# 百校联盟 2021 届普通高中教育教学质量监测考试

## 全国Ⅰ卷　文科数学

注意事项：

1. 本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分.
2. 答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在本试卷相应的位置.
3. 全部答案写在答题卡上，写在本试卷上无效.
4. 本试卷满分 150 分，测试时间 120 分钟.
5. 考试范围：高考全部内容.

## 第Ⅰ卷

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

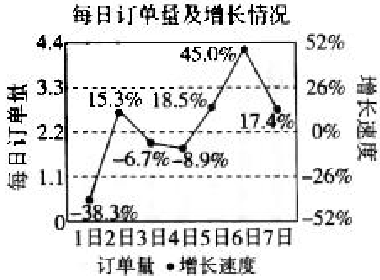
1. 已知集合 $U=\{-3,-2,-1,0,1,2,3\}$，$A=\{x\in \mathbf{Z}|\frac{x-2}{x+2}<0\}$，则 $\complement_U A$ 中元素的个数为

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

2. 若 $z=1-\mathrm{i}$，则 $|\frac{z+1}{z-1}|=$

A. 1　　B. $\sqrt{2}$　　C. 2　　D. $\sqrt{5}$

3. 数据显示 2021 年 3 月以来文化旅游市场居民消费占比显著提升，某旅游服务平台收集并整理了 2021 年 3 月 1 日至 7 日期间某文化类景区门票日订单量(单位：万张)和增长速度的数据，绘制了右边的统计图. 则下列结论正确的是(增长速度=(本期数－上期数)/上期数)



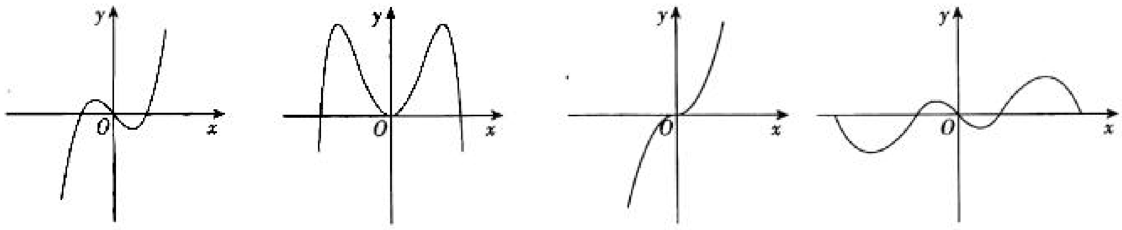

A. 7 天的增长速度逐日增加

B. 7 天中有 3 天的增长速度为正

C. 7 天日订单量的中位数出现在 3 月 3 日

D. 3 月 6 日的订单量约为 3.19(万张)

4. 函数 $f(x)=|x|(\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{-x})$ 的部分图象大致为

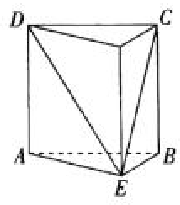



A　　B　　C　　D

5. 已知 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(-1,3)$，$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=(3,1)$，则 $\cos\langle \boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=$

A. 0　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{1}{2}$

6. 堑堵和阳马都是中国古代算数中的几何体，堑堵是指底面为直角三角形的直三棱柱，阳马是指底面为长方形，一条侧棱垂直于底面的四棱锥. 在如图所示的堑堵中，面积最大的侧面 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形，则四棱锥 $E-ABCD$ 的体积的最大值为




A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{2}{3}$

C. 1　　D. $\frac{4}{3}$

7. 曲线 $y=2x^3-e^x$ 在 $(0,f(0))$ 处的切线方程为

A. $y=x+1$　　B. $y=x-1$　　C. $y=-x+1$　　D. $y=-x-1$

8. 已知 $f(x)=\sin(2x+\frac{\pi}{3})$ 在区间 $[-a,a]$ 上的最小值为 $-\frac{1}{2}$，则 $a$ 的值为

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{4}$　　C. $\frac{\pi}{3}$　　D. $\frac{\pi}{2}$

9. 已知 $A,B$ 是抛物线 $E:y^2=x$ 上的点，$C$ 是 $x$ 轴上的点，$AC\perp x$ 轴，$\triangle ABC$ 为等边三角形，则 $A$ 的横坐标为

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{4}{3}$　　C. 3　　D. $\frac{16}{3}$

10. 已知 $a=\log_2 3$，$b=\log_3 5$，$c=\frac{3}{2}$，则

A. $a<b<c$　　B. $b<a<c$　　C. $c<a<b$　　D. $b<c<a$

11. 6 个大小不相等的数排成 3 行，第 1 行 1 个数，第 2 行 2 个数，第 3 行 3 个数，设 $a_k$ 是第 $k(k=1,2,3)$ 行中的最大数，现有下列四个命题：

$p_1$：最大数在第一行的概率为 $\frac{1}{6}$.　　$p_2$：最大数在最后一行的概率为 $\frac{1}{3}$.

$p_3$：$a_1<a_2$ 的概率为 $\frac{1}{3}$.　　$p_4$：$a_2<a_3$ 的概率为 $\frac{1}{2}$.

则下面命题中，假命题为

A. $p_1\wedge(\neg p_2)$　　B. $p_2\vee(\neg p_3)$　　C. $p_3\wedge(\neg p_4)$　　D. $p_1\vee(\neg p_4)$

12. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$，$a_{n+1}=a_n^2+a_n$，数列 $\{b_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $S_n$，$a_{n+1}b_n=a_n$. 若 $S_{100}<k(k\in\mathbf{Z})$，则 $k$ 的最小值为

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

## 第Ⅱ卷

**本卷包括必考题和选考题两部分. 第 13 题～第 21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22 题～第 23 题为选考题，考生根据要求作答.**

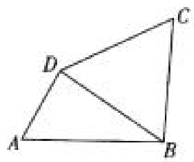
**二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分.**

13. 设 $x,y$ 满足约束条件 $\begin{cases} y\leqslant x+2 \\ y\geqslant 2x \\ 2x+3y\geqslant -6 \end{cases}$，则 $z=x+y$ 的最小值为________.

14. 已知点 $D,O$ 分别为圆锥的顶点和底面圆心，$\triangle ABC$ 为圆锥底面的内接正三角形，$AD=AB$，则异面直线 $AD$ 与 $BO$ 所成角的余弦值为________.

15. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左焦点为 $F$，$O$ 为坐标原点，$P$ 为双曲线 $C$ 右支上一点，$|PF|-|PO|=2a$，则双曲线 $C$ 的离心率的取值范围是________.

16. 如图，在凸四边形 $ABCD$ 中，$AB=2AD$，$\triangle BCD$ 为等边三角形. 则当四边形 $ABCD$ 的面积最大时，$\sin\angle BAD=$________.




**三、解答题：解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

17.（本小题满分 12 分）

设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $S_n$，$a_2+a_3=8$，$S_4=3a_3+1$，数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n=\lambda a_n(\lambda\neq 0)$.

(1) 若 $\lambda=2$，求 $\{b_n\}$ 的前 $n$ 项和 $T_n$；

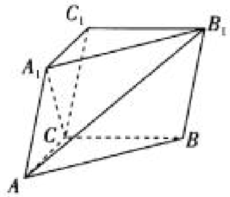
(2) 若 $b_1,b_3,b_t$ 成等比数列，求 $t$.

18.（本小题满分 12 分）

如图，三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的底面是等腰直角三角形，$\angle ACB=\angle BCC_1=90^\circ$，四边形 $ACC_1A_1$ 是菱形，$\angle ACC_1=120^\circ$.

(1)证明：$A_1C\perp AB_1$；

(2)若 $AC=2$，求点 $C_1$ 到平面 $ABB_1A_1$ 的距离.




19.（本小题满分 12 分）

中国是世界上沙漠化最严重的国家之一，沙漠化造成生态系统失衡，可耕地面积不断缩小，对中国工农业生产和人民生活带来严重影响. 随着综合国力逐步增强，西北某地区大力兴建防风林带，引水拉沙，引洪淤地，开展了改造沙漠的巨大工程，该地区于 2017 年投入沙漠治理经费 2 亿元，从 2018 年到 2020 年连续 3 年每年增加沙漠治理经费 1 亿元，近 4 年沙漠治理经费投入 $x$(亿元)和沙漠治理面积 $y$(万亩)的相关数据如下表所示：

| 年份 | 2017 | 2018 | 2019 | 2020 |
|---|---|---|---|---|
| $x$ | 2 | 3 | 4 | 5 |
| $y$ | 26 | 39 | 49 | 54 |

(1)通过绘制散点图看出，可用线性回归模型拟合 $y$ 与 $x$ 的关系，请用相关系数加以说明；(结果保留 3 位小数)

(2)建立 $y$ 关于 $x$ 的回归方程；

(3)若保持以往的沙漠治理经费增加幅度，请预测到哪一年沙漠治理面积突破 100 万亩.

参考数据：$\sqrt{\sum_{i=1}^{4}(y_i-\bar{y})^2}\approx 21.4$，$\sqrt{5}\approx 2.2$；

参考公式：相关系数 $r=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}}$，$\hat{b}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}$，$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}$.

20.（本小题满分 12 分）

已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，过左焦点 $F$ 且与 $x$ 轴垂直的弦长为 $\sqrt{2}$.

(1)求椭圆 $C$ 的方程；

(2)已知 $A,B$ 为椭圆 $C$ 上两点，$O$ 为坐标原点，斜率为 $k$ 的直线 $l$ 经过点 $P(0,\dfrac{1}{2})$，若 $A,B$ 关于 $l$ 对称，且 $OA\perp OB$，求 $l$ 的方程.

21.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=x^2e^x+\ln x$.

(1)判断函数 $f(x)$ 的单调性，并证明 $f(x)$ 有且仅有一个零点；

(2)若 $x(e^x-a)\geq\ln(ex)$，求 $a$ 的取值范围.

**请考生从第 22、23 题中任选一题作答，并用 2B 铅笔将答题卡上所选题目对应的方框涂黑，按所选涂题号进行评分；多涂、多答，按所涂的首题进行评分；不涂，按本选考题的首题进行评分.**

22.（本小题满分 10 分）【选修 4－4：坐标系与参数方程】

在直角坐标系 $xOy$ 中，曲线 $C_1$ 的参数方程为 $\begin{cases}x=a+\cos\alpha\\y=b+\sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$ 为参数），以坐标原点为极点，$x$ 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 $C_2$ 的极坐标方程为 $\rho=2\cos\theta$.

(1)若 $a^2+b^2=1$，$C_1$ 与 $C_2$ 有且只有 1 个公共点，求 $a$；

(2)若 $a=b=\frac{\sqrt{2}}{2}$，曲线 $C_1$，$C_2$ 交于 $A$，$B$ 两点，求 $|AB|^2$.

23.（本小题满分 10 分）【选修 4－5：不等式选讲】

已知 $a$，$b$ 为正数，函数 $f(x)=|x-a|+|x+b|$ 的值域为 $[1-c,+\infty)$.

(1)若 $c=-1$，证明：$a+b\geq 2ab$；

(2)若 $c>0$，证明：$\frac{(1-a)(1-b)(1-c)}{abc}\geq 8$.

# 百校联盟 2021届普通高中教育教学质量监测考试

## 全国Ⅰ卷 文科数学 参考答案

1. C 【解析】由题意可知 $A=\{x\in\mathbf{Z}|\frac{x-2}{x+2}<0\}=\{x\in\mathbf{Z}|(x-2)(x+2)<0\}=\{x\in\mathbf{Z}|-2<x<2\}=\{-1,0,1\}$，$\complement_U A=\{-3,-2,2,3\}$.

2. D 【解析】由题意 $\frac{z+1}{z-1}=\frac{2+\mathrm{i}}{-\mathrm{i}}=\frac{(2+\mathrm{i})\mathrm{i}}{-\mathrm{i}\cdot\mathrm{i}}=-1+2\mathrm{i}$. 则 $|\frac{z+1}{z-1}|=\sqrt{(-1)^2+2^2}=\sqrt{5}$.

3. D 【解析】结合统计图可知，3 日，4 日和 7 日的增长速度比前一天均下降，A 选项不正确；7 天中，2 日，5 日，6 日和 7 日的增长速度均为正，B 选项不正确；1 日，3 日和 4 日的订单量比 2 日的小，5 日，6 日和 7 日的订单量比 2 日的大，故日订单量的中位数出现在 3 月 2 日，C 选项不正确；3 月 5 日的订单量约为 2.2（万张），则 3 月 6 日的订单量约为 $2.2\times(1+0.45)=3.19$（万张），D 选项正确.

4. C 【解析】$f(-x)=|-x|(e^{-x}-e^{x})=-|x|(e^{x}-e^{-x})=-f(x)$，故 $f(x)$ 为奇函数，函数图象关于原点中心对称，排除 B 选项；当 $x>0$ 时，$e^x>1$，$0<e^{-x}<1$，$e^x-e^{-x}>0$，且 $|x|>0$，故 $f(x)=|x|(e^x-e^{-x})>0$，排除 A，D 选项.

5. A 【解析】设 $\boldsymbol{a}=(x_1,y_1)$，$\boldsymbol{b}=(x_2,y_2)$，所以 $\begin{cases}x_1+x_2=-1\\y_1+y_2=3\end{cases}$，且 $\begin{cases}x_1-x_2=3\\y_1-y_2=1\end{cases}$，解得 $\begin{cases}x_1=1\\y_1=2\end{cases}$，$\begin{cases}x_2=-2\\y_2=1\end{cases}$，即 $\boldsymbol{a}=(1,2)$，$\boldsymbol{b}=(-2,1)$，则有 $\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=0$.

6. D 【解析】因为面积最大的侧面 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形，所以 $\angle AEB=90°$，作 $EH\perp AB$ 于 $H$，则有 $EH\perp$ 平面 $ABCD$，$EH$ 的最大值为 1，故 $E-ABCD$ 的体积的最大值为 $\frac{1}{3}\times2\times2\times1=\frac{4}{3}$.

7. D 【解析】由题 $f(0)=-1$，$f'(x)=4x-e^x$，则 $f'(0)=-1$，所以切线方程为 $y-(-1)=-(x-0)$，即 $y=-x-1$.

8. B 【解析】结合 $f(x)=\sin(2x+\frac{\pi}{3})$ 的图象，当 $\sin(2x+\frac{\pi}{3})=-\frac{1}{2}$ 时，离坐标原点最近的 $x$ 值为 $-\frac{\pi}{4}$，因为区间 $[-a,a]$ 关于原点对称，所以 $a$ 的值为 $\frac{\pi}{4}$.

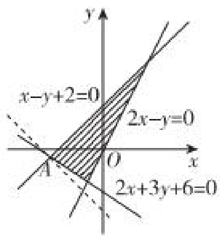
9. B 【解析】设 $A(y_A^2,y_A)$，$B(y_B^2,y_B)$，因为 $\triangle ABC$ 为等边三角形，所以点 $B$ 为线段 $AC$ 的中垂线与抛物线 $E$ 的交点，即 $y_B=\frac{1}{2}y_A$，且 $|y_A^2-y_B^2|=|\frac{\sqrt{3}}{2}y_A|$，解得 $|y_A|=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，从而 $y_A^2=\frac{4}{3}$.

10. D 【解析】因为 $3^2>2^3$，则 $3>2^{\frac{3}{2}}$，故 $\log_2 3>\log_2 2^{\frac{3}{2}}=\frac{3}{2}$，所以 $a>c$；因为 $5^2<3^3$，则 $5<3^{\frac{3}{2}}$，故 $\log_3 5<\log_3 3^{\frac{3}{2}}=\frac{3}{2}$，所以 $b<c$；则有 $b<c<a$.

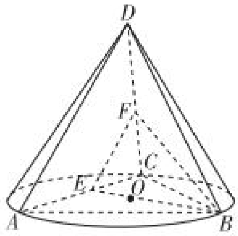
11. C 【解析】数阵中一共有 6 个数，最大数在第 1 行的概率为 $\frac{1}{6}$，命题 $p_1$ 正确；最大数在最后一行的概率为 $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$，命题 $p_2$ 不正确；若 $a_1<a_2$，则前 2 行的 3 个数中，最大的数在第 2 行，所以其概率为 $\frac{2}{3}$，命题 $p_3$ 不正确；若 $a_2<a_3$，则后 2 行的 5 个数中，最大的数在第 3 行，所以其概率为 $\frac{3}{5}$，命题 $p_4$ 不正确. 则命题 $p_3\wedge(\neg p_4)$ 为假命题.

12. A 【解析】由 $a_{n+1}b_n=a_n$，可得 $b_n=\frac{a_n}{a_{n+1}}$，由 $a_{n+1}=a_n^2+a_n$，可得 $\frac{a_n}{a_{n+1}}=\frac{1}{a_n+1}$，故 $b_n=\frac{1}{a_n+1}$. 因为 $\frac{1}{a_{n+1}}=$

$\frac{1}{a_n(a_n+1)}=\frac{1}{a_n}-\frac{1}{a_n+1}$，所以$\frac{1}{a_n+1}=\frac{1}{a_n}-\frac{1}{a_{n+1}}$，所以 $S_{100}=\frac{1}{a_1+1}+\frac{1}{a_2+1}+\cdots+\frac{1}{a_{100}+1}=\frac{1}{a_1}-\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_2}-\frac{1}{a_3}+\cdots+\frac{1}{a_{100}}-\frac{1}{a_{101}}=1-\frac{1}{a_{101}}$. 由题意可知 $a_n>0$，则 $a_{n+1}-a_n=a_n^2>0$，故$\{a_n\}$为递增数列. 因为 $a_1=1$，所以 $0<\frac{1}{a_{101}}<1$，故 $S_{100}=1-\frac{1}{a_{101}}\in(0,1)$，所以 $k$ 的最小值为 1.




13. $-\frac{14}{5}$ 【解析】作出可行域如图中阴影部分所示，结合图形可知，当直线 $z=x+y$ 过点 $A(-\frac{12}{5},-\frac{2}{5})$时，$z$ 取最小值，$z_{\min}=-\frac{12}{5}-\frac{2}{5}=-\frac{14}{5}$.




14. $\frac{\sqrt{3}}{6}$ 【解析】如图所示，连接 $CD$，$BD$，延长 $BO$ 交 $AC$ 于 $E$，取 $CD$ 中点 $F$，连接 $EF$，$BF$. 因为△$ABC$ 为正三角形，且 $O$ 为△$ABC$ 的外心，所以 $E$ 为 $AC$ 的中点，故 $EF/\!/AD$，则∠$BEF$ 即为异面直线 $AD$ 与 $BO$ 所成的角. 设 $AD=AB=2$，则 $EF=1$，$BE=\sqrt{3}$. 由题意可知△$BCD$ 为等边三角形，则 $BF=\sqrt{3}$，在△$BEF$ 中，$\cos\angle BEF=\frac{BE^2+EF^2-BF^2}{2BE\cdot EF}=\frac{\sqrt{3}}{6}$.

15. $[2,+\infty)$ 【解析】设双曲线 $C$ 的右焦点为 $F_1$，由双曲线的定义可知$|PF|-|PF_1|=2a$，故$|PO|=|PF_1|$，设 $c^2=a^2+b^2$，则 $P$ 点的横坐标为$\frac{c}{2}$，因为点 $P$ 在双曲线上，显然有$\frac{c}{2}\geqslant a$，即 $e=\frac{c}{a}\geqslant 2$，所以离心率 $e$ 的取值范围是$[2,+\infty)$.

16. $\frac{1}{2}$ 【解析】设 $AD=a$，则 $AB=2a$，由题意可知△$ABD$ 的面积 $S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}\cdot AB\cdot AD\cdot\sin\angle BAD=a^2\sin\angle BAD$. 在△$ABD$ 中，根据余弦定理，可得 $BD^2=AB^2+AD^2-2AB\cdot AD\cdot\cos\angle BAD=a^2(5-4\cos\angle BAD)$，则△$BCD$ 的面积 $S_{\triangle BCD}=\frac{1}{2}BD^2\sin60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{4}BD^2=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2(5-4\cos\angle BAD)$，所以四边形 $ABCD$ 的面积 $S=a^2\sin\angle BAD+\frac{\sqrt{3}}{4}a^2(5-4\cos\angle BAD)=\frac{5\sqrt{3}}{4}a^2+2a^2\sin(\angle BAD-\frac{\pi}{3})$. 当∠$BAD=\frac{5\pi}{6}$时，四边形 $ABCD$ 的面积 $S$ 最大，此时，$\sin\angle BAD=\frac{1}{2}$.

17.【解析】(1)设等差数列$\{a_n\}$的公差为 $d$，则有$\begin{cases}a_1+d+a_1+2d=8\\4a_1+6d=3(a_1+2d)+1\end{cases}$， ………………………… 2 分

整理得$\begin{cases}2a_1+3d=8\\a_1=1\end{cases}$，解得 $d=2$，所以 $a_n=2n-1$. ………………………… 4 分

则 $S_n=n+\frac{n(n-1)}{2}\times2=n^2$.

由 $b_n=2a_n$ 可知，数列$\{b_n\}$是首项 $b_1=2$，公差为 4 的等差数列，

所以 $T_n=2S_n=2n^2$. ………………………… 6 分

(2)由 $b_1$，$b_3$，$b_t$ 成等比数列，则有 $b_3^2=b_1b_t$， ………………………… 8 分

因为 $b_n=\lambda a_n$，所以$(\lambda a_3)^2=(\lambda a_1)\cdot(\lambda a_t)$，

因为 $\lambda\neq0$，整理得 $a_3^2=a_1a_t$， ………………………… 10 分

则有 $5^2=1\cdot(2t-1)$，解得 $t=13$. ………………………… 12 分

18.【解析】(1)连接 $AC_1$，因为四边形 $A_1ACC_1$ 为菱形，所以 $AC_1\perp A_1C$. ………………………… 1 分

因为 $BC\perp AC$，$BC\perp CC_1$，$AC\cap CC_1=C$，

所以 $BC\perp$平面 $ACC_1A_1$，且 $A_1C\subset$平面 $ACC_1A_1$，所以 $A_1C\perp BC$.

因为 $BC/\!/B_1C_1$，所以 $A_1C\perp B_1C_1$， ………………………… 3 分

又因为 $AC_1\cap B_1C_1=C_1$，所以 $A_1C\perp$ 平面 $AB_1C_1$，…………………………………… 4分

又 $AB_1\subset$ 平面 $AB_1C_1$，所以 $A_1C\perp AB_1$．…………………………………… 5分

(2)由(1)知 $BC\perp$ 平面 $A_1ACC_1$，所以平面 $A_1ACC_1\perp$ 平面 $ABC$，

作 $A_1O\perp AC$ 于点 $O$，则 $A_1O\perp$ 平面 $ABC$，

因为四边形 $A_1ACC_1$ 为菱形，$\angle A_1AC=60°$，所以 $\triangle A_1AC$ 为等边三角形，

所以 $O$ 为 $AC$ 的中点，$A_1O=\sqrt{3}$．…………………………………… 7分

三棱锥 $A-A_1B_1C_1$ 的体积 $V_1=\frac{1}{3}\cdot S_{\triangle A_1B_1C_1}\cdot A_1O=\frac{2\sqrt{3}}{3}$．…………………………………… 8分

取 $AB$ 上靠近 $A$ 的四等分点 $D$，则 $OD\perp AB$，且 $OD=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

连接 $A_1D$，则由 $AB\perp A_1O$，$AB\perp OD$ 且 $OD\cap A_1O=O$，

得 $AB\perp$ 平面 $A_1OD$，从而 $A_1D\perp AB$，则 $A_1D=\frac{\sqrt{14}}{2}$，

从而 $S_{\triangle A_1AB_1}=\frac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{14}}{2}=\sqrt{7}$，…………………………………… 10分

设点 $C_1$ 到平面 $ABB_1A_1$ 的距离为 $h$，

根据等体积变换，则有 $V_{C_1-A_1AB_1}=V_{A-A_1B_1C_1}$，则 $h=\frac{2\sqrt{21}}{7}$，

所以点 $C_1$ 到平面 $ABB_1A_1$ 的距离为 $\frac{2\sqrt{21}}{7}$．…………………………………… 12分

19.【解析】(1)由已知数据和参考数据得

$\bar{x}=\frac{2+3+4+5}{4}=3.5$，$\bar{y}=\frac{26+39+49+54}{4}=42$，…………………………………… 2分

$\sum_{i=1}^{4}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})=47$，$\sum_{i=1}^{4}(x_i-\bar{x})^2=5$，$\sqrt{\sum_{i=1}^{4}(x_i-\bar{x})^2}\approx2.2$，…………………………………… 4分

$r=\frac{47}{2.2\times21.4}\approx0.998$．…………………………………… 5分

因为 $y$ 与 $x$ 的相关系数近似为 0.998，说明 $y$ 与 $x$ 的线性相关程度相当高，从而可以用线性回归模型拟合 $y$ 与 $x$ 的关系．…………………………………… 6分

(2)$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{4}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{4}(x_i-\bar{x})^2}=\frac{47}{5}=9.4$，…………………………………… 7分

$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}=42-9.4\times3.5=9.1$．…………………………………… 8分

所以回归方程为 $\hat{y}=9.4x+9.1$．…………………………………… 9分

(3)当 $x=9$ 时，$\hat{y}=9.4\times9+9.1=93.7<100$，…………………………………… 10分

当 $x=10$ 时，$\hat{y}=9.4\times10+9.1=103.1>100$，…………………………………… 11分

所以，到 2025 年沙漠治理面积可突破 100 万亩．…………………………………… 12分

20.【解析】(1)设 $c=\sqrt{a^2-b^2}$，则 $F(-c,0)$，令 $x=-c$，则 $y^2=\frac{b^4}{a^2}$，从而 $\frac{2b^2}{a}=\sqrt{2}$，即 $a=\sqrt{2}b^2$，

又因为 $\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，即 $a^2=2c^2$，…………………………………… 2分

解得 $a=\sqrt{2}$，$b=1$，

故椭圆的方程为 $\frac{x^2}{2}+y^2=1$．…………………………………… 4分

(2)设直线 $l$ 的方程为 $y=kx+\frac{1}{2}$，当 $k=0$ 时，不符合题意．…………………………………… 5分

当 $k\neq0$ 时，设直线 $AB: y=-\frac{1}{k}x+m$，

由 $\begin{cases}x^2+2y^2=2\\ y=-\frac{1}{k}x+m\end{cases}$ 联立，整理得 $(\frac{1}{2}+\frac{1}{k^2})x^2-\frac{2m}{k}x+m^2-1=0$，

$\Delta=\frac{4m^2}{k^2}-4(\frac{1}{2}+\frac{1}{k^2})(m^2-1)=-2m^2+2+\frac{4}{k^2}>0$，即 $1+\frac{2}{k^2}>m^2$①. ………… 6 分

设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则 $x_1+x_2=\frac{4km}{2+k^2}$，$x_1x_2=\frac{2k^2(m^2-1)}{2+k^2}$，

$y_1+y_2=-\frac{1}{k}(x_1+x_2)+2m=\frac{2mk^2}{2+k^2}$，

$y_1y_2=(-\frac{1}{k}x_1+m)(-\frac{1}{k}x_2+m)=\frac{1}{k^2}x_1x_2-\frac{m}{k}(x_1+x_2)+m^2=\frac{k^2m^2-2}{2+k^2}$. ………… 7 分

$AB$ 的中点 $K(\frac{2km}{2+k^2},\frac{k^2m}{2+k^2})$ 在直线 $l$ 上，

则 $\frac{k^2m}{2+k^2}=k\times\frac{2km}{2+k^2}+\frac{1}{2}$，整理得 $m=-\frac{2+k^2}{2k^2}$②. ………… 8 分

②式代入①式整理得 $3k^4+4k^2-4>0$，

解得 $k>\frac{\sqrt{6}}{3}$ 或 $k<-\frac{\sqrt{6}}{3}$. ………… 9 分

因为 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=0$，即 $x_1x_2+y_1y_2=\frac{2k^2(m^2-1)}{2+k^2}+\frac{k^2m^2-2}{2+k^2}=0$，

整理得 $3k^2m^2-2k^2-2=0$③. ………… 10 分

将②式代入③得 $5k^4-4k^2-12=0$，$k=\pm\sqrt{2}$，且满足 $k>\frac{\sqrt{6}}{3}$ 或 $k<-\frac{\sqrt{6}}{3}$， ………… 11 分

所以 $k=\pm\sqrt{2}$，故直线 $l$ 的方程为 $y=\sqrt{2}x+\frac{1}{2}$，或 $y=-\sqrt{2}x+\frac{1}{2}$. ………… 12 分

21.【解析】(1) $f'(x)=(x^2+2x)e^x+\frac{1}{x}(x>0)$，

由 $x>0$，可知有 $f'(x)>0$，

故 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增. ………… 2 分

因为 $f(1)=e>0$，$f(\frac{1}{2})=\frac{\sqrt{e}}{4}-\ln2<0$，

所以函数 $f(x)$ 有唯一零点 $x_0$，且 $\frac{1}{2}<x_0<1$. ………… 4 分

(2) 由 $x(e^x-a)\geqslant\ln(ex)$，整理得 $a\leqslant e^x-\frac{\ln(ex)}{x}$，

设 $g(x)=e^x-\frac{\ln(ex)}{x}$，$g'(x)=e^x+\frac{\ln x}{x^2}=\frac{x^2e^x+\ln x}{x^2}$，

由(1)可知 $f(x)=x^2e^x+\ln x$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，

存在唯一零点 $x_0$，且 $\frac{1}{2}<x_0<1$.

当 $x\in(0,x_0)$ 时，$f(x)<0$，$g'(x)<0$，$g(x)$ 单调递减，

当 $x\in(x_0,+\infty)$ 时，$f(x)>0$，$g'(x)>0$，$g(x)$ 单调递增. ………… 6 分

即 $g(x_0)$ 为 $g(x)$ 在定义域内的最小值，所以 $a\leqslant e^{x_0}-\frac{\ln x_0}{x_0}-\frac{1}{x_0}$，

因为 $f(x_0)=0$，所以 $x_0e^{x_0}=-\frac{\ln x_0}{x_0}(\frac{1}{2}<x_0<1)$①， ………… 8 分

令 $h(x)=xe^x$，$\frac{1}{2}<x<1$，

方程①等价于 $h(x_0)=h(-\ln x_0)(\frac{1}{2}<x_0<1)$，

而 $h'(x)=(x+1)e^x$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒大于零，所以 $h(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 单调递增，

故 $h(x_0)=h(-\ln x_0)$ 等价于 $x_0=-\ln x_0$，$e^{x_0}=\frac{1}{x_0}$， …………………………………………………… 10 分

故 $g(x)$ 的最小值 $g(x_0)=e^{x_0}-\frac{\ln x_0}{x_0}-\frac{1}{x_0}=\frac{1}{x_0}-\frac{-x_0}{x_0}-\frac{1}{x_0}=1$，

所以 $a\leqslant 1$，

所以 $a$ 的取值范围为 $(-\infty,1]$. …………………………………………………………………………… 12 分

22.【解析】(1)根据曲线 $C_1$ 的参数方程可得，$(x-a)^2+(y-b)^2=1$，

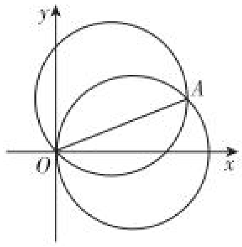
因为 $a^2+b^2=1$，所以曲线 $C_1$ 是经过坐标原点且半径为 1 的动圆. …………………………………… 2 分

由 $C_2$ 的极坐标方程 $\rho=2\cos\theta$，可得 $\rho^2=2\rho\cos\theta$，则有 $x^2+y^2=2x$，整理得 $(x-1)^2+y^2=1$，

所以曲线 $C_2$ 是圆心为 $(1,0)$、半径为 1 的圆. ………………………………………………………… 4 分

结合图形可知，若 $C_1$ 与 $C_2$ 有且只有 1 个公共点，则两圆外切，从而 $\sqrt{(a-1)^2+b^2}=2$，又 $a^2+b^2=1$，

解得 $a=-1$，$b=0$. ……………………………………………………………………………………………… 5 分




(2)当 $a=b=\frac{\sqrt{2}}{2}$，曲线 $C_1$ 的普通方程为 $x^2+y^2-\sqrt{2}x-\sqrt{2}y=0$，

曲线 $C_1$ 的极坐标方程为 $\rho^2-\sqrt{2}\rho\cos\theta-\sqrt{2}\rho\sin\theta=0$，即 $\rho=\sqrt{2}\cos\theta+\sqrt{2}\sin\theta$. …… 7 分

由(1)可知 $O$ 为曲线 $C_1$，$C_2$ 的一个交点，设另一交点为 $(\rho_0,\theta_0)$，

联立曲线 $C_1$，$C_2$ 方程得 $2\cos\theta_0=\sqrt{2}\cos\theta_0+\sqrt{2}\sin\theta_0$.

整理得 $(\sqrt{2}-1)\cos\theta_0=\sin\theta_0$， …………………………………………………… 8 分

因为 $\sin^2\theta_0+\cos^2\theta_0=1$，解得 $\cos^2\theta_0=\frac{2+\sqrt{2}}{4}$，

则 $|AB|^2=\rho_0^2=4\cos^2\theta_0=2+\sqrt{2}$. ………………………………………………………………… 10 分

23.【解析】(1) $|x-a|+|x+b|\geqslant|(x-a)-(x+b)|=|a+b|$，

因为 $a>0$，$b>0$，$f(x)$ 的值域为 $[2,+\infty)$，

则有 $a+b=2$. ………………………………………………………………………………………………… 2 分

因为 $ab\leqslant\frac{(a+b)^2}{4}=1$(当且仅当 $a=b$ 时取等号)，

所以 $a+b\geqslant 2ab$. ………………………………………………………………………………………… 4 分

(2)由题意可知 $a+b=1-c$，即 $a+b+c=1$. …………………………………………………………… 5 分

$\frac{(1-a)(1-b)(1-c)}{abc}=\frac{1-a}{a}\cdot\frac{1-b}{b}\cdot\frac{1-c}{c}$.

根据基本不等式可知 $\frac{1-a}{a}=\frac{b+c}{a}\geqslant\frac{2\sqrt{bc}}{a}$，同理 $\frac{1-b}{b}\geqslant\frac{2\sqrt{ac}}{b}$，$\frac{1-c}{c}\geqslant\frac{2\sqrt{ab}}{c}$， ……………………… 8 分

则有 $\frac{1-a}{a}\cdot\frac{1-b}{b}\cdot\frac{1-c}{c}\geqslant\frac{2\sqrt{bc}}{a}\cdot\frac{2\sqrt{ac}}{b}\cdot\frac{2\sqrt{ab}}{c}=8$，

即 $\frac{(1-a)(1-b)(1-c)}{abc}\geqslant 8$. ………………………………………………………………………

# 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。


**关注后获取更多资料：**

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”,即可获取《高考考前必背知识点》