2022—2023 衡水中学下学期高三年级一调考试

数　学

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分。共 4 页，总分 150 分，考试时间 120 分钟。

第Ⅰ卷（选择题　共 60 分）

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．设集合 $A=\{x\in \mathbf{N}\mid -2<x\leq 1\}$，$B=\{x\mid \lg(x+2)<1\}$，则 $A\cap B=$

A．$\{-1,0,1\}$　　B．$\{0,1\}$　　C．$\{-1,1\}$　　D．$\{-1\}$

2．已知复数 z 满足 $|z-5|=|z-1|=|z+\mathrm{i}|$，则 $|z|=$

A．$\sqrt{10}$　　B．$\sqrt{13}$　　C．$3\sqrt{2}$　　D．5

3．已知 $\alpha\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$，且 $3\cos 2\alpha-\sin\alpha=2$，则

A．$\cos(\pi-\alpha)=\frac{2}{3}$　　B．$\tan(\pi-\alpha)=\frac{\sqrt{2}}{4}$

C．$\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\frac{\sqrt{5}}{3}$　　D．$\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\frac{\sqrt{5}}{4}$

4．南宋数学家杨辉在《详解九章算法》和《算法通变本末》中提出了一些新的垛积公式，他所讨论的高阶等差数列与一般等差数列不同，前后两项之差并不相等，但是逐项之差成等差数列．现有一高阶等差数列，其前 7 项分别为 1，2，4，7，11，16，22，则该数列的第 100 项为

A．4 923　　B．4 933　　C．4 941　　D．4 951

5．已知抛物线 $C:y^2=2x$ 的焦点为 F，点 M 在 C 上，点 N 在准线 上，满足 $MN\parallel OF$（O 为坐标原点），$|NF|=|MN|$，则 ΔMNF 的面积为

A．$\sqrt{3}$　　B．$\frac{5\sqrt{3}}{4}$　　C．$\frac{3\sqrt{3}}{2}$　　D．$2\sqrt{3}$

6．碳达峰，是指在某一个时点，二氧化碳的排放不再增长，达到峰值之后开始下降；碳中和，是指企业、团体或个人测算在一定时间内直接或间接产生的温室气体排放总量，通

过植树造林、节能减排等形式，以抵消自身产生的二氧化碳排放量，实现二氧化碳“零排放”．某地区二氧化碳的排放量达到峰值。亿吨后开始下降，其二氧化碳的排放量 S（单位：亿吨）与时间基（单位：年）满足函数关系式 $S=ab^t$，已知经过 5 年，该地区二氧化碳的排放量为 $\frac{4a}{5}$ 亿吨．若该地区通过植树造林、节能减排等形式，能抵消自身产生的二氧化碳排放量为 $\frac{a}{4}$ 亿吨，则该地区要实现“碳中和”至少需要经过(lg 2≈0.3)

A．28 年　　B．29 年　　C．30 年　　D．31 年

7．从 2，3，4，5，6，7，8，9 中随机取两个数，这两个数一个比 m 大，一个比 m 小的概率为 $\frac{5}{14}(m\in N^*)$．已知 m 为上述数据中的 x%分位数，则 x 的取值可能为

A．50　　B．60　　C．70　　D．80

8．已知 x_1 是函数 $f(x)=x+1-\ln(x+2)$ 的零点，x_2 是函数 $g(x)=x^2-2ax+4a+4$ 的零点，且满足 [illegible]，则实数 a 的最小值是

A．1　　B．2　　C．[illegible]　　D．[illegible]

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9．已知向量 $a=(1,0)$，$b=(1,2\sqrt{3})$，则

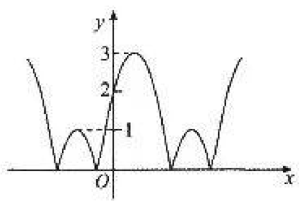
A．$|a+b|=4$

B．$(a+b)\cdot a=2$

C．向量 $a+b$ 与 a 的夹角为 $\frac{\pi}{6}$

D．向量 $a+b$ 在向量 a 上的投影向量为 $2a$

10．已知函数 $f(x)=A\cos(2x+\varphi)-1(A>0,0<\varphi<\pi)$，若函数 $y=|f(x)|$ 的部分图象如图所示，则关于函数 $g(x)=A\sin(Ax-\varphi)$，下列结论正确的是



A. $g(x)$ 的图象关于直线 $x=\frac{\pi}{12}$ 对称

B. $g(x)$ 的图象关于点 $\left(\frac{\pi}{3},0\right)$ 对称

C. $g(x)$ 在区间 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上的单调递减区间为 $\left[0,\frac{\pi}{12}\right]$

D. $g(x)$ 的图象可由 $y=f(x)+1$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度得到

11. 已知 A，B 分别为圆 $C_1:x^2+y^2-2x+8y+16=0$ 与圆 $C_2:x^2+y^2-6x+5=0$ 上的两个动点，P 为直线 $l:x-y+2=0$ 上的一点，则

A. $|PA|+|PB|$ 的最小值为 $3\sqrt{10}-3$

B. $|PA|+|PB|$ 的最小值为 $\sqrt{13}+\sqrt{37}-3$

C. $|PA|-|PB|$ 的最大值为 $2\sqrt{5}+3$

D. $|PA|-|PB|$ 的最小值为 $2\sqrt{5}-3$

12. 已知正四面体 $ABCD$ 的棱长为 $2\sqrt{2}$，其所有顶点均在球 O 的球面上．已知点 E 满足 $\overrightarrow{AE}=\lambda\overrightarrow{AB}(0<\lambda<1)$，$\overrightarrow{CF}=\mu\overrightarrow{CD}(0<\mu<1)$，过点 E 作平面 α 平行于 AC 和 BD，平面 α 分别与该正四面体的棱 BC，CD，AD 相交于点 M，G，H，则

A. 四边形 $EMGH$ 的周长是变化的

B. 四棱锥 $A-EMGH$ 体积的最大值为 $\frac{64}{81}$

C. 当 $\lambda=\frac{1}{4}$ 时，平面 α 截球 O 所得截面的周长为 $\sqrt{11}\pi$

D. 当 $\lambda=\mu=\frac{1}{2}$ 时，将正四面体 $ABCD$ 绕 EF 旋转 90°后与原四面体的公共部分的体积为 $\frac{4}{3}$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 若命题"$\exists x\in[1,3],x^2+ax+1>0$"是假命题，则实数 a 的最大值为________.

14. 定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数 $f(x)$ 满足 $f(2-x)=f(x)$，且 $f(x)$ 在区间 $[-1,0]$ 上是增函数，给出下列三个命题：

① $f(x)$ 的图象关于点(2，0)对称；② $f(x)$ 在区间$[1,2]$上是减函数；③ $f(50)=2$ 其中所有真命题的序号是______.

15．为检测出某病毒的感染者，医学上可采用“二分检测法”：假设待检测的总人数是$2^m(m\in N^*)$，将 2^m 个人的样本混合在一起做第 1 轮检测（检测一次），如果检测结果为阴性，可确定这批人未感染；如果检测结果为阳性，可确定其中有感染者，则将这批人平均分为两组，每组 2^{m-1} 人的样本混合在一起做第 2 轮检测，每组检测 1 次……依此类推，每轮检测后，排除结果为阴性的那组人，而将每轮检测后结果为阳性的组再平均分成两组，做下一轮检测，直到检测出所有感染者（感染者必须通过检测来确定）．若待检测的总人数为 8，采用“二分检测法”检测，经过 4 轮共 7 次检测后确定了所有感染者，则感染者人数的所有可能值为_______；若待检测的总人数为 $2^m(m\geq 3)$，且假设其中有不超过 2 名感染者，采用“二分检测法”所需的检测总次数记为 n，则 n 的最大值为________.

16．已知椭圆 $C:\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ 的左、右焦点分别为 F_1、F_2，P 为 C 上任意一点（异于左、右顶点），点 [illegible] 为 $\triangle PF_1F_2$ 的内心，则 m [illegible] n 的最大值为________.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（10 分）

已知数列$\{a_n\}$ 的首项 $a_1=\frac{4}{5}$，且满足 $a_n+1=\frac{4a_n}{a_n+3}$，设 $b_n=\frac{1}{a_n}-1$.

(1)证明：数列 $\{b_n\}$ 为等比数列；

(2)若 $\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}+\cdots+\frac{1}{a_n}>140$ ，求满足条件的最小正整数n .

18．（12 分）

记ΔABC 的内角 A,B,C 的对边分别为a,b,c ，已知 $A=\frac{5\pi}{6}$， D 是边 BC 上的一点，且 $\frac{\sin\angle BAD}{b}+\frac{\sin\angle CAD}{c}=\frac{3}{2a}$.

(1)证明：$AD=\frac{1}{3}a$；

(2)若$CD=2BD$，求$\cos\angle ADC$.

19．(12分)

2022年全国羽毛球锦标赛于12月16日在厦门举办，受此鼓舞，由一名羽毛球专业运动员甲组成的专业队，与羽毛球业余爱好者乙、丙组成的业余队进行友谊比赛，约定赛制如下：业余队中的两名队员轮流与甲进行比赛，若甲连续赢两场，则专业队获胜；若甲连续输两场，则业余队获胜；若比赛三场还没有决出胜负，则视为平局，比赛结束．已知各场比赛相互独立，每场比赛都分出胜负，且甲与乙比赛，甲赢的概率为$\frac{3}{4}$；甲与丙比赛，甲赢的概率为p，其中$\frac{1}{2}<p<\frac{3}{4}$.

(1)若第一场比赛，业余队可以安排乙与甲进行比赛，也可以安排丙与甲进行比赛．请分别计算两种安排下业余队获胜的概率；若以获胜概率大为最优决策，问：第一场业余队应该安排乙还是丙与甲进行比赛？

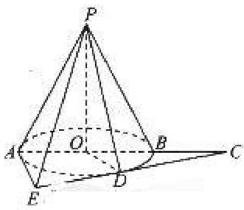
(2)为了激励专业队和业余队，赛事组织规定：比赛结束时，胜队获奖金13万元，负队获奖金3万元；若平局，两队各获奖金4万元，在比赛前，已知业余队采用了(1)中的最优决策与甲进行比赛，设赛事组织预备支付的奖金金额共计X万元，求X的数学期望$E(X)$的取值范围．

20．(12分)

如图，圆锥的高$PO=2$，底面圆O的半径为R，延长直径AB到点C，使得$BC=R$，分别过点A,C作底面圆O的切线，两切线相交于点E,D是切线CE与圆O的切点．

(1)证明：平面$PDE\perp$平面POD；

(2)若直线PE与平面PBD所成角的正弦值为$\frac{\sqrt{105}}{35}$，求点A到平面PDE的距离．



21．(12 分)

已知双曲线 $E:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左焦点为 $F(-2,0)$，点 $M(3,\sqrt{2})$ 是 E 上的点.

(1)求 E 的方程；

(2)已知过坐标原点且斜率为 $k(k\neq 0)$ 的直线 l 交 E 于 A,B 两点，连接 FA 交 E 于另一点 C，连接 FB 交 E 于另一点 D．若直线 CD 经过点 $N(0,-1)$，求直线 l 的斜率 k．

22．(12 分)

已知函数 $f(x)=e^x+x\sin x+\cos x-ax-2(a\in R)$.

(1)若 $a=2$，求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,f(0))$ 处的切线方程；

(2)若 $f(x)\geq 0$ 对任意 $x\in[0,+\infty)$ 恒成立，求 a 的取值范围.


微信搜一搜
自主选拔在线