绝密★启用前

省级联测 2021—2022 第一次考试

高三数学

班级__________ 姓名__________

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、班级和考号填写在答题卡上。

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 2\}$，$B=\{x\mid y=\sqrt{1-x}\}$，则集合 $A\cap B=$

A. $[1,2]$　　B. $[-2,1]$　　C. $[-1,2]$　　D. $(-\infty,1]$

2. 已知命题 p：$\exists x_0\in(1,3)$，$x_0^2-4x_0+3<0$，则 $\neg p$ 是

A. $\exists x_0\in(1,3)$，$x_0^2-4x_0+3\geqslant 0$　　B. $\exists x_0\notin(1,3)$，$x_0^2-4x_0+3<0$

C. $\forall x\in(1,3)$，$x^2-4x+3\geqslant 0$　　D. $\forall x\notin(1,3)$，$x^2-4x+3<0$

3. 在复平面内，点 A 和 C 对应的复数分别为 $4-2\mathrm{i}$ 和 $-2+4\mathrm{i}$，若四边形 $OABC$ 为平行四边形（O 为坐标原点），则点 B 对应的复数为

A. $1+\mathrm{i}$　　B. $1-\mathrm{i}$　　C. $2-2\mathrm{i}$　　D. $2+2\mathrm{i}$

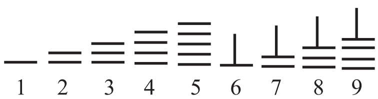
4. 已知函数 $f(x)=\dfrac{2}{\pi}\sin \pi x-f'(1)x+2$，则 $f(2)=$

A. $\dfrac{2}{\pi}+2$　　B. 2　　C. 4　　D. 0

5. 若 $\cos\left(\alpha-\dfrac{\pi}{7}\right)=\dfrac{4\sqrt{3}}{7}$，则 $\sin\left(\alpha+\dfrac{5}{14}\pi\right)=$

A. $-\dfrac{1}{7}$　　B. $\dfrac{1}{7}$　　C. $-\dfrac{4\sqrt{3}}{7}$　　D. $\dfrac{4\sqrt{3}}{7}$

6. 十进制的算筹计数法是中国数学史上一个伟大的创造，算筹实际上是一根根同长短的小木棍. 下图是利用算筹表示数字 1～9 的一种方法. 例如：3 可表示为“≡”，26 可表示为“=⊥”，现用 6 根算筹表示不含 0 的无重复数字的三位数，算筹不能剩余，则这个三位数能被 3 整除的概率为



A. $\dfrac{1}{4}$　　B. $\dfrac{1}{6}$　　C. $\dfrac{5}{12}$　　D. $\dfrac{7}{24}$

7. 若 $x>0,y>0$，且 $\frac{1}{2x+1}+\frac{1}{x+y}=1$，则 $2x+y$ 的最小值为

A. 2　　B. $2\sqrt{2}$　　C. $1+\sqrt{2}$　　D. $2+2\sqrt{2}$

8. 已知点 F 为抛物线 $C:y^2=4x$ 的焦点，过点 F 的直线 l 交抛物线 C 于 A,B 两点，且 $\overrightarrow{AF}=t\overrightarrow{FB}(t>1)$，$|AB|=\frac{16}{3}$，则 $t=$

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分．

9. 下列函数中，以 2π 为周期的函数有

A. $y=\tan\frac{x}{2}$　　B. $y=\sin\frac{x}{2}$

C. $y=|\sin 2x|$　　D. $y=\cos|x|$

10. 已知圆 $C_1:x^2+(y-a)^2=1$ 与圆 $C_2:x^2+y^2=9$ 有四条公共切线，则实数 a 的取值可以是

A. -5　　B. -3　　C. 2　　D. 5

11. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}\left(\frac{1}{5}\right)^x, x\leqslant 0,\\ x^3-6x^2+9x+1, x>0,\end{cases}$ 则下列关于函数 $f(x)$ 说法正确的是

A. $f(x)$ 在 $(-1,1)$ 上单调递减

B. 1 和 3 是函数 $f(x)$ 的极值点

C. 若当 $x\in[a,1]$ 时，函数 $f(x)$ 的值域是 $[1,5]$，则 $-1\leqslant a\leqslant 0$

D. 当 $1<a<5$ 时，函数 $g(x)=[f(x)]^2-(a+1)f(x)+a$ 恰有 6 个不同的零点

12. 已知 d,S_n 分别是等差数列 $\{a_n\}$ 的公差及前 n 项和，$S_7>S_9>S_8$，设 $b_n=a_na_{n+1}a_{n+2}$，数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n，则下列结论中正确的是

A. 满足 $S_n>0$ 的最小 n 值为 17　　B. $|a_8|<|a_9|$

C. $a_7\cdot a_8>a_9\cdot a_{10}$　　D. $n=8$ 时，T_n 取得最小值

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，其中第 15 题第一空 2 分，第二空 3 分．

13. 双曲线 $C:\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{4}=1$ 的渐近线方程为________．

14. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(2,1)$，$\boldsymbol{b}=(1,m)$，若 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}^2=\boldsymbol{b}^2$，则 $m=$________．

15. 在 $\left(\sqrt[3]{x}-\frac{2}{x}\right)^n$ 的展开式中，所有项的二项式系数之和为 512，则 $n=$________，展开式中有理项有________项．

16. 已知空间四边形 $ABCD$ 的各边长及对角线 BD 的长度均为 6，平面 $ABD\perp$ 平面 CBD，点 M 在 AC 上，且 $AM=2MC$，过点 M 作四边形 $ABCD$ 外接球的截面，则截面面积最大值与最小值之比为________．

四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.(本小题满分 10 分)

已知等比数列$\{a_n\}$中,$a_1=1$,且 $2a_2$ 是 a_3 和 $4a_1$ 的等差中项.数列$\{b_n\}$满足 $b_1=1$,$b_7=13$,且 $b_{n+2}+b_n=2b_{n+1}$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

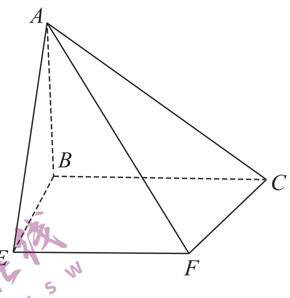
(2)求数列$\{a_n+b_n\}$的前 n 项和 T_n.

18.(本小题满分 12 分)

在四棱锥 $A-BCFE$ 中,底面 $BCFE$ 为梯形,$BC\perp BE$,$EF/\!/BC$,$BC=BE=1$,$AE=3$,$EF=\frac{3}{4}$,$AB\perp$平面 $BCFE$.

(1)证明:平面 $AEF\perp$平面 ABE;

(2)求直线 AE 与平面 AFC 所成角的正弦值.

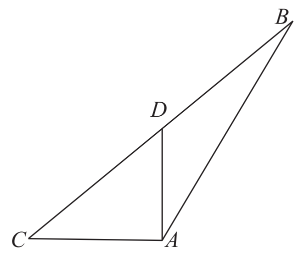


19.(本小题满分 12 分)

已知△ABC 的内角 A,B,C 的对应边分别为 a,b,c. $a=2\sqrt{7}$,$b=2$,且$\sqrt{3}\cos A(c\cos B+b\cos C)+a\sin A=0$.

(1)求 A;

(2)设 D 为 BC 边上一点,且 $AD\perp AC$,求△ABD 的面积.



20.(本小题满分 12 分)

某企业计划招聘新员工,现对应聘者关于工作的首要考虑因素进行调查,所得统计结果如下表所示:

	男性	女性
以月薪作为主要考虑因素	10	16
以发展前景作为主要考虑因素	10	4

(1)是否有 95% 的把握认为应聘者关于工作的首要考虑因素与性别有关;

(2)若招聘考核共设置 2 个环节,应聘者需要参加全部环节的考核,每个环节设置两个项目,若应聘者每通过一个项目积 10 分,未通过积 −5 分. 已知甲第 1 环节每个项目通过的概率均为 $\frac{3}{4}$,第 2 环节每个项目通过的概率均为 $\frac{2}{3}$,各环节、各项目间相互独立. 求甲经过两个环节的考核后所得积分之和 ξ 的分布列和数学期望 $E(\xi)$.

参考公式:$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$,其中 $n=a+b+c+d$.

参考数据:

$P(K^2\geqslant k)$	0.100	0.050	0.010	0.001
k	2.706	3.841	6.635	10.828

21.(本小题满分 12 分)

已知椭圆 E:$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别是 $F_1(-\sqrt{3},0)$和 $F_2(\sqrt{3},0)$,点 P 在椭圆 E 上,且$\triangle PF_1F_2$ 的周长是 $4+2\sqrt{3}$.

(1)求椭圆 E 的标准方程;

(2)已知 A、B、C 为椭圆 E 上三点,若有 $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\mathbf{0}$,求$\triangle ABC$ 的面积.

22.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=x\ln x+(1-a)x+a$.

(1)当 $a=0$ 时,求曲线 $y=f(x)$在点$(1,f(1))$处的切线方程;

(2)若对任意 $x\in(0,1)$,不等式 $f(x)>0$ 恒成立,求正整数 a 的最小值.