2020 年高考全国 I 卷文数真题+答案

全国 I 卷适用地区：河南、河北、山西、江西、湖北、湖南、广东、安徽、福建

2020 年普通高等学校招生全国统一考试

文科数学

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

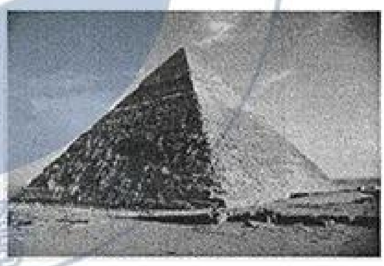
1．已知集合 $A=\{x|x^2-3x-4<0\}$，$B=\{-4,1,3,5\}$，则 $A\cap B=$

A．$\{-4,1\}$　　B．$\{1,5\}$　　C．$\{3,5\}$　　D．$\{1,3\}$

2．若 $z=1+2i+i^3$，则 $|z|=$

A．0　　B．1　　C．$\sqrt{2}$　　D．2

3．埃及胡夫金字塔是古代世界建筑奇迹之一，它的形状可视为一个正四棱锥．以该四棱锥的高为边长的正方形面积等于该四棱锥一个侧面三角形的面积，则其侧面三角形底边上的高与底面正方形的边长的比值为



A．$\dfrac{\sqrt{5}-1}{4}$

B．$\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$

C．$\dfrac{\sqrt{5}+1}{4}$

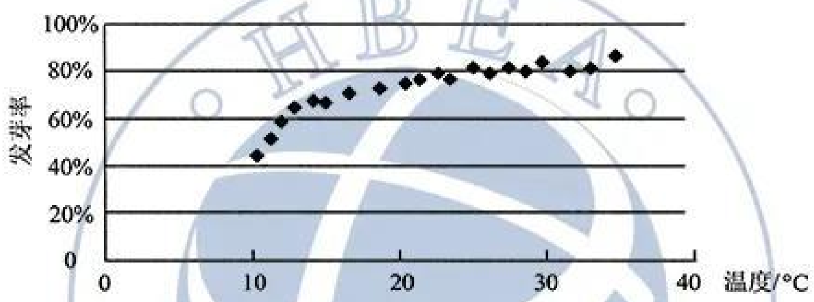
D．$\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$

4．设 O 为正方形 $ABCD$ 的中心，在 O，A，B，C，D 中任取3点，则取到的3点共线的概率为

A．$\dfrac{1}{5}$　　B．$\dfrac{2}{5}$　　C．$\dfrac{1}{2}$　　D．$\dfrac{4}{5}$

文科数学试题第 1 页（共 5 页）

5. 某校一个课外学习小组为研究某作物种子的发芽率 y 和温度 x（单位：°C）的关系，在 20 个不同的温度条件下进行种子发芽实验，由实验数据 (x_i, y_i) $(i=1,2,\cdots,20)$ 得到下面的散点图：



由此散点图，在 10°C 至 40°C 之间，下面四个回归方程类型中最适宜作为发芽率 y 和温度 x 的回归方程类型的是

A．$y=a+bx$　　B．$y=a+bx^2$　　C．$y=a+be^x$　　D．$y=a+b\ln x$

6. 已知圆 $x^2+y^2-6x=0$，过点 $(1,2)$ 的直线被该圆所截得的弦的长度的最小值为

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

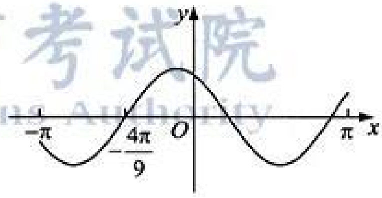
7. 设函数 $f(x)=\cos(\omega x+\frac{\pi}{6})$ 在 $[-\pi,\pi]$ 的图像大致如下图，则 $f(x)$ 的最小正周期为

A．$\frac{10\pi}{9}$

B．$\frac{7\pi}{6}$

C．$\frac{4\pi}{3}$

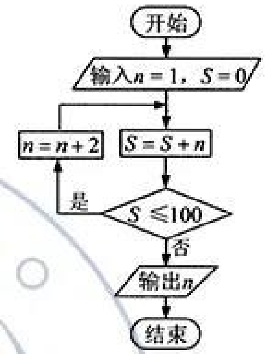
D．$\frac{3\pi}{2}$



8. 设 $a\log_3 4=2$，则 $4^{-a}=$

A．$\frac{1}{16}$　　B．$\frac{1}{9}$　　C．$\frac{1}{8}$　　D．$\frac{1}{6}$

9．执行右面的程序框图，则输出的 $n=$



A．17

B．19

C．21

D．23

10．设 $\{a_n\}$ 是等比数列，且 $a_1+a_2+a_3=1$，$a_2+a_3+a_4=2$，则 $a_6+a_7+a_8=$

A．12　　B．24　　C．30　　D．32

11．设 F_1，F_2 是双曲线 C：$x^2-\dfrac{y^2}{3}=1$ 的两个焦点，O 为坐标原点，点 P 在 C 上且 $|OP|=2$，则 $\triangle PF_1F_2$ 的面积为

A．$\dfrac{7}{2}$　　B．3　　C．$\dfrac{5}{2}$　　D．2

12．已知 A，B，C 为球 O 的球面上的三个点，$\odot O_1$ 为 $\triangle ABC$ 的外接圆．若 $\odot O_1$ 的面积为 4π，$AB=BC=AC=OO_1$，则球 O 的表面积为

A．64π　　B．48π　　C．36π　　D．32π

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．若 x，y 满足约束条件 $\begin{cases}2x+y-2\leqslant 0,\\ x-y-1\geqslant 0,\\ y+1\geqslant 0,\end{cases}$ 则 $z=x+7y$ 的最大值为________．

14．设向量 $\boldsymbol{a}=(1,-1)$，$\boldsymbol{b}=(m+1,2m-4)$，若 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，则 $m=$________．

15．曲线 $y=\ln x+x+1$ 的一条切线的斜率为 2，则该切线的方程为________．

16．数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+2}+(-1)^n a_n=3n-1$，前 16 项和为 540，则 $a_1=$________．

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共 60 分。

17.（12 分）

某厂接受了一项加工业务，加工出来的产品（单位：件）按标准分为 A，B，C，D 四个等级．加工业务约定：对于 A 级品、B 级品、C 级品，厂家每件分别收取加工费 90 元，50 元，20 元；对于 D 级品，厂家每件要赔偿原料损失费 50 元．该厂有甲、乙两个分厂可承接加工业务．甲分厂加工成本费为 25 元/件，乙分厂加工成本费为 20 元/件．厂家为决定由哪个分厂承接加工业务，在两个分厂各试加工了 100 件这种产品，并统计了这些产品的等级，整理如下：

甲分厂产品等级的频数分布表

等级	A	B	C	D
频数	40	20	20	20

乙分厂产品等级的频数分布表

等级	A	B	C	D
频数	28	17	34	21

（1）分别估计甲、乙两分厂加工出来的一件产品为 A 级品的概率；

（2）分别求甲、乙两分厂加工出来的 100 件产品的平均利润，以平均利润为依据，厂家应选哪个分厂承接加工业务？

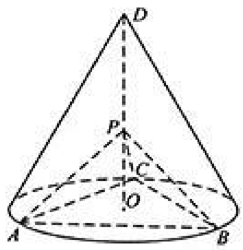
18.（12 分）

$\triangle ABC$ 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c．已知 $B=150°$．

（1）若 $a=\sqrt{3}c$，$b=2\sqrt{7}$，求 $\triangle ABC$ 的面积；

（2）若 $\sin A+\sqrt{3}\sin C=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，求 C．

19.（12 分）



如图，D 为圆锥的顶点，O 是圆锥底面的圆心，$\triangle ABC$ 是底面的内接正三角形，P 为 DO 上一点，$\angle APC=90°$．

（1）证明：平面 $PAB\perp$ 平面 PAC；

（2）设 $DO=\sqrt{2}$，圆锥的侧面积为 $\sqrt{3}\pi$，求三棱锥 $P-ABC$ 的体积．

20.（12 分）

已知函数 $f(x)=e^x-a(x+2)$.

（1）当 $a=1$ 时，讨论 $f(x)$ 的单调性；

（2）若 $f(x)$ 有两个零点，求 a 的取值范围.

21.（12 分）

已知 A，B 分别为椭圆 E: $\frac{x^2}{a^2}+y^2=1\ (a>1)$ 的左、右顶点，G 为 E 的上顶点，$\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{GB}=8$，$P$ 为直线 $x=6$ 上的动点，PA 与 E 的另一交点为 C，PB 与 E 的另一交点为 D.

（1）求 E 的方程；

（2）证明：直线 CD 过定点.

（二）选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22.［选修 4—4：坐标系与参数方程］（10 分）

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=\cos^k t,\\ y=\sin^k t\end{cases}$（$t$ 为参数）．以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为

$$4\rho\cos\theta-16\rho\sin\theta+3=0.$$

（1）当 $k=1$ 时，C_1 是什么曲线？

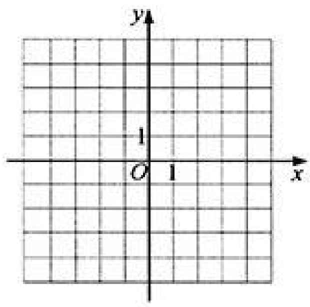
（2）当 $k=4$ 时，求 C_1 与 C_2 的公共点的直角坐标.

23.［选修 4—5：不等式选讲］（10 分）

已知函数 $f(x)=|3x+1|-2|x-1|$.

（1）画出 $y=f(x)$ 的图像；

（2）求不等式 $f(x)>f(x+1)$ 的解集.



文科数学试题第 5 页（共 5 页）

2020年普通高等学校招生全国统一考试

文科数学试题参考答案

一、选择题

1. D　2. C　3. C　4. A　5. D　6. B
7. C　8. B　9. C　10. D　11. B　12. A

二、填空题

13. 1　14. 5　15. $y=2x$　16. 7

三、解答题

17. 解：

（1）由试加工产品等级的频数分布表知，

甲分厂加工出来的一件产品为A级品的概率的估计值为 $\frac{40}{100}=0.4$；

乙分厂加工出来的一件产品为A级品的概率的估计值为 $\frac{28}{100}=0.28$．

（2）由数据知甲分厂加工出来的100件产品利润的频数分布表为

利润	65	25	−5	−75
频数	40	20	20	20

因此甲分厂加工出来的100件产品的平均利润为

$$\frac{65\times40+25\times20-5\times20-75\times20}{100}=15.$$

由数据知乙分厂加工出来的100件产品利润的频数分布表为

利润	70	30	0	−70
频数	28	17	34	21

因此乙分厂加工出来的100件产品的平均利润为

$$\frac{70\times28+30\times17+0\times34-70\times21}{100}=10.$$

比较甲、乙两分厂加工的产品的平均利润，应选甲分厂承接加工业务．

18. 解：

（1）由题设及余弦定理得 $28=3c^2+c^2-2\times\sqrt{3}c^2\times\cos150°$．

解得 $c=-2$（舍去），$c=2$，从而 $a=2\sqrt{3}$．

$\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times2\times\sin150°=\sqrt{3}$．

（2）在 $\triangle ABC$ 中，$A=180°-B-C=30°-C$，所以

$$\sin A+\sqrt{3}\sin C=\sin(30°-C)+\sqrt{3}\sin C=\sin(30°+C).$$

故 $\sin(30°+C)=\frac{\sqrt{2}}{2}$．

而 $0°<C<30°$，所以 $30°+C=45°$，故 $C=15°$．

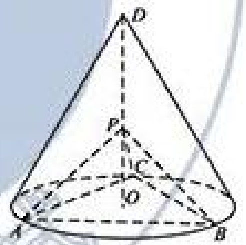
19. 解：

（1）由题设可知，$PA=PB=PC$．

由于 $\triangle ABC$ 是正三角形，故可得 $\triangle PAC\cong\triangle PAB$，$\triangle PAC\cong\triangle PBC$．

又 $\angle APC=90°$，故 $\angle APB=90°$，$\angle BPC=90°$．

从而 $PB\perp PA$，$PB\perp PC$，故 $PB\perp$ 平面 PAC，所以平面 $PAB\perp$ 平面 PAC．



（2）设圆锥的底面半径为 r，母线长为 l．

由题设可得 $rl=\sqrt{3}$，$l^2-r^2=2$．

解得 $r=1$，$l=\sqrt{3}$．

从而 $AB=\sqrt{3}$．由（1）可得 $PA^2+PB^2=AB^2$，故 $PA=PB=PC=\frac{\sqrt{6}}{2}$．

所以三棱锥 $P-ABC$ 的体积为

$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times PA\times PB\times PC=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times(\frac{\sqrt{6}}{2})^3=\frac{\sqrt{6}}{8}$．

20. 解：

（1）当 $a=1$ 时，$f(x)=e^x-x-2$，则 $f'(x)=e^x-1$．

当 $x<0$ 时，$f'(x)<0$；当 $x>0$ 时，$f'(x)>0$．

所以 $f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 单调递减，在 $(0,+\infty)$ 单调递增．

（2）$f'(x)=e^x-a$．

当$a\leqslant 0$时，$f'(x)>0$，所以$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$单调递增，故$f(x)$至多存在1个零点，不合题意．

当$a>0$时，由$f'(x)=0$可得$x=\ln a$．当$x\in(-\infty,\ln a)$时，$f'(x)<0$；当$x\in(\ln a,+\infty)$时，$f'(x)>0$．所以$f(x)$在$(-\infty,\ln a)$单调递减，在$(\ln a,+\infty)$单调递增，故当$x=\ln a$时，$f(x)$取得最小值，最小值为$f(\ln a)=-a(1+\ln a)$．

（i）若$0<a\leqslant\frac{1}{e}$，则$f(\ln a)\geqslant 0$，$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$至多存在1个零点，不合题意．

（ii）若$a>\frac{1}{e}$，则$f(\ln a)<0$．

由于$f(-2)=e^{-2}>0$，所以$f(x)$在$(-\infty,\ln a)$存在唯一零点．

由（1）知，当$x>2$时，$e^x-x-2>0$，所以当$x>4$且$x>2\ln(2a)$时，

$$\begin{aligned}f(x)&=e^{\frac{x}{2}}\cdot e^{\frac{x}{2}}-a(x+2)\\&>e^{\ln(2a)}\cdot(\frac{x}{2}+2)-a(x+2)\\&=2a\\&>0.\end{aligned}$$

故$f(x)$在$(\ln a,+\infty)$存在唯一零点．从而$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$有两个零点．

综上，a的取值范围是$(\frac{1}{e},+\infty)$．

21．解：

（1）由题设得$A(-a,0)$，$B(a,0)$，$G(0,1)$．

则$\overrightarrow{AG}=(a,1)$，$\overrightarrow{GB}=(a,-1)$．由$\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{GB}=8$得$a^2-1=8$，即$a=3$．

所以E的方程为$\frac{x^2}{9}+y^2=1$．

（2）设$C(x_1,y_1)$，$D(x_2,y_2)$，$P(6,t)$．

若$t\neq 0$，设直线CD的方程为$x=my+n$，由题意可知$-3<n<3$．

由于直线PA的方程为$y=\frac{t}{9}(x+3)$，所以$y_1=\frac{t}{9}(x_1+3)$．

直线PB的方程为$y=\frac{t}{3}(x-3)$，所以$y_2=\frac{t}{3}(x_2-3)$．

可得$3y_1(x_2-3)=y_2(x_1+3)$．

由于$\frac{x_2^2}{9}+y_2^2=1$，故$y_2^2=-\frac{(x_2+3)(x_2-3)}{9}$，可得$27y_1y_2=-(x_1+3)(x_2+3)$，即

$$(27+m^2)y_1y_2+m(n+3)(y_1+y_2)+(n+3)^2=0. \qquad ①$$

将$x=my+n$代入$\frac{x^2}{9}+y^2=1$得

$$(m^2+9)y^2+2mny+n^2-9=0.$$

所以$y_1+y_2=-\frac{2mn}{m^2+9}$，$y_1y_2=\frac{n^2-9}{m^2+9}$．

代入①式得$(27+m^2)(n^2-9)-2m(n+3)mn+(n+3)^2(m^2+9)=0$．

解得$n=-3$（舍去），$n=\frac{3}{2}$．

故直线CD的方程为$x=my+\frac{3}{2}$，即直线CD过定点$(\frac{3}{2},0)$．

若$t=0$，则直线CD的方程为$y=0$，过点$(\frac{3}{2},0)$．

综上，直线CD过定点$(\frac{3}{2},0)$．

22．解：

（1）当$k=1$时，$C_1:\begin{cases}x=\cos t,\\ y=\sin t,\end{cases}$消去参数$t$得$x^2+y^2=1$，故曲线$C_1$是圆心为坐标原点，半径为1的圆．

（2）当$k=4$时，$C_1:\begin{cases}x=\cos^4 t,\\ y=\sin^4 t,\end{cases}$消去参数$t$得$C_1$的直角坐标方程为$\sqrt{x}+\sqrt{y}=1$．

C_2的直角坐标方程为$4x-16y+3=0$．

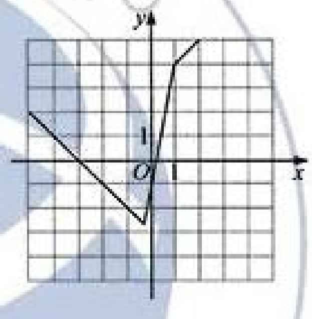
由$\begin{cases}\sqrt{x}+\sqrt{y}=1,\\ 4x-16y+3=0\end{cases}$ 解得$\begin{cases}x=\dfrac{1}{4},\\ y=\dfrac{1}{4}.\end{cases}$

故C_1与C_2的公共点的直角坐标为$(\frac{1}{4},\frac{1}{4})$.

23．解：

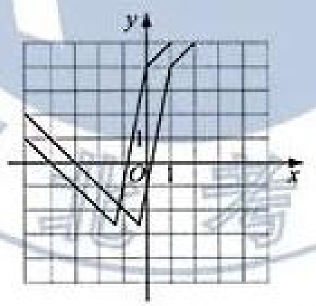
（1）由题设知

$$f(x)=\begin{cases}-x-3, & x\leqslant-\frac{1}{3},\\ 5x-1, & -\frac{1}{3}<x\leqslant 1,\\ x+3, & x>1.\end{cases}$$



$y=f(x)$的图像如图所示.

（2）函数$y=f(x)$的图像向左平移1个单位长度后得到函数$y=f(x+1)$的图像.



$y=f(x)$的图像与$y=f(x+1)$的图像的交点坐标为$(-\frac{7}{6},-\frac{11}{6})$.

由图像可知当且仅当$x<-\frac{7}{6}$时，$y=f(x)$的图像在$y=f(x+1)$的图像上方.

故不等式$f(x)>f(x+1)$的解集为$(-\infty,-\frac{7}{6})$.

关于我们

自主招生在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（http://www.zizzs.com/）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

关注后获取更多资料：

1、回复“**2020 高考真题**”即可下载 2020 年全国高考真题及答案

2、回复“**百问百答**”,即可获取《强基计划政策百问百答》