

绝密★考试结束前

2023 年 5 月杭嘉湖金四县区调研测试 高二年级数学学科 答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	D	A	B	C	A	C	B	B	ACD	BD	BC	AD

13. $\frac{5}{16}$ 14. -1 15. 185.5 16. $a > e$

17. 解: (1) 易知 $f'(x) = (x+2)e^x$,2 分
故递减区间为 $(-\infty, -2)$, 递增区间为 $(-2, +\infty)$ 4 分

(2) 设切点 (x_0, y_0) , 则 $k = \frac{(x_0 + a)e^{x_0}}{x_0} = (x_0 + a + 1)e^{x_0}$,7 分

即 $x_0^2 + ax_0 - a = 0$ 有两非零解, 由 $\Delta = a^2 + 4a > 0$ 可知 $a > 0$ 或 $a < -4$10 分

18. 解: (1) 由已知可得: 当 $n \geq 2$ 时, $\frac{a_n}{n} = \frac{n^2 + n}{2} - \frac{(n-1)^2 + (n-1)}{2} = n$,3 分

当 $n=1$ 时, $a_1 = 1$, 符合, 所以 $a_n = n^2$6 分

(2) $b_n = n \cdot 3^n$.

$$S_n = 1 \times 3^1 + 2 \times 3^2 + 3 \times 3^3 + \cdots + n \cdot 3^n, \quad \text{①}$$

$$3S_n = 1 \times 3^2 + 2 \times 3^3 + \cdots + (n-1) \cdot 3^n + n \cdot 3^{n+1}, \quad \text{②}$$

$$\text{①} - \text{②} \text{ 得, } -2S_n = 3^1 + 3^2 + \cdots + 3^n - n \cdot 3^{n+1} = \frac{3 \cdot (1-3^n)}{1-3} - n \cdot 3^{n+1} = \frac{(1-2n) \cdot 3^{n+1} - 3}{2},$$

$$\text{所以 } S_n = \frac{(2n-1) \cdot 3^{n+1} + 3}{4}. \quad \text{.....12 分}$$

19. 解: (1) 设 $A = \text{“某天中午甲去A餐厅用餐”}$, $B = \text{“该天晚餐甲去B餐厅用餐”}$,

由题知 $n(A) = 50$, $n(AB) = 20$,3 分

$$P(B|A) = \frac{20}{50} = 0.4 \quad \text{.....6 分}$$

$$(2) \text{ 由 } P(\bar{M}|N) = P(\bar{M}|\bar{N}) \text{ 可知 } \frac{P(\bar{M}N)}{P(N)} = \frac{P(\bar{M}\bar{N})}{P(\bar{N})} = \frac{P(\bar{M}) - P(\bar{M}N)}{1 - P(N)}, \quad \text{.....9 分}$$

即 $P(\bar{M}N) = P(\bar{M})P(N)$, 可知 $\bar{M}$ 与 N 相互独立, 即 M 和 N 相互独立.12 分

20. 解: (1) $y' = kx^{k-1}$, 若切点是 $Q_n(a_n, a_n^k)$, 则切线方程为 $y - a_n^k = ka_n^{k-1}(x - a_n)$2 分

$$\text{当 } n=1 \text{ 时, 切线过点 } P(1,0), \text{ 即 } 0 - a_1^k = ka_1^{k-1}(x - a_1), \text{ 得 } a_1 = \frac{k}{k-1}. \quad \text{.....4 分}$$

$$\text{当 } n>1 \text{ 时, 切线过点 } P_{n-1}(a_{n-1}, 0), \text{ 即 } 0 - a_n^k = ka_n^{k-1}(a_{n-1} - a_n), \text{ 得 } \frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{k}{k-1}. \quad \text{.....6 分}$$

所以数列 $\{a_n\}$ 是首项为 $\frac{k}{k-1}$, 公比为 $\frac{k}{k-1}$ 的等比数列, $a_n = \left(\frac{k}{k-1}\right)^n (n \in N^*)$8 分

$$\begin{aligned} (2) a_n &= \left(\frac{k}{k-1}\right)^n = \left(1 + \frac{1}{k-1}\right)^n = C_n^0 + C_n^1 \frac{1}{k-1} + C_n^2 \left(\frac{1}{k-1}\right)^2 + \cdots + C_n^n \left(\frac{1}{k-1}\right)^n \\ &\geq C_n^0 + C_n^1 \frac{1}{k-1} = 1 + \frac{n}{k-1}. \quad \text{.....12 分} \end{aligned}$$

21. 解: (1) 分布列如下:

X	5	6	7	8	9	10
P	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$

$EX = 7.5$ 分6 分

(2) 设一天得分不低于 3 分为事件 A, 则

$$P(A) = \left[1 - (1-p)\frac{2}{3} \right] = \frac{2p+1}{3}, \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

则恰有三天每天得分不低于 3 分的概率

$$f(p) = C_3^3 \left(\frac{2p+1}{3} \right)^3 \left(1 - \frac{2p+1}{3} \right)^2 = \frac{40}{243} (2p+1)^3 (1-p)^2, \quad 0 < p < 1, \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

则 $f'(p) = \frac{40}{243} (2p+1)^2 (1-p)(4-10p)$, 当 $0 < p < \frac{2}{5}$ 时, $f(p)$ 递增, 当 $\frac{2}{5} < p < 1$ 时, $f(p)$ 递减, 当 $p = \frac{2}{5}$ 时, $f(p)$ 取最大值.12 分

22. 解: (1) 易知 $g'(x) = \frac{1}{x} - 1$,2 分

即 $y = g(x)$ 在 $(0, 1)$ 时递增, $(1, +\infty)$ 时递减, 故 $g(x)_{\max} = -1$4 分

(2) 由 $f(x) + g(x) = 1$ 可知 $e^{\ln x - ax} + \ln x - ax = 1$,6 分

令 $t = \ln x - ax$, 即 $e^t + t = 1$, $h(t) = e^t + t$ 递增, 且 $h(0) = 1$, 故 $t = \ln x - ax = 0$ 有两个不同的正数根,8 分

$$\text{即 } s(x) = \ln x - ax, \text{ 则 } s'(x) = \frac{1}{x} - a = \frac{1-ax}{x},$$

若 $a \leq 0$, 则 $s'(x) > 0$, 即 $s(x)$ 递增, 最多只有一个零点, 舍;

若 $a > 0$, 则 $s(x)$ 在 $(0, \frac{1}{a})$ 上递增, $(\frac{1}{a}, +\infty)$ 上递减, 故 $s(x)_{\max} = s(\frac{1}{a}) = -\ln a - 1 > 0$,

即 $0 < a < \frac{1}{e}$,10 分

此时 $s(\frac{1}{e}) = -1 - \frac{a}{e} < 0$, $s(x)$ 在 $(\frac{1}{e}, \frac{1}{a})$ 上有一个零点, 同时 $s(\frac{1}{a^2}) = 2 \ln \frac{1}{a} - \frac{1}{a}$, 设 $t = \frac{1}{a}$, 则 $t > e$,

$u(t) = 2 \ln t - t$ 有 $u'(t) = \frac{2}{t} - 1 < 0$, 即 $u(t)$ 在 $(e, +\infty)$ 上递减, 故 $u(t)$ 在 $(e, +\infty)$ 上递减, 故

$u(t) < u(e) = 2 - e < 0$, 故 $s(\frac{1}{a^2}) < 0$, 故 $s(x)$ 在 $(\frac{1}{a}, +\infty)$ 只有一个零点,

综上: $0 < a < \frac{1}{e}$12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址: www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**浙江官方微信号: **zjgkjzb**。



微信搜一搜

浙考家长帮