浙江省 A9 协作体 2022 学年第二学期期中联考

高二数学参考答案

1．C

解：因为$B=\{x|(x-1)(x-4)>0\}=\{x|x<1或x>4\}$，$A=\{x|a-2<x<a+3\}$，

又$A\cup B=R$，所以只需$\begin{cases}a-2<1\\a+3>4\end{cases}$解得$1<a<3$，故选 C.

2．D

解：∵存在量词命题的否定是全称量词命题，

∴ 命题"$\exists x\in R$，$x^2-x+1<0$"的否定是"$\forall x\in R$，$x^2-x+1\geqslant 0$"．故选 D.

3．B

解：对于选项A: $y=x^2+\ln 2$，则$y'=2x$，故错误；

对于选项 B: $y=\dfrac{\ln x}{x}$，$y'=\dfrac{\frac{1}{x}\cdot x-\ln x}{x^2}=\dfrac{1-\ln x}{x^2}$，故正确．，

对于选项C: $y=x^2e^x$，则$y'=2x\cdot e^x+x^2\cdot e^x=(x^2+2x)e^x$，故错误；

对于选项 D: $y=(2x+1)^2=4x^2+4x+1$．故错误；故选：B.

4．D

解：对于A，已知随机变量$X\sim B\left(4,\frac{1}{3}\right)$，则$E(X)=4\times\frac{1}{3}=\frac{4}{3}$，故 A 错误；

对于B，根据互斥事件和对立事件的定义，"A与B是互斥事件"并不能推出"A与B互为对立事件"，相反"A与B互为对立事件"必能推出"A与B是互斥事件"，故 B 错误；

对于C，根据方差的计算公式，$D(2X-3)=4D(X)$，故 C 错误；

对于D，根据正态分布的对称性，随机变量$X\sim N(4,\sigma^2)$，$P(X\le 6)=0.85$，

所以$P(X\le 2)=0.15$，所以$P(2<X\le 4)=0.35$，故 D 正确；故选：D.

5．A

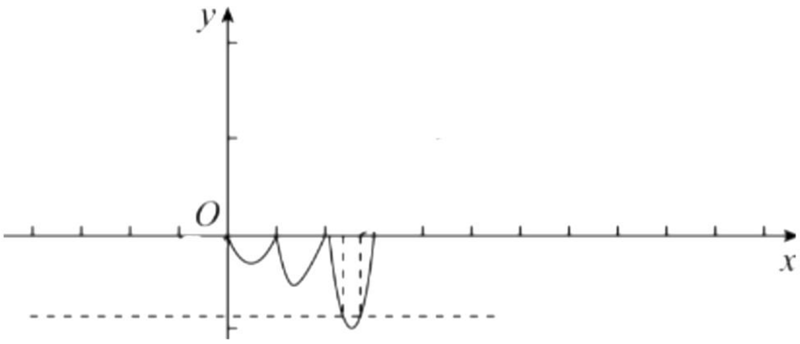
解：因为$f(x+2)=\frac{1}{2}f(x)$，所以$f(x)=\frac{1}{2}f(x-2)$，

当$x\in(0,2]$时，$f(x)=x(x-2)\in[-1,0]$，$\therefore x\in(2,4]$时，$x-2\in(0,2]$，

$f(x)=\frac{1}{2}f(x-2)=\frac{1}{2}(x-2)(x-4)\in[-\frac{1}{2},0]$，

$\therefore x\in(4,6]$时，$x-2\in(2,4]$，$f(x)=\frac{1}{2}f(x-2)=\frac{1}{4}(x-4)(x-6)\in[-\frac{1}{4},0]$，

作出函数图象，如图所示：



当$x \in (4,6]$时，由$\frac{1}{4}(x-4)(x-6)=-\frac{3}{16}$，解得$x=\frac{9}{2}$或$x=\frac{11}{2}$，

对任意$x \in [m,+\infty)$，都有$f(x) \geq -\frac{3}{16}$，则$m \geq \frac{11}{2}$，即m的取值范围为$[\frac{11}{2},+\infty)$.故选 A.

6．C

解：将四书《中庸》《论语》《大学》《孟子》全部随机分给甲、乙、丙三名同学，共有$C_4^2A_3^3=36$种基本事件，事件A包含的基本事件数为：$A_3^3+C_3^2A_2^2=12$，则$P(A)=\frac{12}{36}=\frac{1}{3}$，同理$P(B)=P(C)=\frac{1}{3}$，

事件AB包含的基本事件数为：$A_2^2=2$，则$P(AB)=\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$，

事件AC包含的基本事件数为：$C_2^2+C_2^1C_2^1=5$，则$P(AC)=\frac{5}{36}$，

因为$P(A)P(B)=\frac{1}{9} \neq P(AB)$，故 A 错误;

因为$P(A)P(C)=\frac{1}{9} \neq P(AC)$，故 B 错误;

因为$P(C|A)=\frac{P(CA)}{P(A)}=\frac{5}{12}$，故 C 正确;

因为$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{1}{6}$，故 D 错误．故选 C.

7．A

解：因为二项式$(\sqrt[3]{x}-\frac{1}{\sqrt[3]{x}})^n$的展开式中，只有第四项的二项式系数最大，

所以展开式共有7项，$n=6$，

所以展开式的通项公式为$T_{r+1}=C_6^r x^{\frac{6-r}{3}}(-\frac{1}{\sqrt[3]{x}})^r=C_6^r(-1)^r x^{\frac{6-2r}{3}}$，$(r=0,1,2,3,4,5,6)$，

因为x的指数幂为整数即$r=0,3,6$时为有理项，

所以展开式的第1,4,7项为有理项，

所以把展开式中所有的项重新排成一列，则有理项互不相邻的概率为$P=\frac{A_4^4A_5^3}{A_7^7}=\frac{2}{7}$，

故本题选 C.

8．B

解：函数$f(x)$的定义域为$(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$，易知$f(x)=x^2-2-\ln|x|$为偶函数，

当$x>0$时，函数$f(x)=x^2-2-lnx$，则$f'(x)=2x-\frac{1}{x}=\frac{2x^2-1}{x}$，

当$x>\frac{\sqrt{2}}{2}$时，$f'(x)>0$；当$0<x<\frac{\sqrt{2}}{2}$时，$f'(x)<0$；

所以函数$f(x)$在$(0,\frac{\sqrt{2}}{2})$上单调递减，在$(\frac{\sqrt{2}}{2},+\infty)$上单调递增；

因为函数$f(x)=x^2-2-\ln|x|$为偶函数，所以$c=f(-\frac{1}{e})=f(\frac{1}{e})$，

作差：$\ln\sqrt{2}-\frac{ln3}{3}=\frac{3ln2-2ln3}{6}=\frac{\ln\frac{8}{9}}{6}<0$，所以$\ln\sqrt{2}<\frac{ln3}{3}$，

又因为$\frac{ln3}{3}-\frac{1}{e}=\frac{eln3-3lne}{3e}=\frac{\ln\frac{3^e}{e^3}}{3e}<0$，所以$\frac{ln3}{3}<\frac{1}{e}$，

所以$\ln\sqrt{2}<\frac{ln3}{3}<\frac{1}{e}<\frac{\sqrt{2}}{2}$，而函数$f(x)$在$(0,\frac{\sqrt{2}}{2})$上单调递减，

所以$f(\ln\sqrt{2})>f(\frac{ln3}{3})>f(\frac{1}{e})=f(-\frac{1}{e})$，也即$a>b>c$，故选：B.

9. ABD

解：对于A，令$a=5$，$b=2$，满足$a>b>1$，但$\frac{1}{a-b}<1$，故 A 错误，

对于B，若$a>b$，当$c=0$时，$ac^2=bc^2$，故 B 错误，

对于C，$\because a+b\le 2$，$\therefore ab\le\frac{(a+b)^2}{4}\le 1$，当且仅当$a=b=1$时，等号成立，故 C 正确，

对于D，令$a=10$，$b=2$，$c=1$，满足$a>b>c>0$，但$ac>b^2$，故 D 错误.

故选：ABD.

10．BCD

解：由题意可得，各项系数之和为2^6，各项系数的绝对值之和为$4^6\ =2^{12}$.

$(1+\frac{2}{x}-x)^6=[1+(\frac{2}{x}-x)]^6$，易知该多项式的展开式中一定存在常数项.

由题中的多项式可知，若出现x^3，可能的组合只有$(\frac{2}{x})^0\cdot(-x)^3$和$(\frac{2}{x})^1\cdot(-x)^4$，

结合排列组合的性质可得x^3的系数为$C_6^3\times1^3\times C_3^3\times2^0\times(-1)^3+C_6^5\times1^1\times C_5^4\times2^1\times(-1)^4=40$.

故选 BCD.

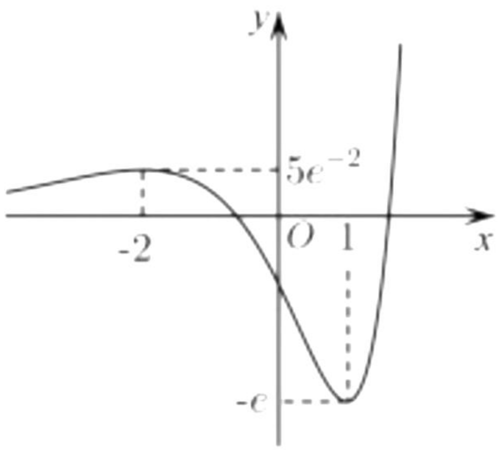
11．AB

解：根据题意$f'(x)=e^x(x^2-x-1)+e^x(2x-1)=e^x(x^2+x-2)=e^x(x+2)(x-1)$，

当$x<-2$时，$f'(x)>0$，函数$f(x)$单调递增，当$-2<x<1$时，$f'(x)<0$，函数$f(x)$单调递减，

当$x>1$时，$f'(x)>0$，函数$f(x)$单调递增，所以当$x=-2$时，函数取得极大值为

$f(-2)=e^{-2}(4+2-1)=\frac{5}{e^2}$，当$x=1$时，函数取得极小值为$f(1)=e(1-1-1)=-e$，故 A 正确；
作出函数大致图象：



由图象可知，$f(2)=e^2$，故当$x\in[-2,2]$时，函数$f(x)$的最大值为e^2，故 B 正确；
当x趋于负无穷时，$f(x)$趋于 0，故函数$f(x)$存在 2 个不同的零点，故 C 错误；
当$-e<k<0$时，显然有 2 个不等实根，故 D 错误.
故选 AB.
12．AC
解：由题判断出部分树枝由高到低的顺序为$GABCEF$，
还剩下D，H，I，且树枝I比C高，树枝D在树枝B，E之间，树枝H比D低，故 A 选项正确;
最低处的树枝也可能是H，故 B 选项错误;
先看树枝I，有4种可能，若I在B，C之间，
则D有3种可能：①D在B，I之间，H有5种可能，
②D在I，C之间，H有4种可能;
③D在C，E之间，H有3种可能，
此时树枝的高低顺序有$5+4+3=12$(种).
若I不在B，C之间，则I有3种可能，D有2种可能.
若D在B，C之间，则H有4种可能，
若D在C，E之间，则H有3种可能，
此时树枝的高低顺序有$3\times(4+3)=21$(种)可能.
故这九根树枝从高到低不同的顺序共有$12+21=33$种，故 C 选项正确，D 错误.
故选 AC.
13．$\frac{3}{7}$
解：$\because P(X=i)=\frac{k}{2^i}(i=1,2,3)$ 得 $k=\frac{8}{7}$ 因此 $P(X\geqslant 2)=P(X=2)+P(X=3)=\frac{3}{8}k=\frac{3}{7}$

答案为$\frac{3}{7}$

14．9

解：$\because a+b-ab+3=0$ 令 $\sqrt{ab}=t$ $t^2\geq 2t+3$ 得 $t\geq 3(t\leq -1$ $\therefore ab\geq 9$. 仅当 $a=b=3$ 取等号. 则 ab

小值是 9

15．$y=2x-e$

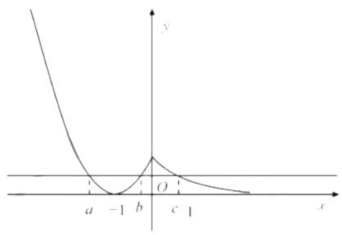
解： 令 $f(x)=x\ln x$ $f'(x)=\ln x+1$ 设切点为 $(x_0,x_0\ln x_0)$ $f'(x_0)=\ln x_0+1$ 所以切线方程为

$y-x_0\ln x_0=(\ln x_0+1)(x-x_0)$ 代 入

$P(0,-e)$ $-e-x_0\ln x_0=(\ln x_0+1)(0-x_0)$ 解得：$x_0=e$ 所以切

线方程为 $y-e=2(x-e)$ 理得：$y=2x-e$ 故答案为：

$y=2x-e$



16．$-\frac{1}{e}$

解：设 $f(a)=f(b)=f(c)=t$ $-2<a<-1$ $a+b=-2$

由 $f(b)=(b+1)^2=t$ $b+1=\sqrt{t}$ $f(c)=e^{-c}=t$ $c=-\ln t$

所以 $\frac{(b+1)c}{a+b}=\frac{1}{2}\sqrt{t}\ln t$ 设 $m=\sqrt{t}$ $0<m<1$ 设 $g(m)=m\ln m$ $g'(m)=1+\ln m$

所以 $g(m)$ 递减，在 $\left(\frac{1}{e},1\right)$ 递增，

所以 $g(m)\geq g\left(\frac{1}{e}\right)=-\frac{1}{e}$ $\frac{(b+1)c}{a+b}$ 小值是 $-\frac{1}{e}$ 答案为 $-\frac{1}{e}$

17．解 (1) $f(x)=0$ $x^2+ax+a=0$ 得 $a\geq 4$ 或 $a\leq 0$ ……………………2 分

由韦达定理：$x_1+x_2=-a$ $x_1\cdot x_2=a$ $x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2$ ……………………3 分

故 $x_1^2+x_2^2$ 值范围为：$[0,+\infty)$ ……………………5 分

(2) 由题意，$P=[0,1]$，$f(x)>0$ 的解为 Q，若 $P\cap Q=\varnothing$，则 $\begin{cases}f(0)<0\\f(1)<0\end{cases}$ ……………………8 分

解得 $a<0.$ ……………………10 分

18．解 设事件 A 表示取到的产品为正品，B_1，B_2，B_3 分别表示产品由甲、乙、丙厂生产．则 $\Omega=B_1\cup B_2\cup B_3$，且 B_1，B_2，B_3 两两互斥， ……………………2 分

由已知 $P(B_1)=0.2$，$P(B_2)=0.3$，$P(B_3)=0.5$，

$P(A|B_1)=0.95$，$P(A|B_2)=0.9$，$P(A|B_3)=0.8$. ……………………4 分

(1) 由全概率公式得 $P(A)=\sum_{i1}^{3}P(B_i)P(A|B_i)=0.2\times0.95+0.3\times0.9+0.5\times0.8=0.86.$ …………7 分

(2) 由题意得

$P(B1|A)=\dfrac{P(B_1)P(A|B_1)}{P(A)}=\dfrac{0.20.95}{0.86}=\dfrac{19}{86}$,

$P(B2|A)=\dfrac{P(B_2)P(A|B_2)}{P(A)}=\dfrac{0.30.9}{0.86}=\dfrac{27}{86}$,

$P(B3|A)=\dfrac{P(B_3)P(A|B_3)}{P(A)}=\dfrac{0.50.8}{0.86}=\dfrac{40}{86}$. ……………………10 分

由以上 3 个数作比较，可知这件产品由丙厂生产的可能性最大，由甲厂生产的可能性最小．…12

19．解：（1）由 $f(x)=(2x+3)^n$ 式的二项式系数和为 512

可得 $2^n=512=2^9$　$n=9$ ……………………2 分

由 $(2x+3)^9=\left[2(x+1)+1\right]^9$　$a_2=C_9^7 2^2=C_9^2 2^2=\dfrac{9\times8}{2\times1}\times2^2=144$ ……………………4 分

（2）令 $x+1=0$ 则 $a_0=\left[2\times(-1)+3\right]^9=1$

令 $x+1=1$ 则 $a_0+a_1+a_2+a_3+\cdots+a_9=3^9$ 所以 $a_1+a_2+a_3+\cdots\cdots a_9=3^9-1=19682$

…………………… 8 分

（3）由 $f(20)-20=43^9-20=(42+1)^9-20=C_9^0 42^9+C_9^1 42^8+\cdots+C_9^8 42+1-20$

因为$C_9^0 42^9+C_9^1 42^8+\cdots+C_9^8 42$能被$6$整除，$-19=-6\times4+5$所以整除后余数为5.

所以$f(20)-20$整除的余数为5.　　　　　　　　　　　　　　　　……………………12 分

20．解：(1) 由题意，

$$L(x)=1000\ln x-C(x)=\begin{cases}1000\ln x-\left(\dfrac{1}{2}x^2-30x+500\right),x\in[20,80],\\ 1000\ln x-\dfrac{20000}{\sqrt{x}},x\in(80,100].\end{cases}$$　　……………………4 分

(2) 当$x\in[20,80]$　$L'(x)=-\dfrac{(x-50)(x+20)}{x}$

由$L'(x)\geq0$得$20\leq x\leq50$　　　$L'(x)\leq0$得$50\leq x\leq80$

$\therefore L(x)$在$[20,50]$调递增，在$[50,80]$调递减，

$\therefore L(x)_{max}=1000ln50-250$　　　　　　　　　　　　　　……………………8 分

当$x\in(80,100]$ $L(x)=1000\ln x-\dfrac{20000}{\sqrt{x}}$递增，

$\therefore L(x)_{max}=1000ln100-2000$　　　　　　　　　　　　　……………………10 分

$\because 1000ln50-250-(1000ln100-2000)=1750-1000ln2>1750-1000>0$

$\therefore$年产量为50000吨，利润最大，最大利润为$(1000ln50-250)$万元．　……………………12 分

21：解：（1）对于方案一，由条件可知X有可能取值为3，4，5，6，

$P(X=3)=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{8}$　　　　$P(X=4)=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2}{3}\times\dfrac{2}{3}+\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2}{3}+\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{37}{72}$

$P(X=5)=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{3}\times\dfrac{5}{6}+\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2}{3}\times\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{3}$　　$P(X=6)=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{6}=\dfrac{1}{36}$

$\therefore X$布列为

X	3	4	5	6
P	$\dfrac{1}{8}$	$\dfrac{37}{72}$	$\dfrac{1}{3}$	$\dfrac{1}{36}$

期望值$E(X)=3\times\dfrac{1}{8}+4\times\dfrac{37}{72}+5\times\dfrac{1}{3}+6\times\dfrac{1}{36}=\dfrac{307}{72}$　　　……………………4 分

（2）对于方案二，由条件可得 Y 值为3，4，5，6，

$P(Y=3)=\dfrac{C_3^3}{C_6^3}=\dfrac{1}{20}$ $\qquad P(Y=4)=\dfrac{C_3^1C_3^2}{C_6^3}=\dfrac{9}{20}$

$P(Y=5)=\dfrac{C_3^1C_3^2}{C_6^3}=\dfrac{9}{20}$ $\qquad P(X=6)=\dfrac{C_3^3}{C_6^3}=\dfrac{1}{20}$

$\therefore Y$ 学期望值 $E(Y)=3\times\dfrac{1}{20}+4\times\dfrac{9}{20}+5\times\dfrac{9}{20}+6\times\dfrac{1}{20}=\dfrac{9}{2}$

$\because E(Y)>E(X)$ 所以方案二员工获得奖金数额的数学期望值会更高．……………………8 分

（3）由（1）（2）可知，平均每位员工获得奖金的数学期望的最大值为 $E(Y)=4.5$，则给员工颁发奖金的总数为 $4.5\times1000=4500($万元$)$ 设每位职工为企业的贡献的数额为 ξ 以获得奖金的职工数约为 $1000P(\xi>115)=1000P(\xi>\mu+\sigma)$

$=\dfrac{1000[1-P(\mu-\sigma<\xi\le\mu+\sigma)]}{2}$．

$\approx\dfrac{1000(1-0.6826)}{2}=158.7\approx159($人$)$

则获奖员工可以获得奖金的平均数值为 $\dfrac{4500}{159}\approx28($万元$)$ ……………………12 分

22．解：（1）$f(x)=lnx-ax$ 定义域是 $(0,+\infty)$ ……………………1 分

当 $a\le0$ 时，由 $f(x)$ 连续单调递增，当 $x\to0$ 时 $f(x)<0$ 当 $x\to+\infty$ 时 $f(x)>0$

所以方程 $f(x)=0$ 存在唯一解． ……………………2 分

当 $a>0$ 时，由 $f'(x)>0$ 得 $0<x<\dfrac{1}{a}$ $\therefore f(x)$ 增，在 $\left(\dfrac{1}{a},+\infty\right)$ 减．

$\therefore f(x)\le f\left(\dfrac{1}{a}\right)=-lna-1$ ……………………3 分

当 $-lna-1<0$ 时，即 $lna>-1$ 时方程 $f(x)=0$ 无解，此时 a 的范围是 $\left(\dfrac{1}{e},+\infty\right)$

当a的范围是$\left(0,\frac{1}{e}\right)$时，方程$f\left(x\right)=0$有两个不等解 ……………………4 分

当$a=\frac{1}{\mathrm{e}}$时，方程$f\left(x\right)=0$有唯一解

……………………5 分

综上所述，当$a\le 0$或者$a=\frac{1}{\mathrm{e}}$时方程有唯一解，当a的范围是$\left(\frac{1}{e},+\infty\right)$时方程无解，当$a$的范围是$\left(0,\frac{1}{e}\right)$时方程有两个不等解。 ……………………6 分

（2）证明：因为$f\left(x\right)$个相异的零点，又由于$x>0$故不妨令$x_1>x_2>0$有

$lnx_1=ax_1 \quad lnx_2=ax_2$

$\therefore lnx_1+lnx_2=a\left(x_1+x_2\right) \qquad \therefore lnx_1-lnx_2=a\left(x_1-x_2\right)$

要证$x_1x_2>e^2 \Leftrightarrow \ln\left(x_1x_2\right)>2 \Leftrightarrow \ln x_1+\ln x_2>2$.

即证$(x_1+x_2)\dfrac{\ln x_1-\ln x_2}{x_1-x_2}>2 \Leftrightarrow \dfrac{\ln x_1-\ln x_2}{x_1-x_2}>\dfrac{2}{x_1+x_2}$

$\Leftrightarrow \ln x_1-\ln x_2>\dfrac{2(x_1-x_2)}{x_1+x_2} \Leftrightarrow \ln\dfrac{x_1}{x_2}>\dfrac{2(\frac{x_1}{x_2}-1)}{\frac{x_1}{x_2}+1}$ ……………………9 分

令$t=\dfrac{x_1}{x_2}$，则$t>1$。所以只要证明$lnt>\dfrac{2\left(t-1\right)}{t+1},t>1$成立

令$g(t)=lnt-\dfrac{2\left(t-1\right)}{t+1}(t>1)$ $\qquad g'(t)=\dfrac{1}{t}-\dfrac{4}{(t+1)^2}==\dfrac{(t-1)^2}{t(t+1)^2}$ ……………………10 分

由于已知$t>1$所以$g'(t)>0$恒成立。所以$g(t)$在（$1,+\infty$）递增

所以$t>1$时，$g(t)>0$恒成立，即$lnt-\dfrac{2\left(t-1\right)}{t+1}>0$恒成立，

即 $lnt > \dfrac{2(t-1)}{t+1}$ 恒成立，从而证明 $x_1x_2 > e^2$． 故 $x_1x_2 > e^2$ ………………………12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。