

2022年聊城市高考模拟试题

数学(一)

注意事项:

1. 本试卷满分150分,考试用时120分钟。答卷前,考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡的相应位置上。
2. 回答选择题时,选出每小题的答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,只将答题卡交回。

一、单项选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 设集合 $A = \{x | x = 2k - 1, k \in \mathbb{Z}\}$, $B = \{x | 0 \leq x + 1 < 6\}$, 则 $A \cap B =$ A
- A. $\{1, 3\}$ B. $\{-1, 1, 3\}$ C. $\{-1, 1, 3, 5\}$ D. $\{1, 3, 5\}$

2. 复数 z 满足 $(1 + 2i)z = 3 - i$, 则 $|z| =$
- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. $\sqrt{5}$

3. 已知向量 a, b 满足 $|a| = 1, |b| = 2, a \perp (a + b)$, 则 a 与 b 的夹角为
- A. 30° B. 60° C. 120° D. 150°

4. 根据分类变量 x 与 y 的成对样本数据, 计算得到 $\chi^2 = 6.147$. 依据 $\alpha = 0.01$ 的独立性检验 ($x_{0.01} = 6.635$), 结论为
- A. 变量 x 与 y 不独立
- B. 变量 x 与 y 不独立, 这个结论犯错误的概率不超过 0.01
- C. 变量 x 与 y 独立
- D. 变量 x 与 y 独立, 这个结论犯错误的概率不超过 0.01

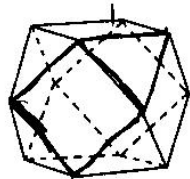
5. “阿基米德多面体”也称半正多面体, 是由边数不全相同的正多边形围成的多面体, 它体现了数学的对称美. 如图是以一正方体的各条棱的中点为顶点的多面体, 这是一个有八个面为正三角形, 六个面为正方形的“阿基米德多面体”, 若该多面体的棱长为 1, 则经过该多面体的各个顶点的球的体积为

A. $\frac{4}{3}\pi$

B. $\frac{8\sqrt{2}\pi}{3}$

C. 4π

D. 8π



6. 设 $a = \sin 7$, 则

A. $a^2 < 2^a < \log_2 |a|$

B. $\log_2 |a| < 2^a < a^2$

C. $a^2 < \log_2 |a| < 2^a$

D. $\log_2 |a| < a^2 < 2^a$

数学试题(一)(共4页)第1页

7. “环境就是民生,青山就是美丽,蓝天也是幸福”,随着经济的发展和社会的进步,人们的环保意识日益增强.某化工厂产生的废气中污染物的含量为 $1.2\text{mg}/\text{cm}^3$,排放前每过滤一次,该污染物的含量都会减少 20% .当地环保部门要求废气中该污染物的含量不能超过 $0.2\text{mg}/\text{cm}^3$,若要使该工厂的废气达标排放,那么在排放前需要过滤的次数至少为 (参考数据: $\lg 2 \approx 0.3, \lg 3 \approx 0.477$)

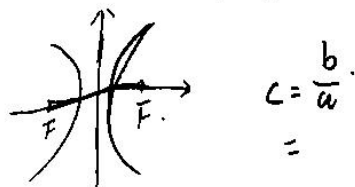
- A. 5 B. 7
C. 8 D. 9
E. $\frac{1}{2} \ln 2$ F. $2 + 2 \ln 2$
G. $-\frac{1}{2} \ln 2$

二、多项选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.在每小题给出的四个选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分.

9. 设 $0 < a < b$, 且 $a + b = 2$, 则
 A. $1 < b < 2$ B. $2^{a-b} > 1$ C. $ab < 1$ D. $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} \geq 3$
 附加: $a+b=2, a < b$

10. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{9-k} + \frac{y^2}{k-1} = 1 (0 < k < 1)$, 则

- A. 双曲线 C 的焦点在 x 轴上
 B. 双曲线 C 的焦距等于 $4\sqrt{2}$
 C. 双曲线 C 的焦点到其渐近线的距离等于 $\sqrt{1-k}$
 D. 双曲线 C 的离心率的取值范围为 $(1, \frac{\sqrt{10}}{3})$



11. 已知函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi) + a, \omega > 0$, 则下列结论正确的是

- A. 若对于任意的 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $f(x) \leq 1$ 成立, 则 $a \leq -1$
 B. 若对于任意的 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $f(x + \pi) = f(x)$ 成立, 则 $\omega = 2$
 C. 当 $\varphi = \frac{\pi}{3}$ 时, 若 $f(x)$ 在 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上单调递增, 则 ω 的取值范围为 $(0, \frac{1}{3}]$
 D. 当 $a = -\sqrt{3}$ 时, 若对于任意的 $\varphi \in \mathbf{R}$, 函数 $f(x)$ 在 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上至少有两个零点, 则 ω 的取值范围为 $[4, +\infty)$

12. 在数列 $\{a_n\}$ 中, 对于任意的 $n \in \mathbf{N}^*$ 都有 $a_n > 0$, 且 $a_{n+1}^2 - a_{n+1} = a_n$, 则下列结论正确的是

- A. 对于任意的 $n \geq 2$, 都有 $a_n > 1$
 B. 对于任意的 $a_1 > 0$, 数列 $\{a_n\}$ 不可能为常数列
 C. 若 $0 < a_1 < 2$, 则数列 $\{a_n\}$ 为递增数列
 D. 若 $a_1 > 2$, 则当 $n \geq 2$ 时, $2 < a_n < a_1$

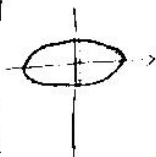
三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 若 $f(x) = 2\sin(x + \varphi) - \cos x$ 为奇函数，则 $\varphi = \frac{\pi}{6}$ 。（填写符合要求的一个值）

14. 第 24 届冬奥会于 2022 年 2 月 4 日至 20 日在北京和张家口举行，中国邮政陆续发行了多款纪念邮票，其图案包括“冬梦”“飞跃”“冰墩墩”“雪容融”等，小明现有“冬梦”“飞跃”“冰墩墩”“雪容融”邮票各 2 张，他打算从这 8 张邮票中任选 3 张赠送给同学小红，则在选中的 3 张邮票中既有“冰墩墩”邮票又有“雪容融”邮票的概率为 $\frac{2}{7}$ 。

15. F_1, F_2 是椭圆 C 的两个焦点， P 是椭圆 C 上异于顶点的一点， I 是 $\triangle PF_1F_2$ 的内切圆圆心，若 $\triangle PF_1F_2$ 的面积等于 $\triangle IF_1F_2$ 的面积 3 倍，则椭圆 C 的离心率为 $\frac{2}{3}$ 。

16. 在矩形 $ABCD$ 中， E 是 AB 的中点， $AD=1, AB=2$ ，将 $\triangle ADE$ 沿 DE 折起得到 $\triangle A'DE$ ，设 $A'C$ 的中点为 M ，若将 $\triangle A'DE$ 绕 DE 旋转 90° ，则在此过程中动点 M 形成的轨迹长度为 $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ 。



四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，对于任意的 $n \in \mathbb{N}^+$ 都有 $a_{n+1} = a_n + 2$ ，且 $S_6 = 4a_6$ 。

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

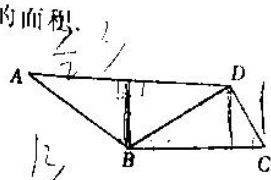
(2) 若数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = S_n \cos n\pi$ ，求数列 $\{b_n\}$ 的前 $2n$ 项和 T_{2n} 。

18. (12 分)

如图，在四边形 $ABCD$ 中， $BD < AD$ ， $\sin\left(\frac{\pi}{3} - \angle A\right) \cos\left(\frac{\pi}{6} + \angle A\right) = \frac{1}{4}$ 。

(1) 求 $\angle A$ ；

(2) 若 $AB = \sqrt{3}, AD = 3, CD = 1, \angle C = 2\angle CBD$ ，求四边形 $ABCD$ 的面积。

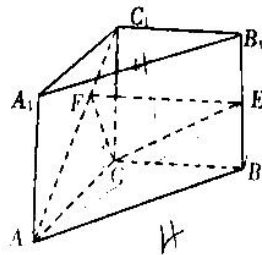


19. (12 分)

如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中， $AB=4, \angle BAC=30^\circ$ ，侧面 BCC_1B_1 是正方形， E 是 BB_1 的中点， $CE = \sqrt{5}, CE \perp AC$ 。

(1) 求证： $CC_1 \perp AC$ ；

(2) F 是线段 AC_1 上的点，若平面 ABC 与平面 CEF 的夹角为 45° ，求 AF 的长。



20. (12分)

为了解某车间生产的产品质量,质检员从该车间一天生产的100件产品中,随机不放回地抽取了20件产品作为样本,并一一进行检测.假设这100件产品中有40件次品,60件正品,用 X 表示样本中次品的件数.

(1)求 X 的分布列(用式子表示)和均值;

(2)用样本的次品率估计总体的次品率,求误差不超过0.1的概率.

参考数据:设 $P(X=k)=p_k, k=0,1,2,\dots,20$,则

$p_5=0.06530, p_6=0.12422, p_7=0.17972, p_8=0.20078$.

$p_9=0.17483, p_{10}=0.11924, p_{11}=0.06376, p_{12}=0.02667$.

→

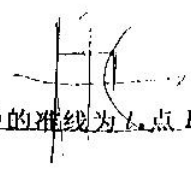
Handwritten notes for problem 20:
 $\frac{1}{2} = \sqrt{2}$
 $2P = 4\sqrt{2} \times$
 C, B, P, B, P

21. (12分)

已知抛物线 $E: y^2 = 2px (p > 0)$ 的准线为 l ,点 $P(x_0, \sqrt{2})$ 在 E 上,且 P 到 l 的距离与 P 到原点 O 的距离相等.

(1)求 E 的方程;

(2) A, B, C, D 是 E 上异于原点 O 的四个动点,且 $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = \vec{OC} \cdot \vec{OD} = -4$,若 $OM \perp AB, ON \perp CD$,垂足分别为 M, N ,求 $|MN|$ 的最大值.



22. (12分)

已知函数 $f(x) = ax - \ln x, g(x) = x^2 - nx + m$.

(1)讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2)当 $0 < a < \frac{1}{4}$ 时,若对于任意的 $x > 0$,都有 $f(x)g(x) \geq 0$,求证: $2 < \ln m < \frac{n}{4}$.

Handwritten notes for problem 22:
 $f(x)$
 $g(x)$

数学试题(一)(共4页)第4页

Handwritten calculations:
 $2a^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}, \ln 6^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{4} - 1 = \dots$

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线