

汉中市 2023 届高三年级教学质量第一次检测考试

数学（文科）

（命题学校：勉县武侯中学）

本试卷共 23 小题，共 150 分，共 4 页。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

注意事项：

1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚，将条形码准确粘贴在条形码区域内。
2. 选择题必须使用 2B 铅笔填涂；非选择题必须使用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。
3. 请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效。
4. 作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。
5. 保持卡面清洁，不要折叠、不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

第 I 卷（选择题 共 60 分）

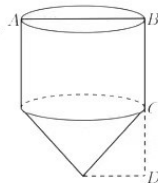
一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | y = \lg(x-2)\}$ ， $B = \{x | x^2 - 5x + 4 < 0\}$ ，则 $A \cap B =$ ()
A. $\{x | 1 < x < 2\}$ B. $\{x | 1 < x \leq 2\}$ C. $\{x | 2 < x < 4\}$ D. $\{x | 2 < x \leq 4\}$
2. 在复平面内，复数 $\frac{i}{1+i}$ 对应的点位于 ()
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
3. “ $\frac{1}{a} > \frac{1}{b} > 0$ ” 是 “ $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} > 2$ ” 的 ()
A. 充要条件 B. 必要不充分条件 C. 充分不必要条件 D. 既不充分也不必要条件
4. 设函数 $f(x) = e^x - e^{-x}$ ，则 $f(x)$ ()
A. 是奇函数，且在 $(-\infty, +\infty)$ 单调递增 B. 是奇函数，且在 $(-\infty, +\infty)$ 单调递减
C. 是偶函数，且在 $(-\infty, +\infty)$ 单调递增 D. 是偶函数，且在 $(-\infty, +\infty)$ 单调递减
5. 已知不同平面 α, β, γ ，不同直线 m 和 n ，则下列命题中正确的是 ()
A. 若 $m \perp \alpha, m \perp \beta$ ，则 $\alpha \parallel \beta$ B. 若 $\alpha \perp \gamma, \beta \perp \gamma$ ，则 $\alpha \perp \beta$
C. 若 $m \perp n, m \perp \alpha$ ，则 $n \parallel \alpha$ D. 若 $m \parallel \alpha, n \parallel \alpha$ 则 $m \parallel n$
6. 已知角 α 的终边在第三象限，且 $\tan \alpha = 2$ ，则 $\sin \alpha - \cos \alpha =$ ()
A. -1 B. 1 C. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$
7. 已知半径为 r 的圆 C 经过点 $p(2,0)$ ，且与直线 $x = -2$ 相切，则其圆心到直线 $x - y + 4 = 0$ 距离的最小值为 ()

文科数学 第 1 页 共 4 页

- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. 2 D. $2\sqrt{2}$

8. 民间娱乐健身工具陀螺起源于我国, 最早出土的石制陀螺是在山西夏县发现的新石器时代遗址. 如图所示的是一个陀螺的立体结构图. 已知底面圆的直径 $AB = 16\text{cm}$, 圆柱体部分的高 $BC = 8\text{cm}$, 圆锥体部分的高 $CD = 6\text{cm}$, 则这个陀螺的表面积是 ()



- A. $192\pi\text{cm}^2$ B. $252\pi\text{cm}^2$ C. $272\pi\text{cm}^2$ D. $336\pi\text{cm}^2$

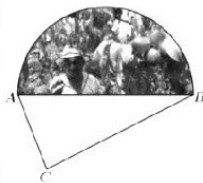
9. 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{a^2 + b^2 - c^2}{4\sqrt{3}}$ 则角 $C = ()$

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{6}$

10. 对于实数 m , 规定 $[m]$ 表示不大于 m 的最大整数, 那么不等式 $4[m]^2 - 12[m] + 5 < 0$ 成立的 m 的取值范围是 ()

- A. $(\frac{1}{2}, \frac{5}{2})$ B. $(1, 3]$ C. $[1, 3]$ D. $[1, 3)$

11. 图上半部分为一个油桃园, 每年油桃成熟时, 园主都要雇佣人工采摘, 然后沿两条路径将采摘好的油桃迅速地运送到水果集散地 C 处销售. 路径 1: 先将油桃集中到 A 处, 再沿公路 AC 运送; 路径 2: 先将油桃集中到 B 处, 再沿公路 BC 运送. 已知 $AC = 3\text{km}$, $BC = 4\text{km}$. 为了减少运送时间, 园主在油桃园中画定了一条界线, 使得位于界线一侧的采摘工按路径 1 运送路程较近, 另一侧的采摘工按路径 2 运送路程较近. 若这条界线是曲线 E 的一部分, 则曲线 E 为 ()



- A. 圆 B. 椭圆 C. 双曲线 D. 抛物线

12. 若函数 $f(x) = |\log_2 x| - 3^{-x}$ 的两个零点分别是 m, n , 则 ()

- A. $0 < m \cdot n < 1$ B. $m \cdot n > 1$ C. $m \cdot n = 1$ D. 无法判断

第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知向量 $\vec{a} = (1, t)$, $\vec{b} = (3, 9)$, 若 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 则 $t =$ _____.

14. 已知某射击运动员, 每次击中目标的概率都是 0.6. 现采用随机模拟的方法计算该运动员射击 4 次至少击中 3 次的概率: 先由计算器算出 0 到 9 之间取整数值的随机数, 指定 0, 1, 2, 3 表示没有击中目标, 4, 5, 6, 7, 8, 9 表示击中目标. 因为射击 4 次, 故以每 4 个随机数为一组, 代表射击 4 次的结果. 经随机模拟产生了如下 20 组随机数:

5727 0623 7140 9857 6347 4379 8636 6013 1417 4698

0371 6843 2676 8012 6011 3661 9597 7424 6710 4203

据此估计, 该射击运动员射击 4 次至少击中 3 次的概率为 _____.

15. 已知曲线 $f(x) = a(x+1) - e^x$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线与直线 $x - 2y + 3 = 0$ 垂直, 则实数 a 的值为 _____.

16. 若三角形内切圆的半径为 r , 三边长分别为 a, b, c , 则三角形的面积 $S = \frac{1}{2}r(a+b+c)$, 由类比推理的方法, 若一个四面体的内切球的半径为 R , 四个面的面积分别为 S_1, S_2, S_3, S_4 , 则四面体的体积 $V =$ _____.

三、解答题：共 70 分。解答题写出文字说明、证明过程和演算步骤。第 17~21 题是必考题，每个考生都必须作答。第 22、23 题是选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 是公差为 $\frac{1}{2}$ 的等差数列，数列 $\{b_n\}$ 是首项为 1 的等差数列，已知

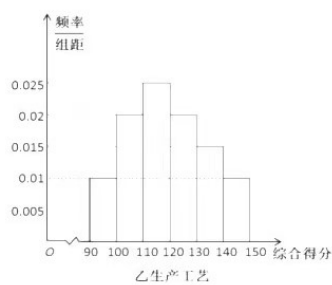
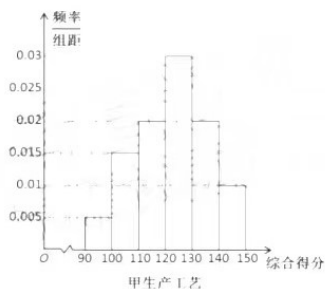
$$a_2 - b_3 = a_4 - b_4.$$

(1) 求 b_n ；

(2) 求数列 $\left\{\frac{1}{b_n b_{n+1}}\right\}$ 的前 n 项和 T_n 。

18. (本小题满分 12 分)

某企业为响应国家在《“十四五”工业绿色发展规划》中提出的“推动绿色发展，促进人与自然和谐共生”的号召，推进产业结构高端化转型，决定开始投入生产某新能源配件。该企业初步用甲、乙两种工艺进行试产，为了解两种工艺生产新能源配件的质量情况，从两种工艺生产的产品中分别随机抽取了 100 件进行质量检测，得到下图所示的频率分布直方图，规定：质量等级包含合格和优等两个等级，综合得分在 $[90, 120)$ 的是合格品，得分在 $[120, 150]$ 的是优等品。



(1) 通过计算，比较甲、乙两种工艺生产的配件的综合平均得分哪个更高？(同一组中的数据用该组区间的中点值作代表)

(2) 根据频率分布直方图完成下面的 2×2 列联表，并判断是否有 95% 的把握认为新能源配件的质量等级与生产工艺有关？

	合格品	优等品	合计
甲生产工艺			
乙生产工艺			
总 计			

附： $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ ，其中 $n = a+b+c+d$ 。

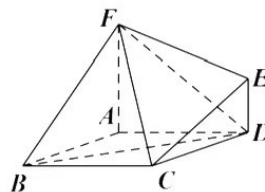
$P(K^2 \geq k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

19. (本小题满分 12 分)

如图, 多面体 $ABCDEF$ 中, 四边形 $ABCD$ 为菱形,
 $\angle ABC = 60^\circ$, $FA \perp$ 平面 $ABCD$, $FA \parallel ED$, 且
 $AB = FA = 2ED = 2$.

(1) 求证: $BD \perp FC$;

(2) 求点 A 到平面 FBD 的距离.



19 题图

20. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的焦距为 $2\sqrt{3}$, 设椭圆的上顶点为 B , 左右焦点分别为 F_1, F_2 , 且 $\triangle F_1BF_2$ 是顶角为 120° 的等腰三角形.

(1) 求椭圆 C 的标准方程;

(2) 已知 M, N 是椭圆 C 上的两点, 以椭圆中心 O 为圆心的圆的半径为 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$, 且直线 MN 与此圆相切. 证明: 以 MN 为直径的圆过定点 O .

21. (本小题满分 12 分)

已知 $f(x) = x - a(\ln x + 1)$

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 对 $\forall x \in (0, +\infty)$, 使得 $f(x) > a^2 - a$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

(二) 选考题: 共 10 分. 考生从 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分. 作答时用 2B 铅笔在答题卡上将所选题目对应的题号涂黑.

22. (本小题满分 10 分) 【选修 4-4: 坐标系与参数方程】

在直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = -1 + \frac{1}{2}t \\ y = \frac{\sqrt{3}}{2}t \end{cases}$, (t 为参数), 以坐标原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho = 2\sin \theta$.

(1) 求曲线 C 的直角坐标方程, 并化为标准方程;

(2) 已知点 P 的极坐标为 $(1, \pi)$, l 与曲线 C 交于 A, B 两点, 求 $(\sqrt{|PA|} + \sqrt{|PB|})^2$ 的值.

23. (本小题满分 10 分) 【选修 4-5: 不等式选讲】

已知函数 $f(x) = |x-1| + |x+a|$.

(1) 当 $a=1$ 时, 求不等式 $f(x) > 3$ 的解集;

(2) 若 $a > 0$, 对任意的 $x \in \mathbb{R}$, $f(x) \geq a^2 - 2a + 3$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线