高三年级 10 月份阶段性测试数学试题参考答案与评分标准

一、选择题：*CBCC* *BBCC*

二、选择题：*ABD* *BC* *BC* *ABC*

三、填空题：1； $\frac{5}{4}$； $[-4,-1)$； $\left(0,\frac{3}{2}\right)$ $\frac{3\sqrt{5}}{5}$.

四、解答题：

17．解：（Ⅰ）因为 $\cos\theta=\frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|}=\frac{-\frac{1}{4}}{\sqrt{\frac{1}{4}+3\times\frac{1}{2}}}=-\frac{\sqrt{13}}{13}$，向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角的余弦值为 $-\frac{\sqrt{13}}{13}$ ……4 分

（Ⅱ）因为 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=(1,\sqrt{3})$，向量 $\boldsymbol{c}$ 在向量 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 上的投影的数量为 $\frac{\boldsymbol{c}(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})}{|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|}=\frac{-1+3}{2}=1$，所以向量 $\boldsymbol{c}$ 在向量 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 上的投影向量即与 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 同向的单位向量，……………………………………7 分

又因为 $\boldsymbol{e}=\frac{1}{2}(1,-\sqrt{3})=(\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2})$，所以向量 $\boldsymbol{c}$ 在向量 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 上的投影向量为 $(\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2})$．………10 分

18.解：（Ⅰ）$\because a>0,\therefore A=\left\{x\left|-\frac{1}{a}<x\le\frac{4}{a}\right.\right\}$，…………………………………………1 分

若使 $A=B$，则 $\begin{cases}-\frac{1}{a}=-\frac{1}{4}\\ \frac{4}{a}=1\end{cases}$，……………………………………………3 分

解得 $a=4$，故存在 $a=4$ 使集合 A,B 相等. ……………………………………4 分

（Ⅱ）$\because p\Rightarrow q,q\nRightarrow p$，$\therefore A\subsetneqq B$，……………………………………………5 分

由 $0<ax+1\le5$ 得 $-1<ax\le4$，

当 $a=0$ 时，$A=R$ 不满足 $A\subsetneqq B$，……………………………………………7 分

当 $a>0$ 时，$A=\left\{x\left|-\frac{1}{a}<x\le\frac{4}{a}\right.\right\}$，则 $\begin{cases}-\frac{1}{a}\ge-\frac{1}{4}\\ \frac{4}{a}<1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}-\frac{1}{a}>-\frac{1}{4}\\ \frac{4}{a}\le1\end{cases}$，解得 $a>4$，……………………9 分

当$a<0$时，$A=\left\{x\left|\frac{4}{a}\le x<-\frac{1}{a}\right.\right\}$，则$\begin{cases}\frac{4}{a}>-\frac{1}{4}\\-\frac{1}{a}\le 1\end{cases}$，解得$a<-16$,……………………………11 分

p是q的充分不必要条件时，实数a的取值范围是$a>4$或$a<-16$……………………………12 分

19. 解：（Ⅰ）$\because a_na_{n+1}=16^n$ $\therefore a_{n+1}a_{n+2}=16^{n+1}$，两式相除得：$\frac{a_{n+2}}{a_n}=16$，……………………………2 分

当$n=2k-1$时，$\frac{a_3}{a_1}\times\frac{a_5}{a_3}\times\frac{a_7}{a_5}\times\cdots\times\frac{a_{2k-1}}{a_{2k-3}}=16^{k-1}$ $\therefore a_{2k-1}=2\times16^{k-1}$，$\therefore a_n=2^{2n-1}$,……………………3 分

当$n=2k$时，$\frac{a_4}{a_2}\times\frac{a_6}{a_4}\times\frac{a_8}{a_6}\times\cdots\times\frac{a_{2k}}{a_{2k-2}}=16^{k-1}$ $\therefore a_{2k}=8\times16^{k-1}$，$\therefore a_n=2^{2n-1}$,……………………………4 分

综上所述，$\{a_n\}$的通项公式为：$a_n=2^{2n-1}$……………………………………………………5 分

(Ⅱ)由题设及(Ⅰ)可知：$b_n=\begin{cases}2^{2n-1},n\text{为奇数}\\b_{n-1}+n,n\text{为偶数}\end{cases}$，

$\therefore S_{2n}=b_1+b_2+b_3+b_4+\cdots+b_{2n-1}+b_{2n}=(b_1+b_3+b_5+\cdots+b_{2n-1})+(b_2+b_4+\cdots+b_{2n})$

$=(b_1+b_3+b_5+\cdots+b_{2n-1})+(b_1+2+b_3+4+b_5+6+\cdots+b_{2n-1}+2n)$……………………………8 分

$=2(b_1+b_3+b_5+\cdots+b_{2n-1})+(2+4+6+\cdots+2n)$

$=2(2^1+2^5+2^9+\cdots+2^{4n-3})+(2+4+6+\cdots+2n)$……………………………………10 分

$=2\times\frac{2(1-16^n)}{1-16}+\frac{n(2n+2)}{2}=\frac{4(16^n-1)}{15}+n(n+1)$ ……………………………………12 分

20.解：(Ⅰ)因为$g(x)$为奇函数，所以对定义域内的x，有$g(-x)=-g(x)$恒成立，

即$\log_{\frac{1}{2}}\frac{ax-1}{-x+1}=-\log_{\frac{1}{2}}\frac{-ax-1}{x+1}$，即$\frac{ax-1}{-x+1}=\frac{x+1}{-ax-1}$，解得$a=\pm1$，……………………………2 分

经检验，$a=-1$不合题意，故$a=1$；……………………………………………………………3 分

(Ⅱ)由(Ⅰ)得$f(x)=1+\left(\frac{1}{2}\right)^x-\left(\frac{1}{4}\right)^x$，

令$t=\left(\frac{1}{2}\right)^x$，则$h(t)=-t^2+t+1$，由$x\in[-3,2]$，所以$t\in\left[\frac{1}{4},8\right]$，……………………………4 分

当$t=\frac{1}{2}$时，$h(t)_{\max}=h\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{5}{4}$，当$t=8$时，$h(t)_{\min}=h(8)=-55$，

所以$f(x)$值域为$\left[-55,\frac{5}{4}\right]$，……………………………………………………………………6 分

又因为函数$y=f(x)+m$存在零点，等价于方程$m=-f(x)$有解，

所以实数m的取值范围是$\left[-\frac{5}{4},55\right]$；……………………………………………………………7 分

(III)由已知，$|f(x)|\le\frac{5}{4}$在$[0,+\infty)$上恒成立，即$-\frac{5}{4}\le f(x)\le\frac{5}{4}$在$[0,+\infty)$上恒成立，……8 分

令$t=\left(\frac{1}{2}\right)^x$，由$x\in[0,+\infty)$，所以$t\in(0,1]$，

得$-\frac{5}{4}\le -t^2+at+1\le\frac{5}{4}$，即$t-\frac{9}{4t}\le a\le t+\frac{1}{4t}$在$t\in(0,1]$上恒成立，……………………10 分

记$F(t)=t-\frac{9}{4t}$，$G(t)=t+\frac{1}{4t}$，

易得$F(t)$在$(0,1]$上单调递增，所以$F(t)_{\max}=F(1)=-\frac{5}{4}$，……………………………11 分

由于$G(t)=t+\frac{1}{4t}\ge1$，当且仅当$t=\frac{1}{2}$时取等号，故$G(t)_{\min}=1$，

因此实数a的取值范围是$[-\frac{5}{4},1]$……………………………………………………………………12 分

21 解：(Ⅰ)在ΔABC中，$\cos B=\frac{AB^2+BC^2-AC^2}{2AB\cdot BC}=\frac{AB^2+1-(AB^2+AB+1)}{2AB}=-\frac{1}{2}$，

因为$0^\circ<B<180^\circ$，所以$B=120^\circ$，……………………………………………………………2 分

由$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot BC\sin120^\circ=\frac{\sqrt{3}}{4}AB=\sqrt{3}$，得

$AB=4\ \therefore AC^2=AB^2+AB+1=16+4+1=21$,即$AC=\sqrt{21}$，………………………4 分

$\therefore AB+BC+AC=5+\sqrt{21}$，即$\Delta ABC$得周长为$5+\sqrt{21}$……………………………………5 分

(Ⅱ)设$\angle BDC=\theta$，则$\angle DBC=60^\circ-\theta$，$\angle ABD=60^\circ+\theta$，$\angle BAD=60^\circ-\theta$，

在 ΔABD 中，由 $\dfrac{BD}{\sin(60^0-\theta)}=\dfrac{AB}{\sin 60^\circ}$，得 $BD=\dfrac{3\sin(60^\circ-\theta)}{\sin 60^\circ}$，………………………7 分

在 ΔBCD 中，由 $\dfrac{BD}{\sin 120^\circ}=\dfrac{BC}{\sin\theta}$,得 $BD=\dfrac{\sin 120^\circ}{\sin\theta}$，……………………………………9 分

$\therefore \dfrac{3\sin(60^\circ-\theta)}{\sin 60^\circ}=\dfrac{\sin 120^\circ}{\sin\theta}$，即 $4\sin\theta\sin(60^\circ-\theta)=1$，$\therefore \sin(2\theta+30^\circ)=1$，………..11 分

$\because 0^\circ<\theta<60^\circ$，$\therefore 30^\circ<2\theta+30^\circ<150^\circ$，

$\therefore 2\theta+30^\circ=90^\circ$，解得 $\theta=30^\circ$，即 $\angle BDC$ 的值为 30° ……………………………………12 分

22.解：（Ⅰ）$f'(x)=\ln x$，……………………………………………………………………1 分

由 $f'(x)>0$ 解得 $x>1$，故 $f(x)$ 在区间 $(1,+\infty)$ 上单调递增，

由 $f'(x)<0$ 解得 $0<x<1$，故 $f(x)$ 在区间 $(0,1)$ 上单调递减，……………………………3 分

故 $f(x)$ 的最小值是 $f(1)=a-1\geq 0$，解得 $a\geq 1$，所以实数 a 的取值范围为 $[1,+\infty)$．……4 分

（Ⅱ）由（Ⅰ）得，$x\ln x-x+1\geq 0$，即 $\ln x\geq 1-\dfrac{1}{x}$，当且仅当 $x=1$ 时等号成立，…………5 分

令 $x=\dfrac{n+k}{n+k-1}$，则 $\ln\dfrac{n+k}{n+k-1}>\dfrac{1}{n+k}$，

所以，$\dfrac{1}{n+k}<\ln\dfrac{n+k}{n+k-1}=\ln(n+k)-\ln(n+k-1),k\in\{0,1,2,\cdots,n\}$，…………………………7 分

令 $g(x)=x-\sin x(x\geq 0)$，则 $g'(x)=1-\cos x\geq 0$，

所以，函数 $g(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调递增，

故 $x>0$ 时，$g(x)>g(0)=0$，即 $\sin x<x$．……………………………………………9 分

所以，$\sin\dfrac{1}{n+k}<\dfrac{1}{n+k}<\ln(n+k)-\ln(n+k-1),k\in\{0,1,2,\cdots,n\}$，

所以，$\sin\dfrac{1}{n+1}+\sin\dfrac{1}{n+2}+\cdots+\sin\dfrac{1}{2n}<[\ln(n+1)-\ln n]+[\ln(n+2)-\ln(n+1)]+\cdots+[\ln(2n)-\ln(2n-1)]$

$=\ln(2n)-\ln n=\ln\dfrac{2n}{n}=\ln 2$ ………………………………………………………12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。