

答案

一、单项选择题

1—8. BDCB ABAC

二、多项选择题

9. BD      10. AC      11. ACD      12. ABD

三、填空题

13.  $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$       14.  $\frac{2}{3}$       15.  $[0, \ln 3]$       16. 2

四、解答题

17. 解: (1)  $A = (1, 3)$ ,  $B = (0, 2]$ ,  $C = (1, 2]$ .

(2) 令  $t = 2^x \in (2, 4]$ , 则  $y = t^2 - 2at$ ,  $\therefore a \leq 2$ .

18. 解: (1)  $f(x) = \begin{cases} \log_2(x+1), & x > 0 \\ 0, & x = 0. \\ -\log_2(-x+1), & x < 0 \end{cases}$

(2)  $f(x)$  为奇函数, 且在  $R$  上单调递增,

$$\therefore f(-x^2 + x + m) + f(2x^2 - 2mx) > 0$$

$$\Leftrightarrow f(2x^2 - 2mx) > -f(-x^2 + x + m) = f(x^2 - x - m)$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 2mx > x^2 - x - m \Leftrightarrow x^2 + (1 - 2m)x + m > 0,$$

令  $g(x) = x^2 + (1 - 2m)x + m$ , 则存在  $x \in (1, 2)$ , 使  $g(x) > 0$ ,

$\therefore g(1) > 0$  或  $g(2) > 0$ , 解得  $m < 2$ .

另解: 存在  $x \in (1, 2)$ , 使  $m < \frac{x^2 + x}{2x - 1}$ ,

令  $t = 2x - 1 \in (1, 3)$ , 则  $m < \frac{1}{4}(t + \frac{3}{t}) + 1 = h(t)$ ,

$\therefore m < h(1)$  或  $m < h(3)$ , 解得  $m < 2$ .

19. 解: (1) 当  $a = 1$  时,  $f(x) = x^2 + x - \ln x$ ,  $f'(x) = \frac{(2x - 1)(x + 1)}{x}$ ,

$\therefore f(x)$  在  $[\frac{1}{3}, \frac{1}{2}]$  单调递减, 在  $(\frac{1}{2}, 1]$  单调递增,

$\therefore f(x)_{\min} = f(\frac{1}{2}) = \ln 2 + \frac{3}{4}$ ,  $f(x)_{\max} = f(1) = 2$ .

(2)  $g(x) = f(x) - x = 0 \Leftrightarrow a = \frac{\ln x}{x^2} = h(x)$ , 则  $h'(x) = \frac{1-2\ln x}{x^3}$ ,

$\therefore h(x)$  在  $(0, \sqrt{e})$  单调递增, 在  $(\sqrt{e}, +\infty)$  单调递减,

$h(\sqrt{e}) = \frac{1}{2e}$ , 当  $x \rightarrow 0$  时,  $h(x) \rightarrow -\infty$ , 当  $x \rightarrow +\infty$  时,  $h(x) \rightarrow 0$ ,

$\therefore$  由图象可得,  $a \in (0, \frac{1}{2e})$ .

20. 解: (1)  $\hat{y} = 3t + 1$ .

(2) ①  $t = 6$  时,  $\hat{y} = 19$ ,  $\therefore 645 + 19 = 664$ ,

故 2022 年 A 专业录取平均分为 664 分.

②  $\mu = 664$ ,  $\sigma = 3$ ,  $\mu + \sigma = 670$ ,

$\therefore P(X > 670) = \frac{1 - P(658 < X \leq 670)}{2} = 0.023$ ,

$\therefore 100 \times 0.023 = 2.3 < 5$ ,  $\therefore$  该同学能获得一等奖学金.

21. 解: (1)  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ .

(2) 设点  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ , 直线  $l: x = my - 1$ ,

联立, 有  $(3m^2 + 4)y^2 - 6my - 9 = 0$ ,  $\Delta = 144(m^2 + 1) > 0$ ,

$y_1 + y_2 = \frac{6m}{3m^2 + 4}$ ,  $y_1 y_2 = -\frac{9}{3m^2 + 4}$ , 由题意, 有  $y_1 > 0$ ,  $y_2 < 0$ ,

由  $S_{\triangle ABF_2} = \frac{1}{2} |F_1 F_2| (y_1 - y_2) = \frac{1}{2} (|AB| + |AF_2| + |BF_2|) \cdot r_1$ , 得  $r_1 = \frac{1}{4} (y_1 - y_2)$ ,

由  $S_{\triangle AF_1 F_2} = \frac{1}{2} |F_1 F_2| \cdot y_1 = \frac{1}{2} (|AF_1| + |AF_2| + |F_1 F_2|) \cdot r_2$ , 得  $r_2 = \frac{1}{3} y_1$ ,

有  $r_1 = 2r_2$ , 解得  $\frac{y_2}{y_1} = -\frac{5}{3}$ ,

$\therefore \frac{y_2}{y_1} + \frac{y_1}{y_2} + 2 = \frac{(y_1 + y_2)^2}{y_1 y_2} = \frac{36m^2}{-9(3m^2 + 4)} = -\frac{5}{3} - \frac{3}{5} + 2$ , 解得  $m^2 = \frac{1}{3}$ ,

$\therefore \frac{y_2}{y_1} = -\frac{5}{3} < -1$ ,  $\therefore y_1 + y_2 = \frac{6m}{3m^2 + 4} < 0$ ,  $\therefore m < 0$ ,  $m = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ ,

故直线  $l$  的方程为  $y = -\sqrt{3}(x+1)$ .

22. 解: (1)  $F(x) = \frac{ae^x}{x} - \ln x - \frac{1}{x}$ ,  $F'(x) = \frac{(x-1)(ae^x - 1)}{x^2}$ ,

当  $F'(x) = 0$  时,  $x = 1$  或  $x = -\ln a$ ,

① 当  $a \in (0, \frac{1}{e})$  时,  $F(x)$  在  $(0, 1)$  单调递增, 在  $(1, -\ln a)$  单调递减, 在  $(-\ln a, +\infty)$  递增,

② 当  $a = \frac{1}{e}$  时,  $F(x)$  在  $(0, +\infty)$  单调递增,

③ 当  $a \in (\frac{1}{e}, 1)$  时,  $F(x)$  在  $(0, -\ln a)$  单调递增, 在  $(-\ln a, 1)$  单调递减, 在  $(1, +\infty)$  递增,

④ 当  $a \in [1, +\infty)$  时,  $F(x)$  在  $(0, 1)$  单调递减, 在  $(1, +\infty)$  单调递增.

(2) 原式等价于  $F(x) \geq \frac{\ln(ax)}{x} - \ln x + e - 1$ ,

$\because F(x) \geq F(1) = ae - 1$ ,  $\therefore$  只需证  $\frac{\ln(ax)}{x} - \ln x + e - 1 \leq ae - 1$ ,

即证明  $G(x) = \frac{\ln(ax)}{x} - \ln x \leq (a-1)e$ ,

而  $G'(x) = \frac{1}{x^2}[1-x-\ln(ax)]$ , 记  $h(x) = 1-x-\ln(ax)$ , 则  $h'(x) = -1-\frac{1}{x} < 0$ ,

$\therefore h(x)$  在  $(0, +\infty)$  单调减, 又  $h(\frac{1}{a}) = 1-\frac{1}{a} > 0$ ,  $h(1) = -\ln a < 0$ ,

故存在  $x_0 \in (\frac{1}{a}, 1)$ , 使得  $h(x_0) = 1-\ln(ax_0)-x_0 = 0$ , 即  $\ln(ax_0) = 1-x_0$

$\therefore H(x) < H(x_0) = \frac{\ln(ax_0)}{x_0} - \ln x_0 = \frac{1}{x_0} - \ln x_0 - 1$ ,

记  $\varphi(x) = \frac{1}{x} - \ln x - 1$  在  $(\frac{1}{a}, 1)$  上递减,  $\varphi(x_0) < \varphi(\frac{1}{a}) = a + \ln a - 1$ ,

故只需证:  $a + \ln a - 1 < (a-1)e$ , 即  $m(a) = (e-1)(a-1) - \ln a > 0$

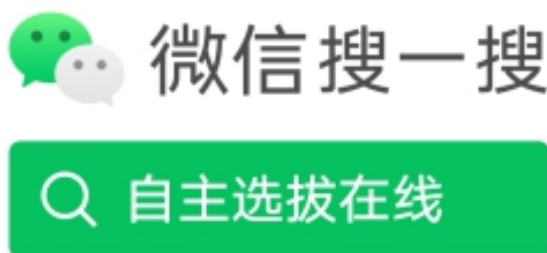
$\because m'(a) = e-1-\frac{1}{a} > 0$ ,  $\therefore m(a)$  在  $(1, +\infty)$  上单调增,  $m(a) > m(1) = 0$  成立,

$\therefore$  原不等式成立.

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



关注后获取更多资料:

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》