

“皖南八校”2022 届高三第三次联考

数学(文科)

“皖八”理事会(18校) 审定:含山中学(黄翔) 广德中学(吴德满) 2022.4

考生注意:

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分 150 分,考试时间 120 分钟。
2. 考生作答时,请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑;非选择题请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答,超出答题区域书写的答案无效,在试题卷、草稿纸上作答无效。
3. 本卷命题范围:高考范围。

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 集合 $A = \{x | -1 < x < 3\}$, 集合 $B = \{x | |x| < 2\}$, 则 $A \cap B =$
A. $(-2, 2)$ B. $(-1, 3)$ C. $(-2, 3)$ D. $(-1, 2)$
2. 已知复数 $z = \frac{1+ai}{1+i}$ 为纯虚数(其中 i 为虚数单位), 则实数 $a =$
A. 1 B. -1 C. 2 D. -2
3. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n . 若 $a_2 + a_5 = 10$, 则 $S_6 =$
A. 60 B. 50 C. 30 D. 20
4. 已知向量 $a = (1, 2)$, $b = (1, 1)$, $c = (3, 4)$. 若 $(a - \lambda b) \parallel c$, 则实数 $\lambda =$
A. -2 B. 2 C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$
5. 2021 年 12 月 1 日, 国家发展改革委印发《沪苏浙城市结对合作帮扶皖北城市实施方案》. 沪苏浙城市(城区)将与我省部分地市开展“一对一”结对合作帮扶. 现有上海市 A, B, C 三个区, 若分别随机结对帮扶皖北 D, E, F 三座城市, 则 A 区恰好帮扶 D 市的概率是
A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{6}$
6. 若将函数 $y = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{4}\right)$ ($\omega > 0$) 的图像向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度后, 与函数 $y = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{6}\right)$ 的图像重合, 则 ω 的最小值是
A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{4}$ D. 1
7. 已知 $a = 2^{0.9}$, $b = 3^{0.5}$, $c = 2\sin 1$, 则 a, b, c 的大小关系为
A. $a < b < c$ B. $b < c < a$ C. $c < a < b$ D. $c < b < a$

【第 26 届“皖八”高三 3 联·数学 第 1 页(共 4 页) 文科】 HD—221003C

8. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C , 的对边分别为 a, b, c , 已知 $\triangle ABC$ 的面积为 $a^2 \sin A$, 则 $\cos A$ 的最小值为
- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{2}{3}$
9. 已知实数 x, y 满足 $\begin{cases} y \geq 2|x| - 1, \\ y \leq x + 1 \end{cases}$ 且 $z = kx + y$ (k 为常数) 取得最大值的最优解有无数多个, 则 k 的值为
- A. 1 B. -1 C. 2 D. -2
10. 古希腊亚历山大时期最后一位重要的几何学家帕普斯(Pappus, 公元 3 世纪末)在其代表作《数学汇编》中研究了“三线轨迹”问题: 即到两条已知直线距离的乘积与到第三条直线距离的平方之比等于常数的动点轨迹为圆锥曲线. 今有平面内三条给定的直线 l_1, l_2, l_3 , 且 l_2, l_3 均与 l_1 垂直. 若动点 M 到 l_2, l_3 的距离的乘积与到 l_1 的距离的平方相等, 则动点 M 在直线 l_2, l_3 之间的轨迹是
- A. 圆 B. 椭圆 C. 双曲线 D. 抛物线
11. 已知抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 上有两点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 则 $x_1 x_2 = \frac{p^2}{4}$ 是 $y_1 y_2 = -p^2$ 的
- A. 充要条件 B. 充分不必要条件
C. 必要不充分条件 D. 既不充分也不必要条件
12. 函数 $f(x) = \frac{\ln(e^x + 1)}{x}$ 在区间 $[-e, -\frac{1}{e}] \cup [\frac{1}{e}, e]$ 上的最大值与最小值之和为
- A. 1 B. $\frac{e}{2}$ C. 2 D. e

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 双曲线 $y^2 - x^2 = m$ ($m \neq 0$) 的离心率是_____.
14. 已知 $\sin \alpha - \sqrt{2} \cos \alpha = \sqrt{3}$, 则 $\tan \alpha$ 的值是_____.
15. 三棱锥 $A-BCD$ 中, $AB=CD=1$, 过线段 BC 中点 E 作平面 $EFGH$ 与直线 AB, CD 都平行, 且分别交 BD, AD, AC 于 F, G, H , 则四边形 $EFGH$ 的周长为_____.
16. 若函数 $f(x) = \cos 2x + m \cos x$ 在区间 $[0, \frac{\pi}{2})$ 上存在零点, 则实数 m 的最小值是_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (本小题满分 12 分)

已知等比数列 $\{a_n\}$ 各项均为正数, 其前 n 项和为 S_n , 且满足 $S_2 = 24, a_3 = 54$.

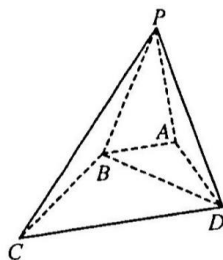
(1) 求 a_n ;

(2) 设 $b_n = \log_3(S_n + 3)$ ($n \in \mathbb{N}^*$), 令 $T_n = \frac{1}{b_1 b_2} + \frac{1}{b_2 b_3} + \dots + \frac{1}{b_n b_{n+1}}$, 求 T_n .

18. (本小题满分 12 分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $\angle PAB=90^\circ$, 底面 $ABCD$ 为梯形, $AB \parallel CD$, $CD=2AB=2\sqrt{2}$.
 $\triangle PAD$ 中, $\angle PAD=120^\circ$, $PA=AD=2$.

- (1) 若 E 是线段 CD 上的点, 平面 $PBE \cap$ 平面 $PAD=l$, 且 $AD \parallel l$, 试判断点 E 的位置并说明理由;
 (2) 若 $BC=BD$, 求三棱锥 $P-ABD$ 的体积.

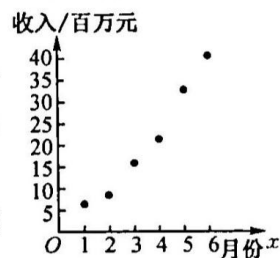


19. (本小题满分 12 分)

2020 年新冠肺炎疫情突如其来, 在党中央的号召下, 应对疫情, 我国采取特殊的就业政策、经济政策很好地稳住了经济社会发展大局. 在全世界范围内, 我国疫情控制效果最好, 经济复苏最快. 某汽车销售公司 2021 年经济收入在短期内逐月攀升, 该公司在第 1 月份至 6 月份的销售收入 y (单位: 百万元) 关于月份 x 的数据如表:

时间(月份)	1	2	3	4	5	6
收入(百万元)	6.6	8.6	16.1	21.6	33.0	41.0

根据以上数据绘制散点图, 如图所示.



- (1) 根据散点图判断, $y=ax+b$ 与 $y=ce^{dx}$ (a, b, c, d 均为常数) 哪一个适宜作为该公司销售收入 y 关于月份 x 的回归方程类型? (给出判断即可, 不必说明理由)
 (2) 根据(1)的结果及表中数据, 求出 y 关于 x 的回归方程, 并预测该公司 8 月份的销售收入. (结果近似到小数点后第二位)

参考数据:

\bar{x}	\bar{y}	\bar{u}	$\sum_{i=1}^6 (x_i - \bar{x})^2$	$\sum_{i=1}^6 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$\sum_{i=1}^6 (x_i - \bar{x})(u_i - \bar{u})$
3.50	21.15	2.85	17.50	125.35	6.73

其中设 $u = \ln y$, $u_i = \ln y_i$ ($i=1, 2, 3, 4, 5, 6$)

参考公式和数据: 对于一组具有线性相关关系的数据 (x_i, v_i) ($i=1, 2, 3, \dots, n$), 其回归直线

$$\hat{v} = \hat{\beta}x + \hat{a}$$

的斜率和截距的最小二乘法估计公式分别为: $\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(v_i - \bar{v})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$, $\hat{a} = \bar{v} - \hat{\beta}\bar{x}$,

$$e^{4.56} \approx 95.58, e^{4.58} \approx 97.51.$$

20. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = 1 + \ln x + k\left(\frac{1}{x} - 1\right)$.

- (1) 若函数 $f(x)$ 图象的切线倾斜角总是锐角, 求实数 k 的取值范围;
- (2) 若对任意的 $x > 1$, $f(x) > 0$ 恒成立, 求整数 k 的最大值.

21. (本小题满分 12 分)

已知离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 的椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 过点 $A(\sqrt{2}, 1)$, 过椭圆的右焦点且斜率为 k 的直线与椭圆交于 B, C 两点.

- (1) 求椭圆的标准方程;
- (2) 记直线 AB, AC 的斜率分别为 k_1, k_2 , 求证: $k_1 + k_2 - 2k$ 为定值.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 两题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程](10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 + t \end{cases}$ (t 为参数). 以坐标原点 O 为极

点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2 + 2\rho\cos\theta - m = 0$.

- (1) 写出直线 l 的普通方程和曲线 C 的直角坐标方程;
- (2) 在平面直角坐标系 xOy 中, 设直线 l 与曲线 C 相交于 A, B 两点. 若点 $P(-1, 2)$ 恰为线段 AB 的一个三等分点, 求正数 m 的值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲](10 分)

已知函数 $f(x) = |x+a| - |x-1|$

- (1) 当 $a=2$ 时, 解不等式 $f(x) > 2$;
- (2) 若不等式 $f(x) < |x-4|$ 对任意 $x \in [0, 2]$ 都成立, 求实数 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

