2023年深圳市高三年级第二次调研考试

数　学

本试卷共6页，22小题，满分150分。考试用时120分钟。

注意事项：

1．答题前，考生请务必用黑色字迹钢笔或签字笔将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。用2B铅笔将试卷类型（A）填涂在答题卡相应位置上。将条形码横贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”。

2．作答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案，答案不能答在试卷上。

3．非选择题必须用黑色字迹钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答的答案无效。

4．考生必须保持答题卡的整洁。考试结束后，将试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知集合 $A=\{2,0\}$，$B=\{2,3\}$，则 $\complement_{A\cup B}(A\cap B)=$

A．$\{0\}$　　B．$\{2\}$　　C．$\{3\}$　　D．$\{0,3\}$

2．已知函数 $f(x)=\begin{cases}3^x, & x\leqslant 1,\\ \log_3 x, & x>1,\end{cases}$ 则 $f(f(2))=$

A．2　　B．-2　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$-\frac{1}{2}$

3．设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $S_{10}=20$，$S_{20}=10$，则 $S_{30}=$

A．0　　B．-10　　C．-30　　D．-40

4．设表面积相等的正方体、正四面体和球的体积分别为 V_1、V_2 和 V_3，则

A．$V_1<V_2<V_3$　　B．$V_2<V_1<V_3$　　C．$V_3<V_1<V_2$　　D．$V_3<V_2<V_1$

5．已知 $\triangle OAB$ 中，$\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{CA}$，$\overrightarrow{OD}=2\overrightarrow{DB}$，$AD$ 与 BC 相交于点 M，$\overrightarrow{OM}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}$，则有序数对 $(x,y)=$

A．$(\frac{1}{2},\frac{1}{3})$　　B．$(\frac{1}{3},\frac{1}{2})$　　C．$(\frac{1}{2},\frac{1}{4})$　　D．$(\frac{1}{4},\frac{1}{2})$

6．从1，2，3，4，5中随机选取三个不同的数，若这三个数之积为偶数，则它们之和大于8的概率为

A．$\frac{1}{3}$　　B．$\frac{2}{3}$　　C．$\frac{4}{9}$　　D．$\frac{5}{9}$

7．设椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为$F_1$，$F_2$，直线$l$过点$F_1$．若点$F_2$关于$l$的对称点$P$恰好在椭圆$C$上，且$\overrightarrow{F_1P}\cdot\overrightarrow{F_1F_2}=\frac{1}{2}a^2$，则$C$的离心率为

A．$\frac{1}{3}$　　B．$\frac{2}{3}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{2}{5}$

8．已知$\varepsilon>0$，$x,y\in(-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4})$，且$e^{x+\varepsilon}\sin y=e^{y}\sin x$，则下列关系式恒成立的为

A．$\cos x\leqslant\cos y$　　B．$\cos x\geqslant\cos y$　　C．$\sin x\leqslant\sin y$　　D．$\sin x\geqslant\sin y$

二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分。

9．为了研究y关于x的线性相关关系，收集了5组样本数据（见下表）：

x	1	2	3	4	5
y	0.5	0.8	1	1.2	1.5

假设经验回归方程为$\hat{y}=\hat{b}x+0.28$，则

A．$\hat{b}=0.24$

B．当$x=8$时，y的预测值为2.2

C．样本数据y的40%分位数为0.8

D．去掉样本点$(3,1)$后，x与y的样本相关系数r不变

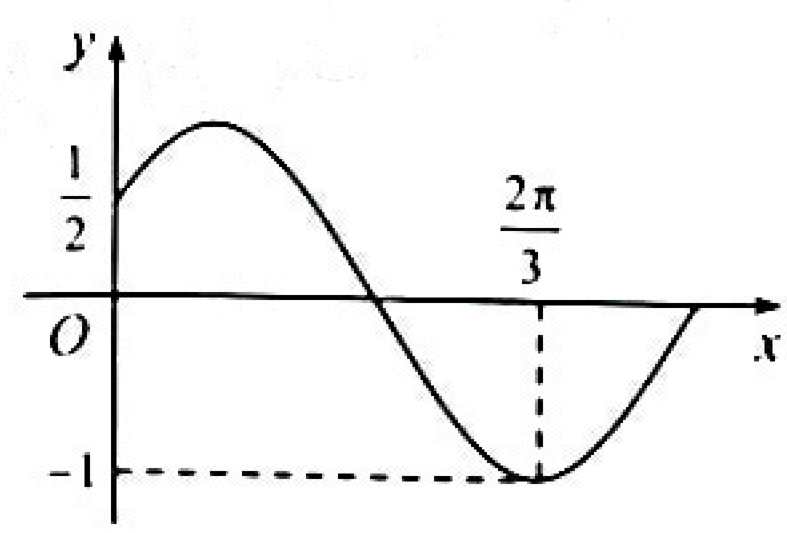
10．已知$f(x)$是定义在闭区间上的偶函数，且在y轴右侧的图象是函数$y=\sin(\omega x+\varphi)$$(\omega>0,0<\varphi<\pi)$图象的一部分（如图所示），则

A．$f(x)$的定义域为$[-\pi,\pi]$

B．当$x=\frac{\pi}{6}$时，$f(x)$取得最大值

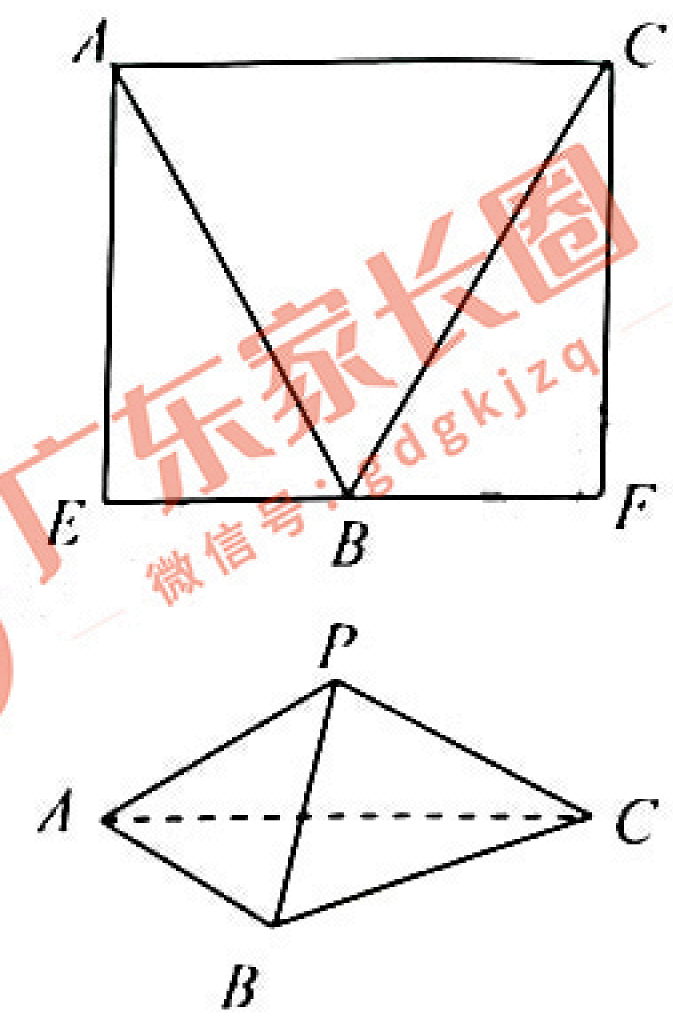
C．当$x<0$时，$f(x)$的单调递增区间为$[-\frac{2\pi}{3},-\frac{\pi}{6}]$

D．当$x<0$时，$f(x)$有且只有两个零点$-\frac{5\pi}{12}$和$-\frac{11\pi}{12}$



（第10题图）

11．如图，在矩形 $AEFC$ 中，$AE=2\sqrt{3}$，$EF=4$，B 为 EF 中点．现分别沿 AB、BC 将 $\triangle ABE$、$\triangle BCF$ 翻折，使点 E、F 重合，记为点 P，翻折后得到三棱锥 $P-ABC$，则



（第 11 题图）

A．三棱锥 $P-ABC$ 的体积为 $\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$

B．直线 PA 与直线 BC 所成角的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$

C．直线 PA 与平面 PBC 所成角的正弦值为 $\dfrac{1}{3}$

D．三棱锥 $P-ABC$ 外接球的半径为 $\dfrac{\sqrt{22}}{2}$

12．设抛物线 $C: y=x^2$ 的焦点为 F，过抛物线 C 上不同的两点 A，B 分别作 C 的切线，两条切线的交点为 P，AB 的中点为 Q，则

A．$PQ\perp x$ 轴　　　　B．$PF\perp AB$

C．$\angle PFA=\angle PFB$　　　　D．$|AF|+|BF|=2|PF|$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分

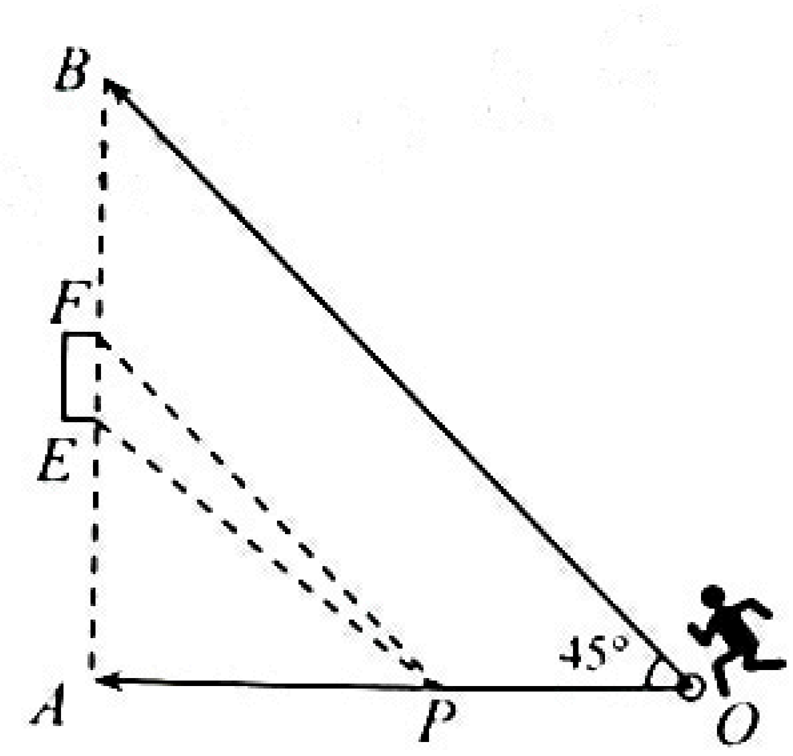
13．已知复数 z 满足 $z^2+z+1=0$，则 $z\cdot\overline{z}=$__________．

14．若 $X\sim N(9,2^2)$，则 $P(7<X<13)=$__________（精确到 0.01）．

参考数据：若 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，则 $P(|X-\mu|<\sigma)\approx 0.683$，$P(|X-\mu|<2\sigma)\approx 0.955$．

15．已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，若 $f(x+1)-2$ 为奇函数，且 $f(1-x)=f(3+x)$，则 $f(2023)=$__________．

16．足球是一项很受欢迎的体育运动．如图，某标准足球场的底线宽 $AB=72$ 码，球门宽 $EF=8$ 码，球门位于底线的正中位置．在比赛过程中，攻方球员带球运动时，往往需要找到一点 P，使得 $\angle EPF$ 最大，这时候点 P 就是最佳射门位置．当攻方球员甲位于边线上的点 O 处（$OA=AB$，$OA\perp AB$）时，根据场上形势判断，有 $\overrightarrow{OA}$、$\overrightarrow{OB}$ 两条进攻线路可供选择．若选择线路 $\overrightarrow{OA}$，则甲带球______码时，到达最佳射门位置；若选择线路 $\overrightarrow{OB}$，则甲带球______码时，到达最佳射门位置．



（第 16 题图）

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（10 分）

已知 a,b,c 分别为 $\triangle ABC$ 三个内角 A,B,C 的对边，且 $\sin(A-B)=2\sin C$.

（1）证明：$a^2=b^2+2c^2$；

（2）若 $A=\dfrac{2\pi}{3}$，$a=3$，$\overrightarrow{BC}=3\overrightarrow{BM}$，求 AM 的长度.

18.（12 分）

飞盘运动是一项入门简单，又具有极强的趣味性和社交性的体育运动，目前已经成为了年轻人运动的新潮流．某俱乐部为了解年轻人爱好飞盘运动是否与性别有关，对该地区的年轻人进行了简单随机抽样，得到如下列联表：

性别	飞盘运动		合计
	不爱好	爱好	
男	6	16	22
女	4	24	28
合计	10	40	50

（1）在上述爱好飞盘运动的年轻人中按照性别采用分层抽样的方法抽取 10 人，再从这 10 人中随机选取 3 人访谈，记参与访谈的男性人数为 X，求 X 的分布列和数学期望；

（2）依据小概率值 $\alpha=0.01$ 的独立性检验，能否认为爱好飞盘运动与性别有关联？如果把上表中所有数据都扩大到原来的 10 倍，在相同的检验标准下，再用独立性检验推断爱好飞盘运动与性别之间的关联性，结论还一样吗？请解释其中的原因.

附：$\chi^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$．

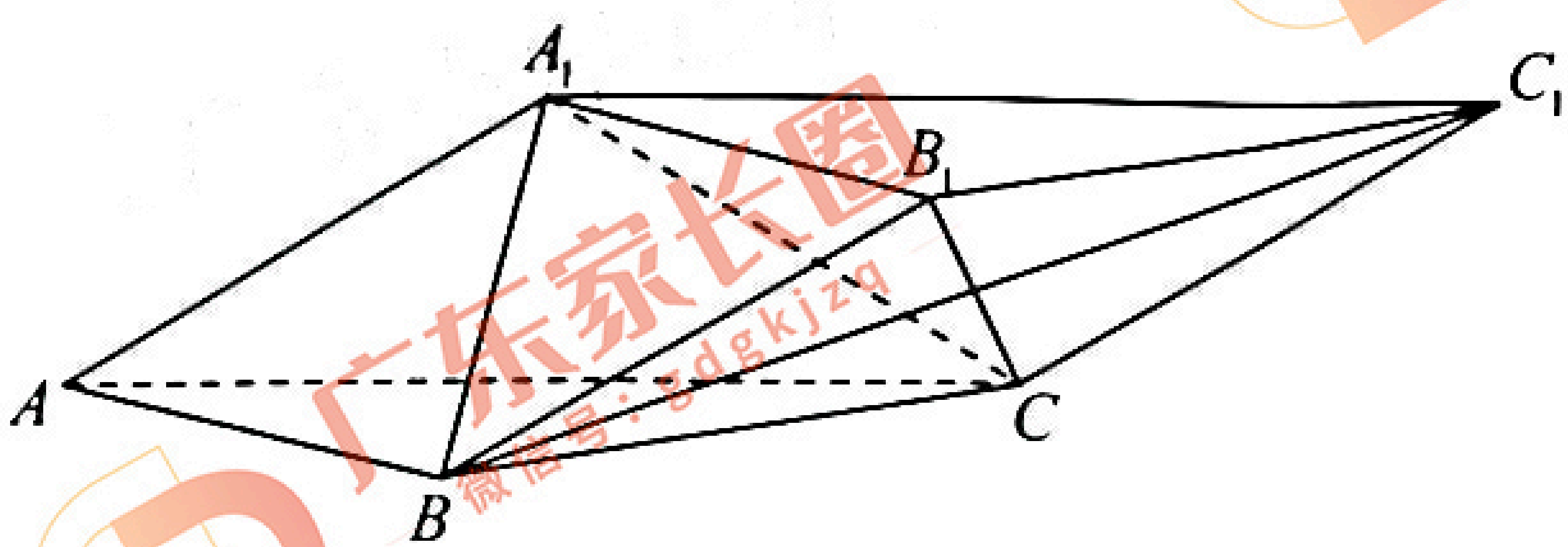
α	0.1	0.01	0.001
x_α	2.706	6.635	10.828

19．（12 分）

在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AB=BC=2$，$\angle ABC=\dfrac{2\pi}{3}$，$A_1C_1\perp A_1B$．

（1）证明：$A_1A=A_1C$；

（2）若 $A_1A=2$，$BC_1=\sqrt{14}$，求平面 A_1CB_1 与平面 BCC_1B_1 夹角的余弦值．



（第 19 题图）

20．（12 分）

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=3$，$a_na_{n+1}=9\times 2^{2n-1}$，$n\in\mathbf{N}^*$．

（1）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）证明：数列 $\{a_n\}$ 中的任意三项均不能构成等差数列．

21.（12 分）

已知双曲线 $C: x^2 - y^2 = 1$，点 M 为双曲线 C 右支上一点，A、B 为双曲线 C 的左、右顶点，直线 AM 与 y 轴交于点 D，点 Q 在 x 轴正半轴上，点 E 在 y 轴上.

（1）若点 $M(2,\sqrt{3})$，$Q(2,0)$，过点 Q 作 BM 的垂线 l 交该双曲线 C 于 S,T 两点，求 $\triangle OST$ 的面积.

（2）若点 M 不与 B 重合，从下面①②③中选取两个作为条件，证明另外一个成立.

① $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{DE}$；② $BM \perp EQ$；③ $|OQ| = 2$.

注：若选择不同的组合分别解答，则按第一个解答计分.

22.（12 分）

已知函数 $f(x) = e^{mx-1} - x$.

（1）讨论函数 $f(x)$ 的单调性；

（2）当 $m > 0$ 时，函数 $g(x) = f(x) - \dfrac{\ln x + 1}{m} + x$ 恰有两个零点.

（i）求 m 的取值范围；

（ii）证明：$g(x) > m^{\frac{1}{m}} - m^{-\frac{1}{m}}$.