

高三数学试卷(文科)

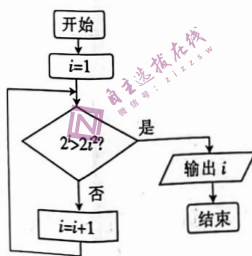
考生注意:

1. 本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,共150分。考试时间120分钟。
2. 请将各题答案填写在答题卡上。
3. 本试卷主要考试内容:高考全部内容。

第Ⅰ卷

一、选择题:本大题共12小题,每小题5分,共60分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A=\{x|-4\leq x<6\}$, $B=\{x|3\leq x<7\}$, 则 $A\cup B=$
A. $\{x|-4\leq x<7\}$ B. $\{x|3\leq x<6\}$ C. $\{x|3< x<6\}$ D. $\{x|-4\leq x\leq 7\}$
2. 在平行四边形 $ABCD$ 中, O 为对角线的交点, 则 $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{OC}=$
A. $\overrightarrow{OA}$ B. $\overrightarrow{OD}$ C. $\overrightarrow{OC}$ D. $\overrightarrow{OB}$
3. 抛物线 $y^2=-68x$ 的准线方程为
A. $x=-17$ B. $x=34$ C. $x=17$ D. $x=-34$
4. $1-7+7^2-7^3+\dots+(-7)^{2n}=$
A. $\frac{1-(-7)^{2n+1}}{8}$ B. $\frac{1-7^{2n-1}}{8}$ C. $\frac{1-(-7)^{2n-1}}{8}$ D. $\frac{1+7^{2n+2}}{8}$
5. 函数 $f(x)=\log_2 x-\log_4(x+20)$ 的零点为
A. 4 B. 4 或 5 C. 5 D. -4 或 5
6. 执行如图所示的程序框图, 则输出的 $i=$
A. 5 B. 6 C. 8 D. 7
7. 一个正四棱柱的每个顶点都在球 O 的球面上, 且该四棱柱的底面面积为3, 高为 $\sqrt{10}$, 则球 O 的体积为
A. 16π B. $\frac{32\pi}{3}$ C. 10π D. $\frac{28\pi}{3}$
8. 若 $\tan(\theta+\frac{\pi}{4})=-\frac{5}{3}$, 则 $\sqrt{\frac{1+2\sin 2\theta+3\cos^2\theta}{1-2\sin 2\theta+3\cos^2\theta}}=$
A. 3 B. $\frac{4}{3}$ C. 2 D. 4
9. 已知 $a=2^{0.3}$, $b=3^{0.2}$, $c=\log_{0.2} 0.3$, 则
A. $b>c>a$ B. $c>b>a$ C. $c>a>b$ D. $b>a>c$



10. 若从区间 $[-2,5]$ 内, 任意选取一个实数 a , 则曲线 $y=x^3+ax^2$ 在点 $(1, a+1)$ 处的切线的倾斜角大于 45° 的概率为

- A. $\frac{5}{7}$ B. $\frac{13}{14}$ C. $\frac{6}{7}$ D. $\frac{11}{14}$

11. 将函数 $y=2\sin(6x+\frac{\pi}{3})$ 的图象向左平移 $\varphi(0<\varphi<\frac{\pi}{2})$ 个单位长度后得到 $f(x)$ 的图象. 若

$f(x)$ 在 $(\pi, \frac{19\pi}{18})$ 上单调, 则 φ 的值不可能为

- A. $\frac{5\pi}{36}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{17\pi}{36}$

12. 已知 F_1, F_2 分别是双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1(a>0, b>0)$ 的左、右焦点, 直线 l 经过 F_1 且与 C 的

左支交于 P, Q 两点, P 在以 F_1F_2 为直径的圆上, $|PQ|:|PF_2|=3:4$, 则 C 的离心率是

- A. $\frac{2\sqrt{17}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{15}}{3}$ C. $\frac{2\sqrt{15}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{17}}{3}$

第Ⅱ卷

二、填空题:本大题共4小题,每小题5分,共20分。把答案填在答题卡的相应位置。

13. 复数 $(1+3i)(1+2i)$ 的实部为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
14. 若某圆柱的底面半径为 $\sqrt{2}$, 母线长为3, 则该圆柱的侧面积为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
15. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} |x|\leq 3, \\ |y|\leq 4, \end{cases}$ 则 $z=x-2y$ 的取值范围为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
16. “中国剩余定理”又称“孙子定理”, 最早可见于中国南北朝时期的数学著作《孙子算经》卷下第二十六题, 叫做“物不知数”, 原文如下: 今有物不知其数, 三三数之剩二, 五五数之剩三, 七七数之剩二, 问物几何? 现有这样一个相关的问题: 数列 $\{a_n\}$ 由被3除余1且被4除余2的正整数按照从小到大的顺序排列而成, 记数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 则 $\frac{S_n+96}{n}$ 的最小值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题:共70分。解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤。17~21题为必考题, 每个试题考生都必须作答。第22,23题为选考题, 考生根据要求作答。

(一)必考题:共60分。

17. (12分)

a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 内角 A, B, C 的对边. 已知 $c\sin A\sin C+a(1-\cos C)^2=a$.

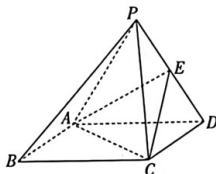
- (1)求 C ;
- (2)若 c 是 a, b 的等比中项, 且 $\triangle ABC$ 的周长为6, 求 $\triangle ABC$ 外接圆的半径.

18. (12分)

在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 平面 $PAD \perp$ 底面 $ABCD$, 底面 $ABCD$ 是菱形, E 是 PD 的中点, $PA=PD$, $AB=2$, $\angle ABC=60^\circ$.

(1) 证明: $PB \parallel$ 平面 EAC .

(2) 若四棱锥 $P-ABCD$ 的体积为 $\frac{4\sqrt{6}}{3}$, 求 $\cos \angle PCD$.



19. (12分)

某加工工厂加工产品 A , 根据市场调研收集到需加工量 X (单位: 千件) 与加工单价 Y (单位: 元/件) 的四组数据如下表所示:

X	6	8	10	12
Y	12	m	6	4

根据表中数据, 得到 Y 关于 X 的线性回归方程为 $\hat{Y} = \hat{b}X + 20.6$, 其中 $m - \hat{b} = 11.4$.

(1) 若某公司产品 A 需加工量为 1.1 万件, 估计该公司需要给该加工工厂多少加工费;

(2) 通过计算线性相关系数, 判断 Y 与 X 是否高度线性相关.

$$\text{参考公式: } r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}, \text{ 当 } |r| > 0.9 \text{ 时, 两个相关变量之间高度线性相关.}$$

20. (12分)

已知函数 $f(x) = x \ln x + a(x-1)$.

(1) 当 $a = -2$ 时, 求 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 证明: 当 $a < -1$ 时, $f(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 上存在唯一零点.

21. (12分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右顶点分别为 A, B , 左焦点为 F , $|AF| = 2 - \sqrt{3}$,

$|BF| = 2 + \sqrt{3}$.

(1) 求 C 的方程;

(2) 设直线 l 与 C 交于不同于 B 的 M, N 两点, 且 $BM \perp BN$, 求 $|BM| \cdot |BN|$ 的最大值.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生从第 22, 23 两题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一个题

目计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = t + \frac{1}{t} \\ y = t - \frac{1}{t} \end{cases}$ (t 为参数), 以坐标原点 O 为极点, x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程是 $\rho \cos \theta - 2\rho \sin \theta + 2 = 0$.

(1) 求曲线 C 的普通方程和直线 l 的直角坐标方程;

(2) 若直线 l 与曲线 C 交于 A, B 两点, 点 $P(0, 1)$, 求 $\frac{1}{|PA|} + \frac{1}{|PB|}$ 的值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

已知函数 $f(x) = |x+1| + |x-a|$.

(1) 当 $a = 2$ 时, 求不等式 $f(x) > 2x$ 的解集;

(2) 若不等式 $f(x) \leq 2$ 的解集包含 $[-1, a^2 + \frac{2}{9}]$, 求 a 的取值范围.