# 成都七中高 2024 届高三上入学考试数学试题　文科

## 一、单选题（60 分）

1．设集合 $A$={-1，0，1，2，3}，$B$={$x$|$x$∈$A$ 且-$x$∈$A$}，则集合 $B$ 中元素的个数为（　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

2．欧拉公式 $e^{ix}=\cos x+i\sin x$（其中 i 是虚数单位，e 是自然对数的底数）是数学中的一个神奇公式．根据欧拉公式，复数 $z=e^{i}$ 在复平面上所对应的点在（　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

3．椭圆 $\dfrac{x^2}{m}+\dfrac{y^2}{4}=1$ 的焦距是 2，则 $m$ 的值为（　）

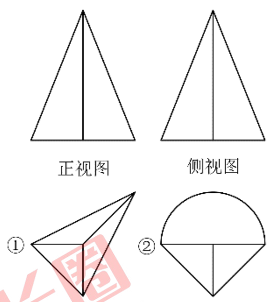
A．5　　B．3　　C．5 或 3　　D．20

4.已知幂函数 $f\left(x\right)=x^{\frac{m}{n}}\left(m,n\in\mathbf{Z}\right)$，下列能成为“$f\left(x\right)$ 是 **R** 上奇函数”充分条件的是（　）

A．$m=-3$，$n=1$　　B．$m=1$，$n=2$

C．$m=2$，$n=3$　　D．$m=1$，$n=3$

5．某几何体的正视图与侧视图如图所示：则下列两个图形①②中，可能是其俯视图的是



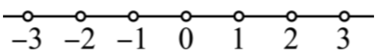

A．①②都可能　　B．①可能，②不可能

C．①不可能，②可能　　D．①②都不可能

6.若实数 $x,y$ 满足约束条件 $\begin{cases}x+2y-4\le 0\\2x+y+2\ge 0\\y\ge -1\end{cases}$，则 $z=3x-y$ 的最大值为（　）

A．$-\dfrac{1}{2}$　　B．19　　C．26　　D．$-\dfrac{34}{3}$

7.如图，一个质点在随机外力的作用下，从原点 0 出发，每隔 1s 等可能地向左或向右移动一个单位，则移动 3 次后质点位于 1 的位置的概率是（　）

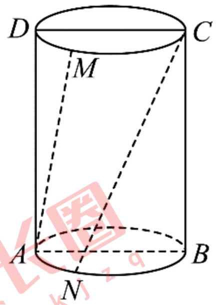



A．$\dfrac{1}{8}$　　B．$\dfrac{1}{4}$　　C．$\dfrac{3}{8}$　　D．$\dfrac{3}{4}$

8．已知 $\vec{a},\vec{b}$ 是两个非零向量，设 $\overrightarrow{AB}=\vec{a},\overrightarrow{CD}=\vec{b}$．给出定义：经过 $\overrightarrow{AB}$ 的起点 A 和终点 $B$，分别作 $\overrightarrow{CD}$ 所在直线的垂线，垂足分别为 $A_1,B_1$，则称向量 $\overrightarrow{A_1B_1}$，为 $\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 上的投影向量．已知 $\vec{a}=(1,0),\vec{b}=(\sqrt{3},1)$，则 $\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 上的投影向量为（　）

A．$\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$　　B．$\left(1,\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$　　C．$\left(\dfrac{3}{2},\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$　　D．$\left(\dfrac{3}{4},\dfrac{\sqrt{3}}{4}\right)$

9．如图，圆柱的轴截面为矩形 $ABCD$，点 $M$，$N$ 分别在上、下底面圆上，$NB=2AN$，$CM=2DM$，$AB=2$，$BC=3$，则异面直线 $AM$ 与 $CN$ 所成角的余弦值为（　）




A．$\dfrac{3\sqrt{30}}{10}$　　B．$\dfrac{3\sqrt{30}}{20}$　　C．$\dfrac{\sqrt{3}}{5}$　　D．$\dfrac{\sqrt{3}}{4}$

10．若 $\dfrac{1}{2}\log_3 a+3^a-1=\log_9 b+9^b$，则（　）

A．$a>2b$　　B．$a<2b$　　C．$a>b^2$　　D．$a<b^2$

11．筒车是我国古代发明的一种水利灌溉工具，因其经济又环保，至今还在农业生产中得到使用（图1）.明朝科学家徐光启在《农政全书》中用图画描绘了筒车的工作原理（图2）.假定在水流量稳定的情况下，筒车上的每一个盛水筒都做逆时针匀速圆周运动，筒车转轮的中心 $O$ 到水面的距离 $h$ 为1.5m，筒车的半径 $r$ 为2.5m，筒车转动的角速度 $\omega$ 为 $\dfrac{\pi}{12}\text{rad/s}$，如图3所示，盛水桶 $M$（视为质点）的初始位置 $P_0$ 距水面的距离为3m，则3s后盛水桶 $M$ 到水面的距离近似为$\left(\sqrt{2}\approx1.414,\sqrt{3}\approx1.732\right)$（　）

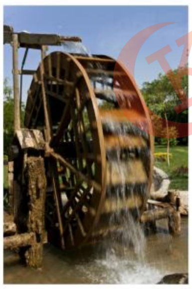


图1


图2

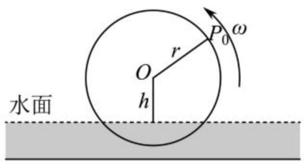
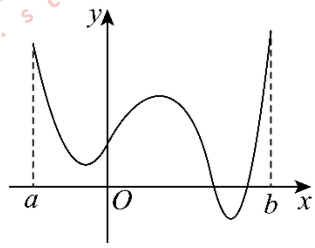


图3

A．4.0m　　B．3.8m　　C．2.5m　　D．2.4m

12．函数 $f(x)$ 的图像如图所示，已知 $f(0)=2$，则方程 $f(x)-xf'(x)=1$ 在 $(a,b)$ 上有（　）个非负实根.




A．0　　B．1　　C．2　　D．3

二、填空题（20分）

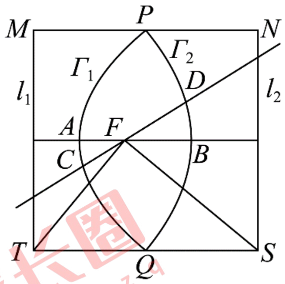
13．命题 $p$：“$\exists x_0\in\mathbf{R},e^{x_0}-x_0-1\le0$”则 $\neg p$ 为____________.

14．已知函数 $f(x)=\begin{cases}e^{x-1},x\le2\\2f(x-2),x>2\end{cases}$，则 $f(7)=$________.

15．在 $\Delta ABC$ 中，内角 $A,B,C$ 的对边长分别为 $a,b,c$，且 $\tan A+3\tan(A+B)=0$，$a^2-c^2=2b$，则 $b$ 的值为_____.

川考家长圈 微信号：scgkjzq

16．如图抛物线$\Gamma_1$的顶点为A，焦点为$F$，准线为$l_1$，焦准距为4；抛物线$\Gamma_2$的顶点为$B$，焦点也为$F$，准线为$l_2$，焦准距为6．$\Gamma_1$和$\Gamma_2$交于$P$、$Q$两点，分别过$P$、$Q$作直线与两准线垂直，垂足分别为$M$、$N$、$S$、$T$，过$F$的直线与封闭曲线$APBQ$交于$C$、$D$两点，则下列说法正确的是_________




①$|AB|=5$　　　　　　②四边形$MNST$的面积为$40\sqrt{6}$

③$\overrightarrow{FS}\cdot\overrightarrow{FT}=0$　　　　　④$|CD|$的取值范围为$\left[5,\dfrac{25}{3}\right]$

**三、解答题（70分）**

17．（12分）新冠状病毒严重威胁着人们的身体健康，我国某医疗机构为了调查新冠状病毒对我国公民的感染程度，选了某小区的100位居民调查结果统计如下：

| | 感染 | 不感染 | 合计 |
|---|---|---|---|
| 年龄不大于50岁 | | | 80 |
| 年龄大于50岁 | 10 | | |
| 合计 | | 70 | 100 |

（1）根据已知数据，把表格数据填写完整；

（2）能否在犯错误的概率不超过5%的前提下认为感染新冠状病与不同年龄有关？

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，$n=a+b+c+d$．

| $P(K^2\geq k)$ | 0.100 | 0.050 | 0.025 | 0.010 |
|---|---|---|---|---|
| $k$ | 2.706 | 3.841 | 5.024 | 6.635 |

18．（12分）已知矩形$ABCD$中，$AB=2$，$BC=2\sqrt{3}$，$M,N$分别为$AD,BC$中点，$O$为对角线$AC,BD$交点，如图1所示．现将$\Delta OAB$和$\Delta OCD$剪去，并将剩下的部分按如下方式折叠：沿$MN$将$\triangle AOD$，$\Delta BOC$折叠，并使$OA$与$OB$重合，$OC$与$OD$重合，连接$MN$，得到由平面$OAM$，$OBN$，$ODM$，$OCN$围成的无盖几何体，如图2所示．

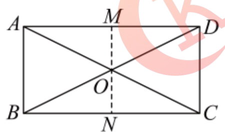


图1

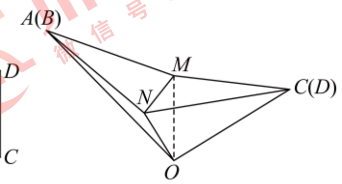


图2

(1)求证：$MN\perp$平面$OAC$；

(2)求此多面体体积$V$的最大值．

19．（12 分）记$S_n$为数列$\{a_n\}$的前$n$项和，且$a_1>0$，已知$\dfrac{S_{n+1}}{a_{n+1}}-\dfrac{S_n}{a_n}=\dfrac{1}{2}$.

(1)若$a_1=1$，求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2)若$\dfrac{1}{S_1}+\dfrac{1}{S_2}+\cdots+\dfrac{1}{S_n}<1$对任意$n\in\mathbf{N}^*$恒成立，求$a_1$的取值范围.

20．已知函数$f(x)=a\ln x-ax+1$，$a\in\mathrm{R}$.

(1)若经过点$(0,0)$的直线与函数$f(x)$的图像相切于点$(2,f(2))$，求实数$a$的值；

(2)设$g(x)=f(x)+\dfrac{1}{2}x^2-1$，若$g(x)$有两个极值点为$x_1$，$x_2(x_1\neq x_2)$，且不等式$g(x_1)+g(x_2)<\lambda(x_1+x_2)$恒成立，求实数$\lambda$的取值范围.

21．（12 分）已知双曲线$E:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的离心率为$\sqrt{2}$，左焦点$F$到双曲线$E$的渐近线的距离为$\sqrt{2}$，过点$F$作直线$l$与双曲线$C$的左、右支分别交于点A、$B$，过点$F$作直线$l_2$与双曲线$E$的左、右支分别交于点$C$、$D$，且点$B$、$C$关于原点$O$对称.

(1)求双曲线$E$的方程；

(2)设$B(x_0,y_0)$，试用$x_0$表示点A的横坐标；

(3)求证：直线$AD$过定点.

**注：22 与 23 是选做题，2 选 1，均为 10 分**

22．在直角坐标系$xOy$中，曲线$C$的参数方程为$\begin{cases}x=\dfrac{2-2s^2}{1+s^2},\\ y=\dfrac{4\sqrt{2}s}{1+s^2}.\end{cases}$（$s$为参数），直线$l$的参数方程为$\begin{cases}x=-1+t\cos\alpha\\ y=2+t\sin\alpha\end{cases}$（$t$为参数）.

(1)求$C$和$l$的直角坐标方程；

(2)若曲线$C$截直线$l$所得线段$AB$的中点坐标为$(-1,2)$，求$\alpha$.

23．已知$a>0,b>0,c>0,ab+bc+ca=3$.

(1)求$a^3+b^3+c^3$的最小值$M$；

(2)关于$x$的不等式$|x-m|-|x+1|>M$有解，求实数$m$的取值范围.