2023.6

本试卷分选择题和非选择题两部分. 第 I 卷(选择题), 第 II 卷 (非选择题), 满分 150 分, 考试时间 120 分钟.

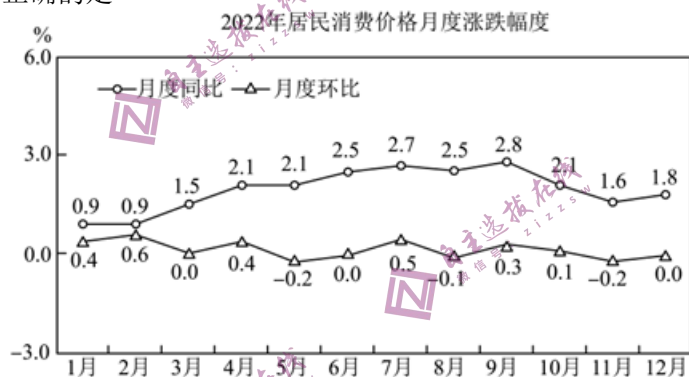
注意事项:

1. 答题前, 务必将自己的姓名、考籍号填写在答题卡规定的位置上.
2. 答选择题时, 必须使用 2B 铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑, 如需改动, 用橡皮擦擦干净后, 再选涂其它答案标号.
3. 答非选择题时, 必须使用 0.5 毫米黑色签字笔, 将答案书写在答题卡规定位置上.
4. 所有题目必须在答题卡上作答, 在试题卷上答题无效.
5. 考试结束后, 只将答题卡交回.

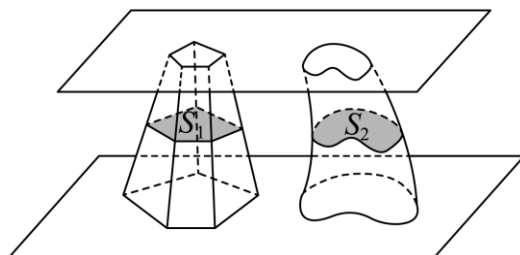
第 I 卷 (选择题, 共 60 分)

一、选择题: 本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 设集合 $A = \{x \in \mathbb{N} | -1 \leq x \leq 2\}$, $B = \{-2, -1, 0, 1\}$, 则 $A \cap B =$
A. $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ B. $\{-1, 0, 1\}$ C. $\{0, 1\}$ D. $\{1\}$
2. 在统计学中, 月度同比是指本月和上一年同月相比较的增长率, 月度环比是指本月和上一个月相比较的增长率, 如图是我国 2022 年 1 月至 2022 年 12 月居民消费价格月度涨跌幅度统计图, 则以下说法正确的是



- A. 在这 12 个月中, 我国居民消费价格月度同比数据的众数为 0.9%
 - B. 在这 12 个月中, 我国居民消费价格月度环比数据的众数为 0.4%
 - C. 在这 12 个月中, 我国居民消费价格最低是 5 月
 - D. 在这 12 个月中, 我国居民消费价格最高是 10 月
3. 实数 a, b 满足 $a \geq b$, 则下列不等式成立的是
A. $\frac{a}{b} \geq 1$ B. $\tan a \geq \tan b$ C. $2^{a-b} \geq 1$ D. $\ln(a-b) \geq 0$
 4. 南北朝时期杰出的数学家、天文学家祖冲之之子祖暅在求球的体积时, 创造性地提出了一个原理: “幂势既同, 则积不容异”, 即夹在两个平行平面之间的两个几何体, 被平行于这两个平面的任意平面所截, 如果截得的两个截面的面积 S_1 、 S_2 总相等, 则这两个几何体的体积 V_1 、 V_2 相等. 根据“祖暅原理”, 则 “ $V_1 = V_2$ ” 是 “ $S_1 = S_2$ ” 的



- A.必要不充分条件
B.充分不必要条件
C.充要条件
D.既不充分也不必要条件

5. 已知向量 $\vec{a} = (2, 5)$, $\vec{b} = (\cos \alpha, \sin 2\alpha)$, 且 $\vec{a} \parallel \vec{b}$. 则 $\sin \alpha$ 的值为

- A. $\frac{5}{4}$
B. 0
C. ± 1
D. 不存在

6. 设 $\{a_n\}$ 是等比数列, 且 $a_1 - a_2 = 1$, $a_3 - a_2 = 2$, 则 $a_4 - a_5 =$

- A. 8
B. -8
C. 4
D. -4

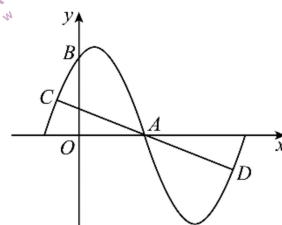
7. 已知两个平面 α, β , 及两条直线 l, m . 则下列命题错误的是

- A. 若 $\alpha \perp \beta$, $l \subset \beta$, $\alpha \cap \beta = m$, $l \perp m$, 则 $l \perp \alpha$
B. 若 $l \perp \beta$, $\alpha \parallel \beta$, $m \subset \alpha$, 则 $l \perp m$
C. 若 $l \subset \alpha$, $m \subset \alpha$, $m \parallel \beta$, $l \parallel \beta$, 则 $\alpha \parallel \beta$
D. 若 l, m 是异面直线, $l \subset \alpha$, $l \parallel \beta$, $m \subset \beta$, $m \parallel \alpha$, 则 $\alpha \parallel \beta$

8. 如图, 已知函数 $f(x) = \sin(\pi x + \frac{\pi}{3})$, 其在一个周期内的图象分别与 x 轴、 y 轴交于点 A 、点 B , 并与过点 A 的直线相交于另外两点 C 、 D . 设 O 为坐标原点,

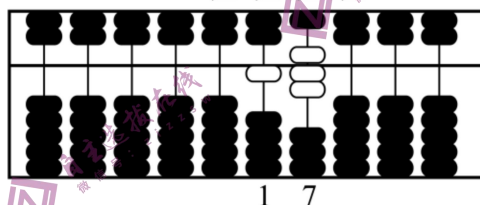
则 $(\vec{BC} + \vec{BD}) \cdot \vec{OA} =$

- A. $\frac{1}{18}$
B. $\frac{2}{9}$
C. $\frac{4}{9}$
D. $\frac{8}{9}$



9. 算盘是中国传统的计算工具, 其形长方, 周为木框, 内贯直柱, 俗称“档”, 档中横以梁, 梁上两珠, 每珠作数五, 梁下五珠, 每珠作数一, 算珠梁上部分叫上珠, 梁下部分叫下珠, 例如, 在百位档拨一颗下珠, 十位档拨一颗上珠和两颗下珠, 则表示数字 170. 若在个、十、百、千位档中, 先随机选择一档拨一颗上珠, 再随机选择两个档位各拨一颗下珠, 则所拨数字大于 1000 的概率为

千 百 十 个
位 位 位 位



- A. $\frac{1}{2}$
B. $\frac{2}{3}$
C. $\frac{3}{4}$
D. $\frac{5}{8}$

10. 设 F_1 、 F_2 是椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$ 的左、右焦点, 点 P 是直线 $x = 2\sqrt{2}$ 上一点, 则 $\angle F_1PF_2$ 的最大值是

- A. $\frac{\pi}{6}$
B. $\frac{\pi}{4}$
C. $\frac{\pi}{3}$
D. $\frac{\pi}{2}$

11. 张三从 2023 年起, 每年 1 月 1 日到银行新存入 2 万元(一年定期), 若年利率为 2% 保持不变, 且每年到期存款均自动转为新的一年定期, 到 2033 年 1 月 1 日将之前所有存款及利息全部取回, 张三可取回的钱数(单位: 万元)约为

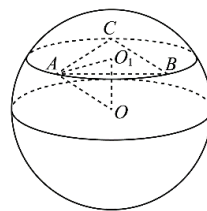
参考数据: $1.02^9 \approx 1.195$, $1.02^{10} \approx 1.219$, $1.02^{11} \approx 1.243$.

- A. 2.438
B. 19.9
C. 22.3
D. 24.3

12. 如图, 球 O 的半径为 $\sqrt{3}$, 球面上的三个点 A, B, C 的外接圆为圆 O_1 , 且 $BC = 2OO_1$, 则三棱锥 $O-O_1BC$ 的体积最大值是

A. $\frac{1}{3}$
C. $\frac{\sqrt{3}}{5}$

B. $\frac{3\sqrt{21}}{49}$
D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$



第Ⅱ卷 (非选择题,共 90 分)

二、填空题: 本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.把答案填在答题卡上.

13. 已知复数 z 满足 $|z| - z = 1 - 3i$, 则 $|z| =$ _____.

14. 已知变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} y \leq x \\ x + y \leq 1 \\ y \geq -1 \end{cases}$, 则 $|3x + 2y|$ 的最大值是 _____.

15. 某地铁换乘站设有编号为 m_1, m_2, m_3, m_4 的四个安全出口,若同时开放其中的两个安全出口,疏散 1000 名乘客所需时间如下表:

安全出口编号	m_1, m_2	m_2, m_3	m_3, m_4	m_1, m_3
疏散乘客用时(秒)	120	140	190	160

则疏散乘客最快的一个安全出口的编号为 _____.

16. 等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 $q (q \neq 1)$, 其前 n 项和为 S_n , 且 $a_1 = 1, a_1 + a_4 = a_2 + a_3$.

若 $\{S_n + \frac{t}{2}\}$ 仍为等比数列, 则 $t =$ _____.

三、解答题: 本大题共 6 小题,共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.(本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , $2\sin A \sin B - \cos(A - B) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

(1) 求角 C 的大小;

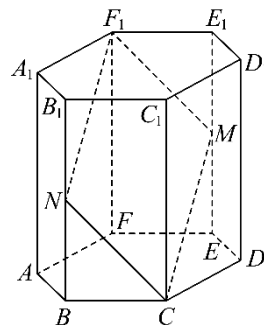
(2) 已知 $b = 4$, $\triangle ABC$ 的面积为 6, 求 $\sin B$ 的值.

18.(本小题满分 12 分)

如图, 在正六棱柱 $ABCDEF - A_1B_1C_1D_1E_1F_1$ 中, $AA_1 = 2AB = 4$, M, N 分别为 EE_1, BB_1 的中点.

(1) 证明: C, M, F_1, N 四点共面;

(2) 求平面 CMF_1N 与平面 ABB_1A_1 所成角的正弦值.



19.(本小题满分 12 分)

环保部门随机调查了某市 2022 年中 100 天中每天的空气质量等级和当天到江边绿道锻炼的人次, 整理数据得到下表(单位: 天):

空气质量等级 \ 锻炼人次	$[0, 200]$	$(200, 400]$	$(400, 600]$
1 (优)	6	10	25
2 (良)	9	10	12
3 (轻度污染)	7	8	7
4 (中度污染)	3	2	1

若某天的空气质量等级为 1 或 2,则称这天“空气质量好”;若某天的空气质量等级为 3 或 4,则称这天“空气质量不好”.

(1)估计该市 2022 年(365 天)“空气质量好”的天数(结果四舍五入保留整数);

(2)根据所给数据,完成下面的 2×2 列联表,并根据列联表,判断是否有 99% 的把握认为一天中到江边绿道锻炼的人次与该市当天的空气质量有关?

	人次 ≤ 400	人次 > 400
空气质量好		
空气质量不好		

附: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$.

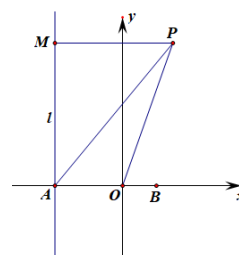
$P(K^2 \geq k_0)$	0.1	0.01	0.001
k_0	2.706	6.635	10.828

20.(本小题满分 12 分)

如图,在平面直角坐标系 xOy 中,直线 $l: x = -2$ 与 x 轴交于点 A , 过 l 右侧的点 P 作 $PM \perp l$, 垂足为 M . 且 $|PA| = |PM| + |OA|$.

(1)求点 P 的轨迹 C 的方程;

(2)过点 $B(1, 0)$ 的动直线 l' 交轨迹 C 于 S, T . 证明: 以线段 ST 为直径的圆过定点.



21.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = e^x - ax^2 + e^2x$ 有两个极值点 x_1, x_2 ($x_1 < x_2$).

(1)求实数 a 的取值范围;

(2)证明: $\sqrt{x_1 x_2} < \ln 2a$.

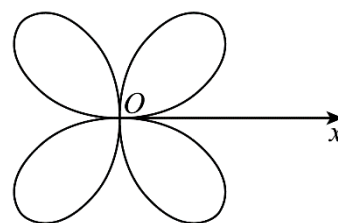
请考生在第 22, 23 题中任选择一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题记分. 作答时, 用 2B 铅笔在答题卡上将所选题目对应的标号涂黑.

22.(本小题满分 10 分)选修 4-4: 坐标系与参数方程

如图所示形如花瓣的曲线 G 称为四叶玫瑰线, 在极坐标系中, 其极坐标方程为 $\rho = 2\sin 2\theta$.

(1)若射线 $l: \theta = \frac{\pi}{6}$ 与 G 相交于异于极点 O 的点 P , 求 $|OP|$;

(2)若 A, B 为 G 上的两点, 且 $\angle AOB = \frac{\pi}{4}$, 求 $\triangle AOB$ 面积的最大值.



23.(本小题满分 10 分)选修 4-5: 不等式选讲

已知函数 $f(x) = |x+a| - \sqrt{x^2 - 2bx + b^2} + 2c$ ($a > 0, b > 0, c > 0$) 的最大值为 1.

(1)求 $a+b+2c$ 的值;

(2)求证: $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{c} \geq 3 + 2\sqrt{2}$.