

SRS2023 届高三模拟测试（第二次）

理科数学

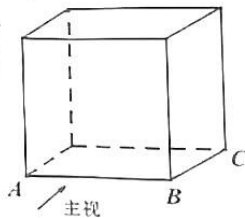
本试卷共 4 页，23 小题，满分 150 分。考试时间 120 分钟。

注意事项：

- 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填涂在答题卡上，并在相应位置贴好条形码。
- 作答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案信息涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案。
- 非选择题必须用黑色水笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来答案，然后再写上新答案，不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。
- 考生必须保证答题卡整洁。考试结束后，将试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

- 已知集合 $A = \{x | x^2 - 4x - 5 \leq 0\}$, $B = \{x | \log_2 x < 2\}$, 则 $A \cap B =$
 A. $[-1, 4)$ B. $[-1, 4]$ C. $[-1, 5]$ D. $(0, 4)$
- 已知复数 z 满足 $(z+i)i = 1+z$, 则复数 z 在复平面内对应的点在
 A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
- 已知数列 $\{a_n\}$, 若 $a_1 + a_{2n-1} = 4n - 6$, 则 $a_7 =$
 A. 9 B. 11 C. 13 D. 15
- 已知函数 $f(x) = 2^{\sin x}$, 命题 $p: \exists x_1, x_2 \in (0, \pi)$, 使得 $f(x_1) + f(x_2) = 2$, 命题 $q: \forall x_1, x_2 \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$, 当 $x_1 < x_2$ 时, 都有 $f(x_1) < f(x_2)$, 则下列命题中为真命题的是
 A. $p \vee q$ B. $p \wedge q$ C. $p \wedge (\neg q)$ D. $(\neg p) \wedge (\neg q)$
- 已知抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的准线为 l , 点 M 是抛物线上一点, 若圆 M 过点 $A(3, 0)$ 且与直线 l 相切, 则圆 M 与 y 轴相交所得弦长是
 A. $2\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{3}$ C. 4 D. $2\sqrt{5}$
- 如图, A, B, C 是正方体的顶点, $AB = 2$, 点 P 在正方体的表面上运动, 若三棱锥 $P-ABC$ 的主视图、左视图的面积都是 1, 俯视图的面积为 2, 则 PA 的取值范围为
 A. $[1, \sqrt{5}]$ B. $[\sqrt{5}, 3]$
 C. $[2, \sqrt{5}]$ D. $[1, 3]$
- 已知单位向量 \vec{a}, \vec{b} 满足 $|\vec{a} + \vec{b}| + 2\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$, 则 \vec{a}, \vec{b} 的夹角为
 A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$
- 已知 $a = \log_4 1.25, b = \log_5 1.2, c = \log_4 8$, 则
 A. $c > a > b$ B. $c > b > a$ C. $a > b > c$ D. $a > c > b$
- 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = 2^{n-1}$, 保持数列 $\{a_n\}$ 中各项顺序不变, 对任意的 $k \in \mathbb{N}_+$, 在数列 $\{a_n\}$ 的 a_k 与 a_{k+1} 项之间, 都插入 k ($k \in \mathbb{N}_+$) 个相同的数 $(-1)^k k$, 组成数列 $\{b_n\}$, 记数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项的和为 T_n , 则 $T_{100} =$
 A. 4056 B. 4096 C. 8152 D. 8192



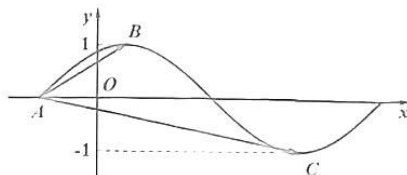
三. 解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答; 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (12 分) 如图是函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, 0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象, 已知 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 2$.

(1) 求 ω ;

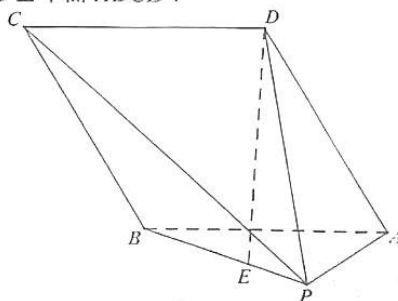
(2) 若 $f(2) - f(\frac{4}{3}) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, 求 φ .



18. (12 分) 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是边长为 4 的菱形, $\angle PAB = \angle DAB = \frac{\pi}{3}$, $PA \perp PB$, 点 E 在线段 PB 上, $CD \perp DE$, 平面 $PAB \perp$ 平面 $ABCD$.

(1) 求 PE ;

(2) 求直线 DE 与平面 CDP 所成角的正弦值.



19. (12 分) 一地质探测队为探测一矿中金属锂的分布情况, 先设了 1 个原点, 再确定了 5 个采样点, 这 5 个采样点到原点距离分别为 x_i , 其中 $x_i = i (i=1, 2, 3, 4, 5)$, 并得到了各采样点金属锂的含量 y_i , 得到一组数据 $(x_i, y_i), i=1, 2, 3, 4, 5$, 经计算得到如下统计量的值:

$$\sum_{i=1}^5 y_i = 62, \quad \sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 47, \quad \sum_{i=1}^5 u_i \approx 4.79, \quad \sum_{i=1}^5 (u_i - \bar{u})^2 \approx 1.615,$$

$$\sum_{i=1}^5 (u_i - \bar{u})(y_i - \bar{y}) \approx 19.38, \quad \text{其中 } u_i = \ln x_i, (i=1, 2, 3, 4, 5).$$

(1) 利用相关系数判断 $y = a + bx$ 与 $y = a + b \ln x$ 哪一个更适宜作为 y 关于 x 的回归模型;

(2) 建立 y 关于 x 的回归方程.

参考公式: 回归方程 $y = a + bt$ 中斜率、截距的最小二乘估计公式、相关系数公式分别为

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i y_i - n\bar{t}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n t_i^2 - n\bar{t}^2}, \quad a = \bar{y} - b\bar{t}, \quad r = \frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}};$$

参考数据: $\frac{19.38^2}{1.615} = 232.56.$

20. (12分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的焦距为 $2\sqrt{3}$, 左、右顶点分别为 A_1, A_2 , 上顶点为 B , 过点 A_2 的直线 l_1, l_2 斜率分别为 $-\frac{1}{2}, k (k < -\frac{1}{2})$, 直线 A_1B 与直线 l_1, l_2 的交点分别为 B, P .

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 若直线 l_2 与椭圆 C 的另一个交点为 Q , 直线 BQ 与 x 轴的交点为 R , 记 $\triangle PQR$ 的面积为 S_1 , $\triangle A_2QB$ 的面积为 S_2 , 求 $\frac{S_1}{S_2}$ 的取值范围.

21. (12分) 已知函数 $f(x) = -\frac{1}{x} - kx + a \ln x (x > 0, a > 0)$, $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数.

(1) 当 $a=1, k=2$ 时, 求函数 $f(x)$ 的极值;

(2) 已知 $x_1, x_2 \in (0, +\infty) (x_1 \neq x_2)$, 若存在 $k \in \mathbb{R}$, 使得 $f(x_1) = f(x_2)$ 成立, 求证: $f'(x_1) + f'(x_2) > 0$.

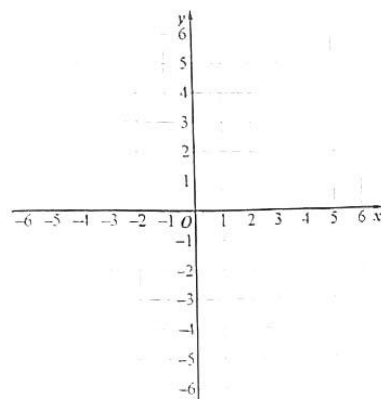
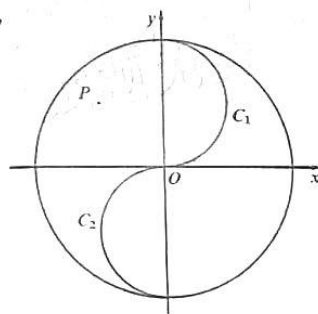
(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (10分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

“太极图”是关于太极思想的图示, 其形状如对称的阴阳两鱼互抱在一起, 也被称为“阴阳鱼太极图”. 在平面直角坐标系 xOy 中, “太极图”是一个圆心为坐标原点, 半径为 4 的圆, 其中黑、白区域分界线 C_1, C_2 为两个圆心在 y 轴上的半圆, $P(-2, 2)$ 在太极图内, 以坐标原点为极点, x 轴非负半轴为极轴建立极坐标系.

(1) 求点 P 的一个极坐标和分界线 C_1 的极坐标方程;

(2) 过原点的直线 l 与分界线 C_1, C_2 分别交于 M, N 两点, 求 $\triangle PMN$ 面积的最大值.



23. (10分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知 $f(x) = |x+1| - |2x-2|$, $g(x) = a|x-b|$.

(1) 在给出的直角坐标系中画出函数 $f(x)$ 的图象;

(2) 若 $f(x) \geq g(x)$ 在 \mathbb{R} 上恒成立, 求 $b-a$ 的最小值.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线