

2023 年汕头市普通高考第一次模拟考试试题

数 学

注意事项:

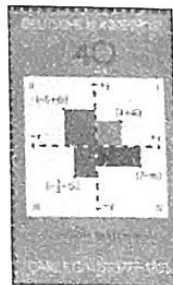
1. 答题前, 考生在答题卡上务必用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔将自己的姓名、准考证号填写清楚, 并贴好条形码。请认真核准条形码上的准考证号、姓名和科目。
2. 选择题的作答: 每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑, 写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 非选择题的作答: 用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。
4. 考试结束后, 请将本试题卷和答题卡一并上交。

第 I 卷 选择题

一、单项选择题: 本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求.

1. 设全集  $U = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ , 集合  $A = \{x \in U \mid |x - 2| \geq 1\}$ , 则  $C_U A =$  ( )
- A.  $\{x \mid 1 < x < 3\}$       B.  $\{x \mid 1 \leq x \leq 3\}$       C.  $\{2\}$       D.  $\{-2, 3\}$

2. 1977 年是高斯诞辰 200 周年, 为纪念这位伟大的数学家对复数发展所做出的杰出贡献, 德国特别发行了一枚邮票, 如图, 这枚邮票上印有 4 个复数, 设其中的两个复数的积  $(-5 + 6i)(7 - \pi i) = a + bi$ , 则  $a + b =$  ( )



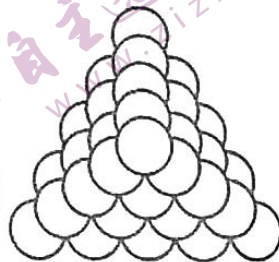
(第 2 题图)

- A.  $-7 + 11\pi$   
B.  $-35 + 6\pi$   
C.  $42 + 5\pi$   
D.  $7 + 11\pi$

3. 古希腊毕达哥拉斯学派的“三角形数”是一列点 (或圆球) 在等距的排列下可以形成正三角形的数, 如 1, 3, 6, 10, 15, ..., 我国宋元时期数学家朱世杰在《四元玉鉴》中所记载的“垛积术”, 其中的“落一形”锥垛就是每层为“三角形数”的三角锥的锥垛 (如图所示, 顶层一层 1 个球, 下一层 3 个球, 再下一层 6 个球...), 若一“落一形”三角锥垛有 20 层, 则该锥垛球的总个数为 ( )



三角锥垛正视



三角锥垛俯视  
(第 3 题图)

- A. 1450      B. 1490      C. 1540      D. 1580

(参考公式:  $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} (n \in \mathbb{N}^*)$ )

4. 已知向量  $\vec{a} = (1, \sqrt{3})$ ,  $\vec{b} = (-1, 0)$ ,  $\vec{c} = (\sqrt{3}, k)$ . 若  $\langle \vec{a}, \vec{c} \rangle = \langle \vec{b}, \vec{c} \rangle$ , 则实数  $k =$  ( )

- A.  $\sqrt{3}$       B.  $-3$       C.  $-\sqrt{3}$       D.  $3$

5. 现将 A、B、C、D、E、F 六个字母排成一排, 要求 A、B 相邻, 且 B、C 不相邻, 则不同的排列方式有 ( ) 种.

- A. 192      B. 240      C. 120      D. 28

6. 已知点  $P$  是椭圆  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$  上一点, 椭圆的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 且  $\cos \angle F_1 P F_2 = \frac{1}{3}$ , 则  $\triangle P F_1 F_2$  的面积为 ( )

- A. 6      B. 12      C.  $\sqrt{2}$       D.  $2\sqrt{2}$

7. 已知  $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ ,  $y \in (0, \frac{\pi}{2})$ ,  $\frac{\cos x + \sin x}{\cos x - \sin x} = \frac{1 - \cos 2y}{\sin 2y}$ , 则下列判断正确的是 ( )

- A.  $\tan(y-x) = 1$       B.  $\tan(y-x) = -1$   
C.  $\tan(y+x) = 1$       D.  $\tan(y+x) = -1$

8. 已知函数  $f(x)$ ,  $g(x)$  的定义域为  $R$ ,  $g'(x)$  为  $g(x)$  的导函数, 且  $f(x) + g'(x) = 2$ ,  $f(x) - g'(4-x) = 2$ , 若  $g(x)$  为偶函数, 则下列结论不一定成立的是 ( )

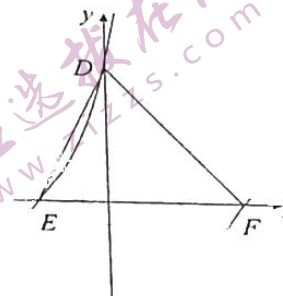
- A.  $f(4) = 2$       B.  $f(-1) = f(-3)$   
C.  $g'(2) = 0$       D.  $f(1) + f(3) = 4$

二、多项选择题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 如图所示, 函数  $f(x) = \sqrt{3} \tan(2x + \varphi)$ ,  $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$  的部分图象与坐标轴分别交于点  $D$ ,

$E, F$ , 且  $\triangle DEF$  的面积为  $\frac{\pi}{4}$ , 则以下结论正确的是 ( )

- A. 点  $D$  的纵坐标为  $\sqrt{3}$   
B.  $(-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6})$  是函数  $f(x)$  的一个单调递增区间  
C. 对任意  $k \in Z$ , 点  $(-\frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{4}, 0)$  都是函数  $f(x)$  图象的对称中心  
D. 函数  $f(x)$  的图象可由函数  $y = \sqrt{3} \tan x$  图象上各点的横坐标缩短为原来的  $\frac{1}{2}$  倍, 纵坐标不变, 再把得到的图象向左平移  $\frac{\pi}{6}$  个单位得到



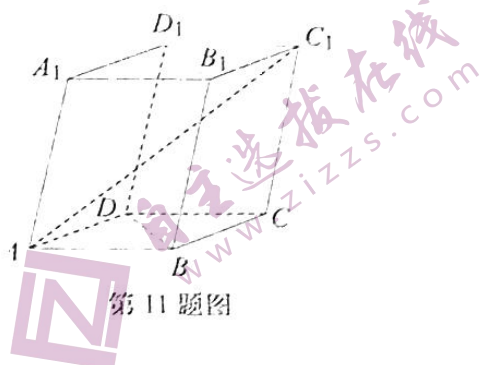
第 9 题图

10. 已知直线  $l_1: 2x - y - 3 = 0$ ,  $l_2: x - 2y + 3 = 0$ , 圆  $C: (x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ , 若圆  $C$  与直线  $l_1, l_2$  都相切, 则下列选项一定正确的是 ( )

- A.  $l_1$  与  $l_2$  关于直线  $y = x$  对称  
B. 若圆  $C$  的圆心在  $x$  轴上, 则圆  $C$  的半径为 3 或 9  
C. 圆  $C$  的圆心在直线  $x + y - 6 = 0$  或直线  $x - y = 0$  上  
D. 与两坐标轴都相切的圆  $C$  有且只有 2 个

11. 如图, 平行六面体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中, 以顶点  $A$  为端点的三条棱长均为 1, 且它们彼此的夹角都是  $60^\circ$ , 则 (

- A.  $AC_1 = \sqrt{6}$   
 B.  $AC_1 \perp BD$   
 C. 四边形  $BDD_1B_1$  的面积为  $\frac{\sqrt{2}}{2}$   
 D. 平行六面体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  的体积为  $\frac{\sqrt{2}}{3}$



第 11 题图

12. 已知  $2^x = 3^y = 36$ , 则下列说法正确的是 (

- A.  $xy = 2(x+y)$                       B.  $xy > 16$   
 C.  $x+y < 9$                               D.  $x^2 + y^2 < 2$

第 II 卷 非选择题

三、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 在  $(x + \frac{2}{x} - y)^{10}$  的展开式中,  $xy^7$  的系数为 -360.

14. 已知  $f(x)$  是定义在  $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$  上的偶函数, 当  $x > 0$  时,  $f(x) = e^x - 1$ , 则曲线  $y = f(x)$  在点  $(-1, f(-1))$  处的切线方程为  $e^{-1}x - y - e^{-1} = 0$ .

15. 如图, 在正四棱台  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $AB=4$ ,  $A_1B_1=2$ , 若半径为  $r$  的球  $O$  与该正四棱台的各个面均相切, 则该球的表面积  $S =$   $8\pi$ .



第 15 题图

16. 过双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  上的任意一点  $P$ , 分别作双曲线两条渐近线的平行线, 交两条渐近线于点  $M, N$ , 若  $\vec{OM} \cdot \vec{ON} \geq \frac{1}{4}b^2$ , 则双曲线离心率的取值范围是  $(\frac{5}{4}, +\infty)$ .

四、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $D$  是  $BC$  边上的一点,  $\alpha = \angle BAD$ ,  $\beta = \angle DAC$

(1) 证明:  $\frac{BD}{DC} = \frac{AB \cdot \sin \alpha}{AC \cdot \sin \beta}$ ;





19. (本小题满分 12 分)

已知  $T_n$  为正项数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项的乘积, 且  $a_1 = 3, T_n^2 = a_n^{n+1}$

(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

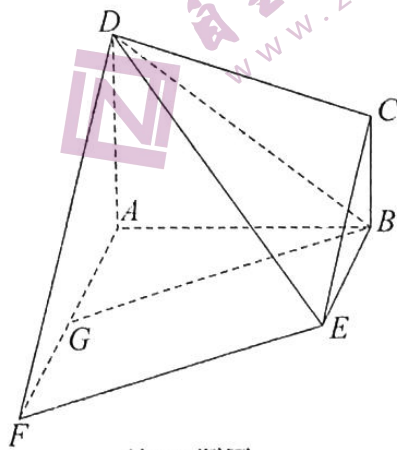
(2) 设  $b_n = \frac{a_n - 1}{a_n + 1}$ , 数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 求  $[S_{2023}]$  ( $[x]$  表示不超过  $x$  的最大整数).

20. (本小题满分 12 分)

如图, 在多面体  $ABCDEF$  中, 四边形  $ABCD$  与  $ABEF$  均为直角梯形,  $AD \parallel BC$ ,  $AF \parallel BE$ ,  $DA \perp$  平面  $ABEF$ ,  $AB \perp AF$ ,  $AD = AB = 2BC = 2BE = 2$ .

(1) 已知点  $G$  为  $AF$  上一点, 且  $AG = 2$ , 求证:  $BG$  与平面  $DCE$  不平行;

(2) 已知直线  $BF$  与平面  $DCE$  所成角的正弦值为  $\frac{\sqrt{5}}{5}$ , 求该多面体  $ABCDEF$  的体积.



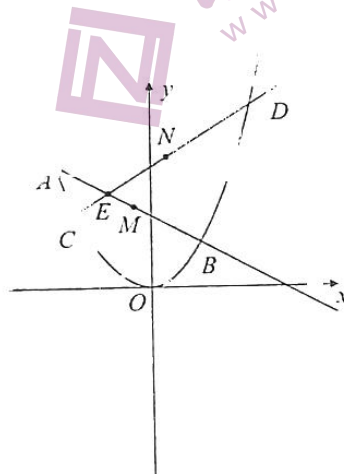
第 20 题图

21. (本小题满分 12 分)

如图, 已知  $E(m, n)$  为抛物线  $x^2 = 2py (p > 0)$  内一定点, 过  $E$  作斜率分别为  $k_1, k_2$  的两条直线, 与抛物线交于  $A, B, C, D$ , 且  $M, N$  分别是线段  $AB, CD$  的中点.

(1) 若  $m = 0$  且  $k_1 k_2 = -1$  时, 求  $\triangle EMN$  面积的最小值;

(2) 若  $\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} = \lambda$  ( $\lambda \neq 0$ ), 证明: 直线  $MN$  过定点.



第 21 题图

22. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = ae^x - \ln(x+2) + \ln a - 2$ .

(1) 若函数  $f(x)$  在  $x = 2023$  处取得极值, 求  $a$  的值及函数的单调区间;

(2) 若函数  $f(x)$  有两个零点, 求  $a$  的取值范围.

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线