# 百校联盟 2021 届普通高中教育教学质量监测考试

## 全国卷　理科数学　参考答案

1. B 【解析】依题意，$U=\{x\in\mathbf{Z}|-\frac{1}{2}<x<6\}=\{0,1,2,3,4,5\}$，故 $\complement_U A=\{0,4,5\}$，则 $(\complement_U A)\cap B=\{0,4\}$，有 2 个元素.

2. B 【解析】依题意，$z=\frac{m+3i}{3-7i}=\frac{(m+3i)(3+7i)}{(3-7i)(3+7i)}=\frac{3m-21}{58}+\frac{7m+9}{58}i$，故 $\begin{cases}3m-21=0\\7m+9\neq0\end{cases}$，解得 $m=7$.

3. A 【解析】依题意，$2\boldsymbol{m}+3\boldsymbol{n}=(4,-2)+(9,6)=(13,4)$，$\boldsymbol{m}-\boldsymbol{n}=(-1,-3)$，故 $(2\boldsymbol{m}+3\boldsymbol{n})\cdot(\boldsymbol{m}-\boldsymbol{n})=-25$.

4. B 【解析】依题意，圆锥母线与底面的所成角的正切值为 $\frac{1}{\frac{3}{2\pi}-\frac{2}{2\pi}}=2\pi$.

5. C 【解析】依题意，$\sin\alpha=\frac{3\sqrt{13}}{13}$，$\cos\alpha=-\frac{2\sqrt{13}}{13}$，故 $f(x)=\frac{2x+\frac{3\sqrt{13}}{13}}{x+\frac{2\sqrt{13}}{13}}=2-\frac{\frac{\sqrt{13}}{13}}{x+\frac{2\sqrt{13}}{13}}$，故 $f(x)$ 的图象为中心对称图形，其对称中心为 $(-\frac{2\sqrt{13}}{13},2)$.

6. A 【解析】依题意，$a=\log_8 16=\frac{4}{3}$，$b=\log_3 6=1+\log_3 2\in(1.5,2)$，$c=2^{1.1}\in(2,+\infty)$，故 $a<b<c$.

7. A 【解析】依题意，$f(-x)=\cos2(-x)\cdot[\ln(1+x)-\ln(1-x)]^2=f(x)$，故函数 $f(x)$ 为偶函数，图象关于 $y$ 轴对称，排除 B；而 $f(\frac{\pi}{4})=0$，排除 D，$f(\frac{1}{2})=\cos1\cdot\ln^2 3>0$，排除 C.

8. C 【解析】将平面 $SAB$，平面 $SBC$ 展开至同一平面，连接 $AN$ 交 $SB$ 于点 $M$，故 $AM+MN$ 的值最小为 $AN=2\sqrt{13}$；设三棱锥 $S-ABC$ 的棱长为 $3a$，则在 $\triangle SAN$ 中，$\angle ASN=120^\circ$，$SA=3a$，$SN=a$，由余弦定理，$\cos\angle ASN=\frac{SA^2+SN^2-AN^2}{2SA\cdot SN}=-\frac{1}{2}$，解得 $a=2$，所以三棱锥 $S-ABC$ 的棱长为 6；将该四面体置于正方体中，可得正方体的外接球即为四面体的外接球，故四面体的外接球半径为 $\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times3\sqrt{2}=\frac{3\sqrt{6}}{2}$，外接球表面积 $S=4\pi R^2=54\pi$.

9. B 【解析】设 $\triangle ABC$ 的边长为 $a$，则 $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2=\sqrt{3}$，解得 $a=2$，设内切圆圆心为 $O$，$\overrightarrow{DM}\cdot\overrightarrow{DN}=(\overrightarrow{OM}-\overrightarrow{OD})\cdot(\overrightarrow{ON}-\overrightarrow{OD})=|\overrightarrow{OD}|^2-|\overrightarrow{OM}|^2=|\overrightarrow{OD}|^2-\frac{1}{3}$，可知当点 $D$ 在 $\triangle ABC$ 的顶点位置时，$|\overrightarrow{OD}|$ 有最大值，此时 $|\overrightarrow{OD}|=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，$\overrightarrow{DM}\cdot\overrightarrow{DN}=1$，故实数 $\lambda$ 的取值范围为 $[1,+\infty)$.

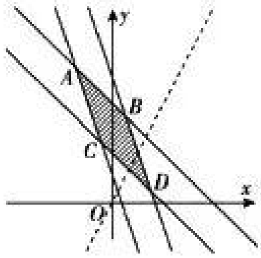
10. D 【解析】当 $x<0$ 时，$-x>0$，$f(-x)=e^{-x}+\ln(-x+1)-1=-f(x)$，同理，当 $x>0$ 时，$f(-x)=-f(x)$，且 $f(0)=0$，可知函数 $f(x)$ 为奇函数；因为 $y=e^x$，$y=\ln(x+1)$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调递增，故 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调递增，则 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，故 $f(e^x-1)+f(2e^{2x})\leqslant0\Leftrightarrow f(2e^{2x})\leqslant-f(e^x-1)\Leftrightarrow f(2e^{2x})\leqslant f(-e^x+1)\Leftrightarrow2e^{2x}+e^x-1\leqslant0\Leftrightarrow e^x\leqslant\frac{1}{2}\Leftrightarrow x\leqslant-\ln2$.

11. C 【解析】依题意，$f(x)=\sin^2\omega x+\sin\omega x\cos\omega x-1=\frac{\sin2\omega x-\cos2\omega x-1}{2}$；令 $f(x)=0$，即 $\sin2\omega x-\cos2\omega x-$

$1=0$，故 $\sin(2\omega x-\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}}{2}$，而 $x\in(0,\frac{2\pi}{3})$，故 $0<2\omega x<\frac{4\omega\pi}{3}$，$-\frac{\pi}{4}<2\omega x-\frac{\pi}{4}<\frac{4\omega\pi}{3}-\frac{\pi}{4}$，要使得函数 $f(x)$ 在 $(0,\frac{2\pi}{3})$ 上恰有 5 个零点，则方程 $\sin(2\omega x-\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}}{2}$ 在 $(0,\frac{2\pi}{3})$ 上有 5 个实数根，故 $\frac{17\pi}{4}<\frac{4\omega\pi}{3}-\frac{\pi}{4}\leqslant\frac{19\pi}{4}$，解得 $\frac{27}{8}<\omega\leqslant\frac{15}{4}$.

12. D 【解析】依题意，$a_{n+1}=(-1)^{n+1}a_n+3n-2$，故 $a_{2k+1}=-a_{2k}+6k-2(1)$，$a_{2k}=a_{2k-1}+6k-5(2)$，联立两式可得，$a_{2k+1}+a_{2k-1}=3(3)$，所以 $a_{2k+3}+a_{2k+1}=3(4)$，故 $a_{2k+3}=a_{2k-1}$，从而 $a_1=a_5=\cdots=a_{4k-3}$，$a_{2k}+a_{2k+1}=6k-2$，$a_{2k+2}=a_{2k+1}+6k+1$，$a_{2k}+a_{2k+2}=12k-1$；故 $S_{40}=\sum\limits_{k=1}^{20}(6k-2)=\frac{(4+118)\times20}{2}=1220$，故①②③正确.

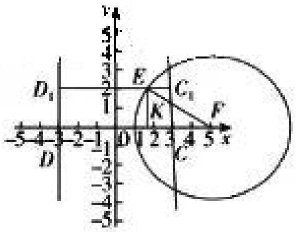
13. $\frac{5}{2}$ 【解析】作出不等式组所表示的平面区域如图中阴影部分所示；观察可知，当直线 $z=2x-y$ 过点 $D$ 时，$z$ 有最大值；联立 $\begin{cases}x+y=2\\3x+y=5\end{cases}$，解得 $\begin{cases}x=\frac{3}{2}\\y=\frac{1}{2}\end{cases}$，故 $z=2x-y$ 的最大值为 $\frac{5}{2}$.




14. $(2\sqrt{6},+\infty)$ 【解析】依题意，$2x^2+3>mx$，则 $2x+\frac{3}{x}>m$，而 $2x+\frac{3}{x}\geqslant2\sqrt{6}$，当且仅当 $x=\frac{\sqrt{6}}{2}$ 时等号成立，故 $m<2\sqrt{6}$；而 $p$ 是 $q$ 的充分不必要条件，即实数 $a$ 的取值范围为 $(2\sqrt{6},+\infty)$.

15. $[3e^3+6,+\infty)$ 【解析】依题意，$x\leqslant3$ 时，$f'(x)=3e^x+2x-m\leqslant0$，即 $3e^x+2x\leqslant m$ 恒成立；而 $y=3e^x+2x$ 在 $(-\infty,3]$ 上单调递增，故 $y_{max}=3e^3+6$，故实数 $m$ 的取值范围为 $[3e^3+6,+\infty)$.

16. $\frac{2\pi}{3}$ 【解析】依题意，$AB=BC=6$，$BB_1=2$；因为 $AD\perp$ 平面 $DCC_1D_1$，$CM\perp$ 平面 $DCC_1D_1$，$\angle AND=\angle CNM$；在 $Rt\triangle NDA$ 与 $Rt\triangle NCM$ 中，因为 $AD=6$，则 $MC=3$，故 $\tan\angle AND=\frac{AD}{ND}=\frac{MC}{NC}$，则 $\frac{6}{ND}=\frac{3}{NC}$，即 $ND=2NC$；在平面 $DCC_1D_1$ 中，以 $DC$ 所在直线为 $x$ 轴，$DC$ 的垂直平分线为 $y$ 轴建立平面直角坐标系，则 $D(-3,0)$，$C(3,0)$，$N(x,y)$，由 $ND=2NC$ 得，$\sqrt{(x+3)^2+y^2}=2\sqrt{(x-3)^2+y^2}$，整理可得：$x^2+y^2-10x+9=0$，即 $(x-5)^2+y^2=16$，故点 $N$ 的轨迹是以 $F(5,0)$ 为圆心，4 为半径的圆，设圆与 $C_1D_1$ 的交点为 $E$，作 $EK\perp x$ 轴于 $K$，$E(5-2\sqrt{3},2)$，$K(5-2\sqrt{3},0)$，则 $EK=2$，$KF=2\sqrt{3}$，$EF=4$，则 $\sin\angle EFK=\frac{EK}{EF}=\frac{1}{2}$，故 $\angle EFK=\frac{\pi}{6}$，故点 $N$ 的轨迹的长度为 $\alpha r=\frac{\pi}{6}\times4=\frac{2\pi}{3}$.




17. 【解析】(1)依题意，$S_{19}=19a_{10}=190$，解得 $a_{10}=10$，故 $a_1+9d=10$①.

而 $a_2=3a_4$，故 $a_1+d=3a_1+9d$，故 $a_1=-4d$②，

联立①②两式，解得 $a_1=-8$，$d=2$. ………………………………………………… 3 分

故 $a_n=2n-10$. ………………………………………………………………… 4 分

$S_n=\frac{(-8+2n-10)n}{2}=n^2-9n$；……………………………………………… 5 分

(2)依题意，$\frac{1}{(a_n-1)(a_n+1)}=\frac{1}{(2n-9)(2n-11)}=\frac{1}{2}(\frac{1}{2n-11}-\frac{1}{2n-9})$， ………………… 7 分

故 $T_n=\frac{1}{2}(\frac{1}{-9}-\frac{1}{-7}+\frac{1}{-7}-\frac{1}{-5}+\frac{1}{-5}-\frac{1}{-3}+\cdots+\frac{1}{2n-11}-\frac{1}{2n-9})=\frac{1}{2}(\frac{1}{-9}-\frac{1}{2n-9})=\frac{n}{9(9-2n)}$. ……

……………………………………………………………………………………… 10 分

18. 【解析】(1)取 $SD$ 的中点 $F$，连接 $CF$，$EF$；

$\because E,F$ 分别为 $SA$、$SD$ 的中点，$\therefore AD \parallel EF$ 且 $AD=2EF$；…… 1分

而 $AD \parallel BC$，$AB=BC$，$\angle ABC=90°$，故 $\angle CAD=\angle CDA=45°$，

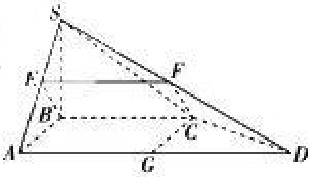
则 $AD=\sqrt{2}AC=2BC$；故 $BC \parallel EF$ 且 $BC=EF$；…… 3分

即四边形 $BCFE$ 为平行四边形，$CF \parallel BE$，…… 4分

又 $\because BE \not\subset$ 平面 $SCD$，$CF \subset$ 平面 $SCD$，

故 $BE \parallel$ 平面 $SCD$. …… 6分

(2)取 $AD$ 中点 $G$，连接 $CG$；




由题 $BC \parallel AG$ 且 $BC=AG=AB$，$\angle ABC=90°$，

所以四边形 $ABCG$ 为正方形，所以 $CG=AB=SB$，…… 7分

又 $\angle SBC=\angle CGD=90°$，$BC=\frac{1}{2}AD=DG$，故 $SC=CD$；…… 8分

又 $F$ 为 $SD$ 中点，故 $CF \perp SD$；…… 9分

又 $E$ 是 $SA$ 的中点，且 $SB=AB$，$\therefore BE \perp SA$；

$\because CF \parallel BE$，$\therefore CF \perp SA$，…… 10分

又 $SA \cap SD=S$，$SA \subset$ 平面 $SAD$，$SD \subset$ 平面 $SAD$，故 $CF \perp$ 平面 $SAD$，…… 11分

又 $CF \subset$ 平面 $SCD$，故平面 $SAD \perp$ 平面 $SCD$. …… 12分

19.【解析】(1)依题意，$(1-m)e^x+e^{-x}\geqslant 2$，故 $\frac{1}{e^{2x}}-\frac{2}{e^x}+1\geqslant m$，…… 1分

令 $\frac{1}{e^x}=t$，因为 $x\in[-\ln 2,\ln 2]$，故 $t\in[\frac{1}{2},2]$，…… 2分

则 $t^2-2t+1\geqslant m$，因为 $t\in[\frac{1}{2},2]$，故 $m\leqslant 0$，…… 4分

即实数 $m$ 的取值范围为 $(-\infty,0]$；…… 5分

(2)设 $f(x)=a(x+2)^2$，将 $y=2x+3$ 代入，有 $2x+3=ax^2+4ax+4a$，

即 $ax^2+(4a-2)x+4a-3=0$，$\Delta=(4a-2)^2-4a(4a-3)=0$，

解得 $a=1$，于是 $f(x)=x^2+4x+4$，…… 8分

$g(x)=\ln[f(x)-kx]=\ln[x^2+(4-k)x+4]$，

要使函数 $g(x)$ 在区间 $[2,+\infty)$ 上单调递增，

则必须满足 $\begin{cases}-\frac{4-k}{2}\leqslant 2\\ 2^2+(4-k)\times 2+4>0\end{cases}$，…… 10分

解得 $k<8$，故实数 $k$ 的取值范围为 $(-\infty,8)$. …… 12分

20.【解析】(1)依题意，$\sin^2 C+\sin^2 B-\sin^2 A=\sin B\sin C$，…… 2分

则 $b^2+c^2-a^2=bc$，故 $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{bc}{2bc}=\frac{1}{2}$；…… 4分

而 $A\in(0,\frac{\pi}{2})$，故 $A=\frac{\pi}{3}$；…… 5分

(2)由正弦定理，$\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=\frac{a}{\sin A}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$，

故 $b=\frac{4\sqrt{3}}{3}\sin B$，$c=\frac{4\sqrt{3}}{3}\sin C$，…… 6分

且 $B+C=\pi-A=\frac{2\pi}{3}$，

故 $b+c=\frac{4\sqrt{3}}{3}\sin B+\frac{4\sqrt{3}}{3}\sin C=\frac{4\sqrt{3}}{3}[\sin B+\sin(\frac{2\pi}{3}-B)]=4\sin(B+\frac{\pi}{6})$，…… 8分

又△$ABC$为锐角三角形，则$\begin{cases}0<B<\frac{\pi}{2}\\0<\frac{2\pi}{3}-B<\frac{\pi}{2}\end{cases}$，故 $B\in(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2})$，…………………………………… 9 分

故 $B+\frac{\pi}{6}\in(\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3})$，故 $\sin(B+\frac{\pi}{6})\in(\frac{\sqrt{3}}{2},1]$，…………………………………… 11 分

则 $4\sin(B+\frac{\pi}{6})\in(2\sqrt{3},4]$，故 $b+c$ 的取值范围为$(2\sqrt{3},4]$. …………………………………… 12 分

21.【解析】(1)证明：因为$\angle ABC=\angle BCD=90°$，故 $AB/\!/CD$， …………………………………… 1 分

又 $M$ 是线段 $CD$ 的中点，$AB=\frac{1}{2}CD$，∴$AB/\!/MD$ 且 $AB=MD$，

则四边形 $ABMD$ 为平行四边形，∴$BM/\!/AD$. …………………………………… 3 分

又 $AD\subset$平面 $SAD$，而 $BM\not\subset$平面 $SAD$，∴$BM/\!/$平面 $SAD$. …………………………………… 4 分

(2)由(1)$AB/\!/CM$ 且 $AB=CM$，又$\angle ABC=90°$，

故四边形 $ABCM$ 为矩形，所以 $AM\perp CM$，

连接 $SM$，由△$SCD$ 为等边三角形，得 $SM\perp CD$，

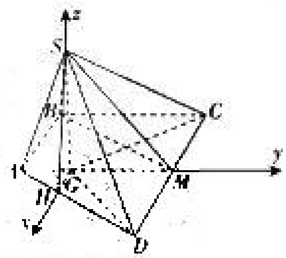
又 $AM\cap SM=M$，所以 $CD\perp$平面 $SAM$，

又 $CD\subset$平面 $ABCD$，所以平面 $SAM\perp$平面 $ABCD$，

所以点 $S$ 在平面 $ABCD$ 内的射影 $G$ 在线段 $AM$ 上， …………………………………… 5 分

如图，连接 $SG$，以 $G$ 点为坐标原点，$\overrightarrow{GS}$为 $z$ 轴，$\overrightarrow{GM}$为 $y$ 轴，

过 $G$ 点作平行于 $DC$ 的向量$\overrightarrow{GH}$为 $x$ 轴，




建立如图所示的空间直角坐标系. …………………………………… 6 分

设 $BC=2a$，由△$SAD\cong$△$MDA$ 得 $SA=DM=a$，

又 $SM=\sqrt{3}a$，$AM=2a$ 得△$ASM$ 为直角三角形且 $SG=\frac{\sqrt{3}}{2}a$，$AG=\frac{a}{2}$，

所以 $G(0,0,0)$，$S(0,0,\frac{\sqrt{3}}{2}a)$，$C(-a,\frac{3a}{2},0)$，$D(a,\frac{3a}{2},0)$，$A(0,-\frac{a}{2},0)$. ………

…………………………………… 7 分

又平面 $ABCD$ 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(0,0,1)$， …………………………………… 8 分

设平面 $SAD$ 的一个法向量为 $\boldsymbol{m}=(x,y,z)$，$\overrightarrow{AD}=(a,2a,0)$，$\overrightarrow{DS}=(-a,-\frac{3}{2}a,\frac{\sqrt{3}}{2}a)$，

则$\begin{cases}\overrightarrow{AD}\cdot\boldsymbol{m}=0\\\overrightarrow{DS}\cdot\boldsymbol{m}=0\end{cases}$，即$\begin{cases}ax+2ay=0\\-ax-\frac{3}{2}ay+\frac{\sqrt{3}}{2}az=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}z=-\frac{\sqrt{3}}{3}y\\x=-2y\end{cases}$，

令 $y=1$，所以 $\boldsymbol{m}=(-2,1,-\frac{\sqrt{3}}{3})$， …………………………………… 10 分

所以$|\cos\theta|=|\frac{\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{m}}{|\boldsymbol{n}|\cdot|\boldsymbol{m}|}|=|\frac{-\frac{\sqrt{3}}{3}}{\sqrt{4+1+\frac{1}{3}}}|=\frac{1}{4}$， …………………………………… 11 分

所以二面角 $S-AD-C$ 的余弦值为$\frac{1}{4}$. …………………………………… 12 分

22.【解析】(1)依题意，$f'(x)=4e^{2x}-2me^x-6m^2=2(2e^{2x}-me^x-3m^2)=2(2e^x-3m)(e^x+m)$， ………… 1 分

若 $m=0$，则$f'(x)>0$，此时函数 $f(x)$在$(-\infty,+\infty)$上单调递增； …………………………………… 2 分

若 $m<0$，则 $2e^x-3m>0$，令$f'(x)=0$，解得 $x=\ln(-m)$，

故当 $x\in(-\infty,\ln(-m))$时，$f'(x)<0$，当 $x\in(\ln(-m),+\infty)$时，$f'(x)>0$，

故函数 $f(x)$在$(-\infty,\ln(-m))$上单调递减，在$(\ln(-m),+\infty)$上单调递增； ………………………… 4 分

若 $m>0$，则 $e^x+m>0$，令 $f'(x)=0$，解得 $x=\ln\frac{3m}{2}$，

故当 $x\in(-\infty,\ln\frac{3m}{2})$ 时，$f'(x)<0$，当 $x\in(\ln\frac{3m}{2},+\infty)$ 时，$f'(x)>0$，

故函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,\ln\frac{3m}{2})$ 上单调递减，在 $(\ln\frac{3m}{2},+\infty)$ 上单调递增；…………………………………… 6 分

(2)方法一：依题意，$m^2-2(e^x+\ln x)m+2e^{2x}+2(\ln x)^2-k^2\geqslant 0$ 在 $x\in(0,+\infty)$ 上恒成立，

设 $H(x)=e^x+\ln x$，则 $H'(x)=e^x+\frac{1}{x}>0$，所以 $H(x)$ 单调递增，

又因为 $H(e^{m-1})=e^{e^{m-1}}+m-1>m$，且 $H(e^{m-e^{m-1}})=e^{e^{m-e^{m-1}}}+m-e^{m-1}<m$，

所以存在 $x_1\in(e^{m-e^{m-1}},e^{m-1})$，使得 $H(x_1)=e^{x_1}+\ln x_1=m$，………………………………………………… 7 分

设 $F(m)=m^2-2(e^x+\ln x)m+2e^{2x}+2(\ln x)^2-k^2$，

则 $F(m)_{\min}=F(e^{x_1}+\ln x_1)=(e^{x_1}-\ln x_1)^2-k^2$，……………………………………………………………… 8 分

设 $G(x)=e^x-\ln x$，则 $G'(x)=e^x-\frac{1}{x}$，$G''(x)=e^x+\frac{1}{x^2}$，

所以 $G'(x)$ 单调递增，因为 $G'(\frac{1}{2})=\sqrt{e}-2<0$，$G'(1)=e-1>0$，

所以存在 $x_0\in(\frac{1}{2},1)$，使得 $G'(x_0)=0$，即 $e^{x_0}=\frac{1}{x_0}$，

且当 $x\in(0,x_0)$ 时，$G'(x)<0$，当 $x\in(x_0,+\infty)$ 时，$G'(x)>0$，

所以 $G(x)$ 在 $(0,x_0)$ 上单调递减，在 $(x_0,+\infty)$ 上单调递增，

所以 $G(x)_{\min}=G(x_0)=e^{x_0}-\ln x_0=x_0+\frac{1}{x_0}$，………………………………………………………… 10 分

因为 $x_1\in(\frac{1}{2},1)$，所以 $G(x_1)=x_1+\frac{1}{x_1}\in(2,\frac{5}{2})$，

又由题意可知 $(G(x))^2-k^2\geqslant 0$ 恒成立，所以 $k^2\leqslant(G(x)_{\min})^2$，

所以正整数 $k$ 的取值集合为 $\{1,2\}$．……………………………………………………………………………… 12 分

方法二：原不等式等价于：$m^2-2(e^x+\ln x)m+2e^{2x}+2(\ln x)^2-k^2\geqslant 0$，

因为 $m\in\mathbf{R}$ 时恒成立，所以 $\Delta=4(e^x+\ln x)^2-4[2e^{2x}+2(\ln x)^2-k^2]\leqslant 0$，

即 $(e^x)^2-2e^x\cdot\ln x+(\ln x)^2\geqslant k^2$，即 $(e^x-\ln x)^2\geqslant k^2$，…………………………………………… 9 分

令 $g(x)=e^x-\ln x$，则 $g'(x)=e^x-\frac{1}{x}$，则 $g'(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，

且 $g'(\frac{1}{2})=\sqrt{e}-2<0$，$g'(1)=e-1>0$，即 $\exists x_0\in(\frac{1}{2},1)$，使得 $g'(x_0)=0$，即 $e^{x_0}=\frac{1}{x_0}$，

当 $x\in(x,x_0)$ 时，$g'(x)<0$，当 $x\in(x_0,+\infty)$ 时，$g'(x)>0$，

所以 $g(x)$ 在 $(0,x_0)$ 上单调递减，在 $(x_0,+\infty)$ 上单调递增．

所以 $g(x)\geqslant g(x_0)=e^{x_0}-\ln x_0=\frac{1}{x_0}+x_0$，而 $\frac{1}{x_0}+x_0\in(2,\frac{5}{2})$，所以 $k^2\leqslant 4$，即 $k\leqslant 2$ 且 $k\in\mathbf{N}^*$，

所以正整数 $k$ 的取值集合为 $\{1,2\}$．……………………………………………………………………………… 12 分

# 关于我们

**自主选拔在线**（原自主招生在线）创办于 2014 年，历史可追溯至 2008 年，隶属北京太星网络科技有限公司，是专注于**中国拔尖人才培养**的升学咨询在线服务平台。主营业务涵盖：新高考、学科竞赛、强基计划、综合评价、三位一体、高中生涯规划、志愿填报等。

自主选拔在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户达百万量级，网站年度流量超 1 亿量级。用户群体涵盖全国 31 省市，全国超 95%以上的重点中学老师、家长及考生，更有许多重点高校招办老师关注，行业影响力首屈一指。

自主选拔在线平台一直秉承“专业、专注、有态度”的创办理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供中学拔尖人才培养咨询服务，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和全国数百所重点中学达成深度战略合作，累计举办线上线下升学公益讲座千余场，直接或间接帮助数百万考生顺利通过强基计划（自主招生）、综合评价和高考，进入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力，2019 年荣获央广网“年度口碑影响力在线教育品牌”。

未来，自主选拔在线将立足于全国新高考改革，全面整合高校、中学及教育机构等资源，依托在线教育模式，致力于打造更加全面、专业的**新高考拔尖人才培养**服务平台。