

湖南师大附中2022届高三月考试卷(一)

数学

命题人:周艳军 邓云 刘伟才 审题人:周艳军

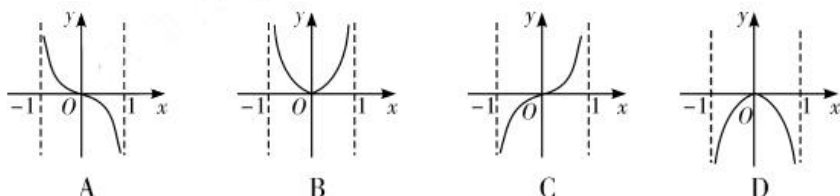
本试卷分第I卷(选择题)和第II卷(非选择题)两部分,共8页。时量120分钟。满分150分。

得分:_____

第I卷

一、单项选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{-1, 0, 1\}$, $B = \left\{x \mid \frac{x+1}{x-1} \leq 0\right\}$, 则 $A \cap B =$
 A. $\{0\}$ B. $\{-1, 0\}$ C. $\{0, 1\}$ D. $\{-1, 0, 1\}$
2. 已知 i 是虚数单位, 则化简 $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2020}$ 的结果为
 A. i B. $-i$ C. -1 D. 1
3. 已知向量 $\mathbf{a} = (-1, 2)$, $\mathbf{b} = (1, m)$, 则“ $m < \frac{1}{2}$ ”是“ $\langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle$ 为钝角”的
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
4. 设函数 $f(x) = x \ln \frac{1+x}{1-x}$, 则函数 $f(x)$ 的图象可能为



5. 直线 l 过抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点 F 且与抛物线交于 A, B 两点, 若线段 AF, BF 的长分别为 m, n , 则 $4m+n$ 的最小值是
 A. 10 B. 9 C. 8 D. 7
6. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \log_{\frac{1}{2}} x, & x > 0, \\ a \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x, & x \leq 0, \end{cases}$ 若关于 x 的方程 $f[f(x)] = 0$ 有且只有一个实数根, 则实数 a 的取值范围是
 A. $(-\infty, 0) \cup (0, 1)$ B. $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$
 C. $(-\infty, 0)$ D. $(0, 1) \cup (1, +\infty)$
7. 在《爸爸去哪儿》第二季第四期中, 假如村长给6位“萌娃”布置一项到 A, B, C 三个位置搜寻空投食物的任务, 每两位“萌娃”搜寻一个位置. 考虑到位置远近及年龄大小, Grace 不去较远的 A 位置, 多多不去较近的 C 位置, 则不同的搜寻安排方案有
 A. 20种 B. 40种 C. 42种 D. 48种

12. 已知实数 a, b, c 满足 $\frac{a-2e^a}{b} = \frac{1-c}{d-1} = 1$, 其中 e 是自然对数的底数, 那么 $(a-c)^2 + (b-d)^2$ 的值可能是
- A. 8 B. 6 C. 10 D. 7

选择题答题卡

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	得分
答案													

第 II 卷

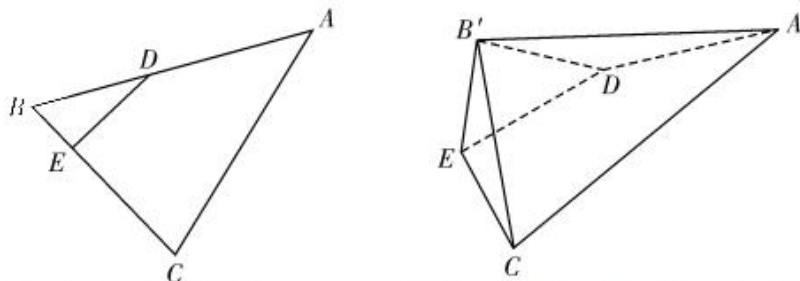
三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. $(x-1)^{10} - (x+1)^{10}$ 的展开式中 x 最高次项的系数为 _____ . (用数字)

14. 设 α 满足 $\sin \alpha = \frac{3}{4}$, 则 $\frac{2\sin(\pi+\alpha) + \sin 2\alpha}{\sin^2 \frac{\alpha}{2}} =$ _____ .

15. 已知正方形 $ABCD$ 边长为 1, E, F 分别是线段 BC, CD 上的动点, 则 $\vec{EF} \cdot \vec{EA} + 2\vec{AF}^2$ 的最小值是 _____ .

16. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 是边长为 1 的等边三角形, D 是 AB 边上异于端点的一个动点, $DE \perp BC$ 于点 E , 将 $\triangle BDE$ 沿 DE 翻折至 $\triangle B'DE$ 的位置, 其中 $B'-DE-A$ 为直二面角, 则四棱锥 $B'-ADEC$ 体积的最大值为 _____ .



四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 10 分)

在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别为角 A, B, C 的对边. 已知 $A+B = \frac{\pi}{3}$, $c=3$, 若

_____ .

在横线上选择下面一个序号作为条件, 求 $\triangle ABC$ 的面积 $S_{\triangle ABC}$ 及 c 边上的高 h .

- ① $a-b = \sqrt{6}$; ② $a+b = \sqrt{10}$; ③ $\sin A \sin B = \frac{1}{12}$.

注: 如果选择多个条件分别解答, 按第一个解答计分。

18. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{100} = \frac{1}{201}$, $a_{n+1} = \frac{a_n}{2a_n + 1}$.

(1) 证明 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 为等差数列, 并求数列 $\{a_n\}$ 的通项 a_n ;

(2) 设 $b_n = (-1)^n \left(\frac{1}{a_n} + 2^n\right)$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 $2n$ 项和 T_{2n} .

19. (本小题满分 12 分)

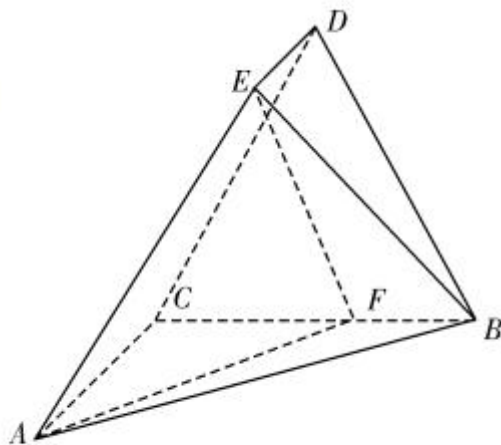
如图, 在五面体 $ABCDE$ 中, 平面 $BCD \perp$ 平面 ABC , $AC \perp BC$, $ED \parallel AC$, 且 $AC = BC = 2ED = 2$, $DC = DB = \sqrt{3}$.

(1) 求证: 平面 $ABE \perp$ 平面 ABC ;

(2) 线段 BC 上是否存在一点 F , 使得二

面角 $F-AE-B$ 的余弦值等于 $\frac{5\sqrt{3}}{9}$,

若存在, 求 $\frac{BF}{BC}$ 的值; 若不存在, 说明理由.



20. (本小题满分 12 分)

某个地区计划在某水库建一座至多安装 3 台发电机的水电站,过去 50 年的水文资料显示,水的年入流量 X (年入流量:一年内上游来水与库区降水之和,单位:十亿立方米)都在 4 以上,其中,不足 8 的年份有 10 年,不低于 8 且不超过 12 的年份有 35 年,超过 12 的年份有 5 年,将年入流量在以上三段的频率作为相应段的概率,并假设各年的年入流量相互独立.

(1)求未来 4 年中,至多有 1 年的年入流量超过 12 的概率.

(2)水电站希望安装的发电机尽可能运行,但每年发电机最多可运行台数受年入流量 X 限制,并有如下关系:

年入流量 X	$4 < X < 8$	$8 \leq X \leq 12$	$X > 12$
发电机最多可运行台数	1	2	3

若某台发电机运行,则该台年利润为 5000 万元;若某台发电机未运行,则该台年亏损 800 万元,欲使水电站年总利润的均值达到最大,应安装发电机多少台?



20. (本小题满分 12 分)

某个地区计划在某水库建一座至多安装 3 台发电机的水电站,过去 50 年的水文资料显示,水的年入流量 X (年入流量:一年内上游来水与库区降水之和,单位:十亿立方米)都在 4 以上,其中,不足 8 的年份有 10 年,不低于 8 且不超过 12 的年份有 35 年,超过 12 的年份有 5 年,将年入流量在以上三段的频率作为相应段的概率,并假设各年的年入流量相互独立.

(1)求未来 4 年中,至多有 1 年的年入流量超过 12 的概率.

(2)水电站希望安装的发电机尽可能运行,但每年发电机最多可运行台数受年入流量 X 限制,并有如下关系:

年入流量 X	$4 < X < 8$	$8 \leq X \leq 12$	$X > 12$
发电机最多可运行台数	1	2	3

若某台发电机运行,则该台年利润为 5000 万元;若某台发电机未运行,则该台年亏损 800 万元,欲使水电站年总利润的均值达到最大,应安装发电机多少台?



20. (本小题满分 12 分)

某个地区计划在某水库建一座至多安装 3 台发电机的水电站,过去 50 年的水文资料显示,水的年入流量 X (年入流量:一年内上游来水与库区降水之和,单位:十亿立方米)都在 4 以上,其中,不足 8 的年份有 10 年,不低于 8 且不超过 12 的年份有 35 年,超过 12 的年份有 5 年,将年入流量在以上三段的频率作为相应段的概率,并假设各年的年入流量相互独立.

(1)求未来 4 年中,至多有 1 年的年入流量超过 12 的概率.

(2)水电站希望安装的发电机尽可能运行,但每年发电机最多可运行台数受年入流量 X 限制,并有如下关系:

年入流量 X	$4 < X < 8$	$8 \leq X \leq 12$	$X > 12$
发电机最多可运行台数	1	2	3

若某台发电机运行,则该台年利润为 5000 万元;若某台发电机未运行,则该台年亏损 800 万元,欲使水电站年总利润的均值达到最大,应安装发电机多少台?



关于我们

自主选拔在线（原自主招生在线）创办于 2014 年，历史可追溯至 2008 年，隶属北京太星网络科技有限公司，是专注于**中国拔尖人才培养**的升学咨询在线服务平台。主营业务涵盖：新高考、学科竞赛、强基计划、综合评价、三位一体、高中生涯规划、志愿填报等。

自主选拔在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户达百万量级，网站年度流量超 1 亿量级。用户群体涵盖全国 31 省市，全国超 95% 以上的重点中学老师、家长及考生，更有许多重点高校招办老师关注，行业影响力首屈一指。

自主选拔在线平台一直秉承“专业、专注、有态度”的创办公念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供中学拔尖人才培养咨询服务，为广大高校、中学和教研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和全国数百所重点中学达成深度战略合作，累计举办线上线下升学公益讲座千余场，直接或间接帮助数百万考生顺利通过强基计划（自主招生）、综合评价和高考，进入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力，2019 年荣获央广网“年度口碑影响力在线教育品牌”。

未来，自主选拔在线将立足于全国新高考改革，全面整合高校、中学及教育机构等资源，依托在线教育模式，致力于打造更加全面、专业的**新高考拔尖人才培养**服务平台。



 微信搜一搜

 自主选拔在线