



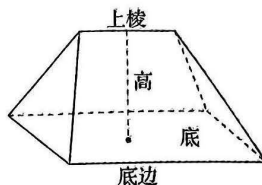
5. 已知等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 若  $S_{1023} - S_{1000} = 1$ , 则  $S_{2023} =$

- A. 2 023                      B.  $\frac{2\ 023}{23}$                       C. 2 022                      D.  $\frac{2\ 022}{23}$

6. 为科学开展乡村绿化美化, 促进农村人居环境整治提升, 某乡镇从  $A, B, C, D, E$  共 5 个自然村中任选 3 个作为试点, 则  $A, B$  两个自然村恰有 1 个被选中的概率为

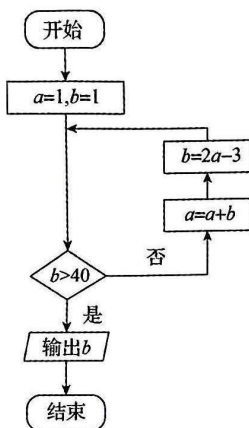
- A.  $\frac{1}{2}$                       B.  $\frac{2}{5}$                       C.  $\frac{3}{5}$                       D.  $\frac{4}{5}$

7. 刍(chú)甍(méng)是中国古代算数中的一种几何体, 其结构特征是: 底面为矩形, 上棱和底面平行, 且长度不等于底面平行的棱长的五面体. 如图所示的刍甍是一个对称的五面体, 底面矩形的长为 4, 宽为 2, 上棱长为 2, 高为 4, 则它的外接球的表面积为



- A.  $\frac{13}{2}\pi$                       B.  $12\sqrt{2}\pi$   
C.  $26\pi$                       D.  $29\pi$

8. 执行如图所示的程序框图, 则输出  $b$  的值为



- A. 45                      B. 64                      C. 81                      D. 92

9. 已知向量  $a, b$  满足  $|a|=2, |b|=1, |a+2b|=2\sqrt{3}$ , 则向量  $a$  与向量  $a+2b$  的夹角为

- A.  $\frac{\pi}{6}$                       B.  $\frac{\pi}{4}$                       C.  $\frac{\pi}{3}$                       D.  $\frac{\pi}{2}$

10. 已知  $\alpha, \beta$  均为锐角, 且  $\sin \alpha = \sqrt{5} \sin \beta, \sqrt{2} \cos \alpha = \cos \beta$ , 则  $\tan^2 \alpha - \tan \beta =$

- A.  $\frac{1}{8} - \frac{\sqrt{5}}{2}$                       B.  $\frac{5+\sqrt{2}}{4}$                       C.  $\frac{1}{8} + \frac{\sqrt{5}}{2}$                       D.  $\frac{5-\sqrt{2}}{4}$

11. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (b > a > 0)$  的左焦点为  $F$ , 右顶点为  $A$ , 一条渐近线与圆  $A: (x-a)^2 + y^2 = b^2$  在第一象限交于点  $M$ ,  $MF$  交  $y$  轴于点  $N$ , 且  $\angle FNA = 90^\circ$ , 则  $C$  的离心率为

- A.  $\sqrt{3}$                       B. 2                      C.  $1+\sqrt{2}$                       D.  $2+\sqrt{2}$

12. 已知函数  $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi) (\omega > 0, 0 < \varphi < \frac{\pi}{2})$ . 若  $f(x - \frac{\pi}{3})$  为偶函数,  $f(x + \frac{\pi}{3})$  为奇函数, 则  $\omega$  的值可以是

- A.  $\frac{3}{4}$                       B.  $\frac{5}{4}$                       C.  $\frac{7}{4}$                       D.  $\frac{9}{4}$

二、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分。

13. 已知函数  $f(x)$  的导函数为  $f'(x)$ , 且满足关系式  $f(x) = x^2 + 2xf'(1) + \ln x$ , 则  $f'(1) =$  \_\_\_\_\_.

14. 已知  $\theta \in (0, 2\pi)$ , 角  $\theta$  的终边过点  $(\cos \frac{6\pi}{5} + \sin \frac{6\pi}{5}, \cos \frac{6\pi}{5} - \sin \frac{6\pi}{5})$ , 则  $\theta =$  \_\_\_\_\_.

15. 已知函数  $f(x)$  的定义域为  $\mathbf{R}$ ,  $f(x)$  为偶函数,  $f(x+1)$  为奇函数, 则  $f(2023) =$  \_\_\_\_\_.

16. 已知抛物线  $C: x^2 = 2py (p > 0)$ , 过点  $D(0, 2)$  的直线交  $C$  于  $A, B$  两点,  $C$  在  $A, B$  两点处的切线交于点  $M(a, b)$ , 且  $a + b = -1$ . 若点  $M$  到直线  $AB$  的距离为  $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ , 则  $p =$  \_\_\_\_\_.

三、解答题:共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17~21题为必考题,每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题,考生根据要求作答。

(一)必考题:共60分。

17. (12分)

记  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 已知  $c = 2b$ ,  $D, E$  是  $BC$  边上的点, 且满足  $BD = DE = EC, c = \frac{6\sqrt{17}}{17}AD$ .

(1) 求  $\angle BAC$ ;

(2) 若  $a = \sqrt{5}$ , 求  $\triangle ADE$  的外接圆的直径.

18. (12分)

国庆假期期间,某旅游景点统计了假期第二天至第六天(顺序号:  $x$ ) 的客流量(单位:万人), 得到以下数据:

日期顺序号 $x$	2	3	4	5	6
客流量 $y$ /万人	10	12	15	16	17

(1) 求相关系数  $r$  (精确到 0.01);

(2) 求  $y$  关于  $x$  的线性回归方程;

(3) 根据(2)中求得的回归方程, 试估计第七天的客流量.

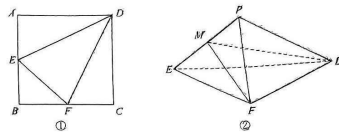
附: 回归直线  $y = bx + a$  的斜率和截距的最小二乘估计分别为  $b = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$ ,

$\hat{a} = \bar{y} - b\bar{x}$ , 相关系数  $r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$ ,  $\sqrt{85} \approx 9.220$ .

19. (12分)

如图①, 在正方形  $ABCD$  中,  $E$  是  $AB$  边的中点,  $F$  是  $BC$  边的中点, 将  $\triangle AED, \triangle BEF, \triangle DCF$  分别沿  $DE, EF, DF$  折起, 使  $A, B, C$  三点重合于点  $P$ , 得到四面体  $P-DEF$ , 如图②, 且  $M$  为棱  $PE$  上一点.

文科数学试题 第3页(共4页)



(1) 证明:  $PD \perp MF$ ;

(2) 若  $AB = 6$ , 三棱锥  $M-EFD$  的体积为 3, 求  $MF$  的长度.

20. (12分)

已知函数  $f(x) = e^x - \frac{1}{3}x^2 - ax - 1 (a \in \mathbf{R})$ .

(1) 设  $f'(x)$  是  $f(x)$  的导函数, 判断  $f'(x)$  的单调性;

(2) 当  $t \in [0, 2e]$  时, 证明:  $f(x) + (a+1)x > t \ln x$ .

21. (12分)

已知圆  $O_1: (x+1)^2 + y^2 = \frac{1}{4}$ , 圆  $O_2: (x-1)^2 + y^2 = \frac{49}{4}$ , 圆  $M$  与圆  $O_1$  外切, 且与圆  $O_2$  内切.

(1) 求圆心  $M$  的轨迹  $C$  的方程;

(2) 若  $A, B, Q$  是  $C$  上的三点, 且直线  $AB$  不与  $x$  轴垂直.  $O$  为坐标原点,  $\vec{OQ} = \lambda \vec{OA} + \mu \vec{OB}$ , 则当  $\triangle AOB$  的面积最大时, 求  $\lambda^2 + \mu^2$  的值.

(二)选考题:共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答。如果多做,则按所做的第一题计分。

22. [选修4-4:坐标系与参数方程](10分)

在直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 3 + 2\cos \alpha \\ y = 1 + 2\sin \alpha \end{cases}$  ( $\alpha$  为参数). 以坐标原点  $O$  为极点,  $x$  轴的正半轴为极轴建立极坐标系. 直线  $l$  的极坐标方程是  $3\rho \cos \theta - 4\rho \sin \theta + 3 = 0$ .

(1) 求  $C$  的普通方程和  $l$  的直角坐标方程;

(2) 已知点  $P(2, 0)$ , 直线  $l$  与  $C$  交于  $A, B$  两点, 求  $\triangle PAB$  的面积.

23. [选修4-5:不等式选讲](10分)

已知不等式  $|x+m| + |x+2| \geq 3$  恒成立, 正数  $m$  的最小值为  $M$ .

(1) 求  $M$ ;

(2) 若正数  $a, b, c$  满足  $2a + b + c = M$ , 证明:  $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+c} \geq \frac{4}{5}$ .

文科数学试题 第4页(共4页)

## 关于我们



自主选拔在线  
微信号: zizzs

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京, 旗下拥有网站(网址: [www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)) 和微信公众平台等媒体矩阵, 用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长, 在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南, 请关注自主选拔在线官方微信号: [zizzsw](https://www.zizzs.com)。



微信搜一搜

自主选拔在线