绝密★考试结束前

# Z20名校联盟（浙江省名校新高考研究联盟）2023届高三第三次联考

# 数学试题卷

命题：永嘉中学 高三数学备课组　　审题：玉环中学 朱旭波　平湖中学 高玉良　　校稿：魏侹路、徐柏军

注意事项：

1. 答卷前，务必将自己的姓名，考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。
3. 请保持答题卡的整洁。考试结束后，将试卷和答题卡一并交回。

## 选择题部分

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．若集合 $A=\{x|\log_2(\sqrt{x}-1)\leqslant 0\}$，$B=\{x|(2-x)(x+1)\leqslant 0\}$，则 $A\cap \complement_{R}B=$

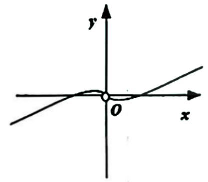
A．$[0,4]$　　B．$(1,4)$　　C．$[0,2)$　　D．$(1,2)$

2．已知复数 $z=\dfrac{6+ai}{1+2i}(a\in R)$ 是纯虚数，则 $a$ 的值为

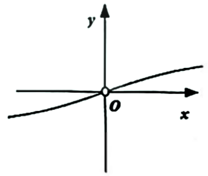
A．$-12$　　B．$12$　　C．$-3$　　D．$3$

3．函数 $y=\dfrac{(2^x-1)\cdot\ln|x|}{2^x+1}$ 的图象大致为

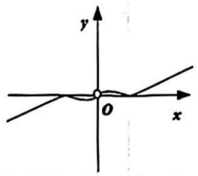
A．



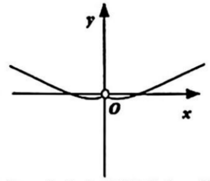
B．



C．



D．



4．在平面直角坐标系中，角 $\alpha$ 的顶点在坐标原点，始边与 $x$ 的非负半轴重合，将角 $\alpha$ 的终边按逆时针旋转 $\dfrac{\pi}{6}$ 后，得到的角终边与圆心在坐标原点的单位圆交于点 $P(-\dfrac{3}{5},\dfrac{4}{5})$，则 $\sin(2\alpha-\dfrac{\pi}{6})=$

A．$\dfrac{7}{25}$　　B．$-\dfrac{7}{25}$　　C．$\dfrac{24}{25}$　　D．$-\dfrac{24}{25}$

5. 将一枚质地均匀的骰子连续抛掷3次，则出现三个点数之和为6的概率为

A. $\frac{1}{12}$　　B. $\frac{5}{108}$　　C. $\frac{1}{72}$　　D. $\frac{7}{216}$

6. 已知点$P$是边长为1的正十二边形$A_1A_2\cdots A_{12}$边上任意一点，则$\overrightarrow{A_1P}\cdot\overrightarrow{A_1A_2}$的最小值为

A. $-\frac{\sqrt{3}-1}{2}$　　B. $-\frac{\sqrt{3}+1}{2}$　　C. $-\sqrt{3}$　　D. $-2$

7. 已知$x>0,y>0,x\neq1$，且满足$2\ln y=\frac{x-1}{x+1}$，则下列判断正确的是

A. $x>y$　　B. $x<y$　　C. $\log_x y>1$　　D. $\log_x y<1$

8. 已知半径为 4 的球 $O$，被两个平面截得圆$O_1$、$O_2$，记两圆的公共弦为$AB$，且$O_1O_2=2$，若二面角$O_1-AB-O_2$的大小为$\frac{2}{3}\pi$，则四面体$ABO_1O_2$的体积的最大值为

A. $8\sqrt{3}$　　B. $\frac{4}{9}\sqrt{2}$　　C. $\frac{8}{9}\sqrt{2}$　　D. $\frac{4}{9}\sqrt{3}$

二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分. 在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得5分，有选错的得0分，部分选对的得2分.

9. 下列说法中正确的是

A. 某射击运动员在一次训练中10次射击成绩（单位：环）如下：6，5，7，9，6，8，9，9，7，5，这组数据的第70百分位数为8

B. 若随机变量$X\sim B(100,p)$，且$E(X)=20$，则$D(X)=16$

C. 若随机变量$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，且$P(X>4)=P(X<-2)=p$，则$P(-2\leqslant X\leqslant 1)=\frac{1}{2}-p$

D. 对一组样本数据$(x_1,y_1),(x_2,y_2),\cdots,(x_n,y_n)$进行分析，由此得到的线性回归方程为：$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$，至少有一个数据点在回归直线上

10. 已知函数$f(x)=\cos(\omega x+\frac{\pi}{4})(\omega>0)$，则下列判断正确的是

A. 若$f(x)=f(\pi-x)$，则$\omega$的最小值为$\frac{3}{2}$

B. 若将$f(x)$的图象向右平移$\frac{\pi}{2}$个单位得到奇函数，则$\omega$的最小值为$\frac{3}{2}$

C. 若$f(x)$在$(\frac{\pi}{2},\pi)$单调递减，则$0<\omega\leq\frac{3}{4}$

D. 若$f(x)$在$(\frac{\pi}{2},\pi)$上只有1个零点，则$0<\omega<\frac{5}{4}$

11. 南宋数学家杨辉在《详解九章算法》和《算法通变本末》中提出了一些新的垛积公式，所讨论的高阶等差数列与一般等差数列不同，前后两项之差并不相等，但是逐项差数之差或者高次差成等差数列．如数列1，3，6，10，它的前后两项之差组成新数列2，3，4，新数列2，3，4为等差数列，则数列1，3，6，10被称为二阶等差数列．现有高阶等差数列$\{c_n\}$，其前7项分别为5，9，17，27，37，45，49，设通项公式$c_n=g(n)$．则下列结论中正确的是

（参考公式：$1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2=\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$）

A．数列$\{c_{n+1}-c_n\}$为二阶等差数列　　B．数列$\{c_n\}$的前11项和最大

C．$\sum\limits_{i=1}^{20}(c_{i+1}-c_i)=-1440$　　D．$c_{20}=-1170$

12. 已知椭圆$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$，其右焦点为$F$，以$F$为端点作$n$条射线交椭圆于$A_1$，$A_2$，…，$A_n$，且每两条相邻射线的夹角相等，则

A．当$n$=3时，$\dfrac{1}{|A_1F|}+\dfrac{1}{|A_2F|}+\dfrac{1}{|A_3F|}=2$

B．当$n$=3时，$\triangle A_1A_2A_3$的面积的最小值为$2\sqrt{3}$

C．当$n$=4时，$|A_1F|+|A_2F|+|A_3F|+|A_4F|=8$

D．当$n$=4时，过$A_1$、$A_2$、$A_3$、$A_4$作椭圆的切线$l_1$、$l_2$、$l_3$、$l_4$，且$l_1$、$l_3$交于点$P$，$l_2$、$l_4$交于点$Q$，则$PF$、$QF$的斜率乘积为定值$-1$

## 非选择题部分

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分．

13. 已知$(3x+\dfrac{a}{x})(2x-\dfrac{1}{x})^7$的展开式中各项系数的和为4，则实数$a$的值为__▲__．

14. 已知抛物线$C: y^2=2px(p>0)$，过点$M(1,0)$作直线$l$交$C$于$A$、$B$两点，且$\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{MB}$，则$B$点的横坐标为__▲__．

15. 某牧场今年初牛的存栏数为1200，预计以后每年存栏数的增长率为10%，且每年年底卖出100头牛，设牧场从今年起每年年初的计划存栏数依次为$c_1,c_2,c_3\cdots\cdots$，$S_n$为$\{c_n\}$的前$n$项和，则$S_6=$__▲__．（结果保留成整数）（参考数据：$1.1^5\approx1.611$，$1.1^6\approx1.771$，$1.1^7\approx1.949$）

16. 设$[x]$表示不超过$x$的最大整数，如$[\pi]=3$，$[-\sqrt{2}]=-2$．已知函数$f(x)=\begin{cases}x\cdot e^x-\dfrac{1}{e}-a, & x\le1\\ -\dfrac{[x]}{x}-a, & x>1\end{cases}$有且只有4个零点，则实数$a$的取值范围是__▲__．

四、解答题：本题共6小题，共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

17. （10分）记$S_n$为数列$\{a_n\}$的前$n$项和，已知$a_1=1$，且满足$na_{n+1}=(n+1)a_n+1$．

（1）证明：数列$\{a_n\}$为等差数列；

（2）设$b_n=\dfrac{a_n+S_n+1}{n}\cos n\pi$，求数列$\{b_n\}$的前$2n-1$项和$T_{2n-1}$．

18.（12 分）为贯彻落实习近平总书记关于学生近视问题的指示精神和《教育等八部门关于印发<综合防控儿童青少年近视实施方案>的通知》以及《中国防治慢性病中长期规划（2017—2025 年）》等文件要求，切实提升我省儿童青少年视力健康整体水平，实施了“明眸”工程。各中小学为推进近视综合防控，落实“明眸”工程，开展了近视原因的调查.

某校为研究本校的近视情况与本校学生是否有长时间使用电子产品习惯的关系，在已近视的学生中随机调查了 100 人，同时在未近视的学生中随机调查了 100 人，得到如下数据：

| | 长时间使用电子产品 | 非长时间使用电子产品 |
|---|---|---|
| 近视 | 45 | 55 |
| 未近视 | 20 | 80 |

（1）能否有 99%的把握认为患近视与长时间使用电子产品的习惯有关?

（2）据调查，某校患近视学生约为 46%，而该校长时间使用电子产品的学生约为 30%，这些人的近视率约为 60%. 现从每天非长时间使用电子产品的学生中任意调查一名学生，求他患近视的概率.

附：$\chi^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$ .

| $\alpha$ | 0.10 | 0.05 | 0.01 | 0.005 | 0.001 |
|---|---|---|---|---|---|
| $x_\alpha$ | 2.706 | 3.841 | 6.635 | 7.879 | 10.828 |

19.（12 分）在锐角 $\triangle ABC$ 中，角 $A$、$B$、$C$ 所对的边分别为 $a$、$b$、$c$，已知 $c\sin A=a\cos(C-\dfrac{\pi}{6})$，点 $M$ 是线段 $AB$ 的中点，且 $CM=1$.

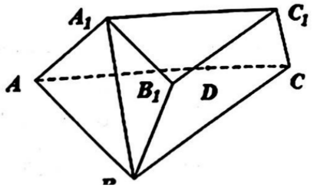
（1）求角 $C$；

（2）求边 $c$ 的取值范围.

20．（12分）如图，三棱台 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$A_1C_1=4$，$AC=6$，$D$ 为线段 $AC$ 上靠近 $C$ 的三等分点．

（1）线段 $BC$ 上是否存在点 $E$，使得 $A_1B$ // 平面 $C_1DE$，若不存在，请说明理由；若存在，请求出 $\dfrac{BE}{BC}$ 的值；

（2）若 $A_1A=AB=4$，$\angle A_1AC=\angle BAC=\dfrac{\pi}{3}$，点 $A_1$ 到平面 $ABC$ 的距离为 3，且点 $A_1$ 在底面 $ABC$ 的投影落在 $\triangle ABC$ 内部，求直线 $B_1D$ 与平面 $ACC_1A_1$ 所成角的正弦值．




21．（12分）已知双曲线 $\dfrac{x^2}{3}-y^2=1$，$F_1,F_2$ 为其左右焦点，点 $P(x_0,y_0)$ 为其右支上一点，在 $P$ 处作双曲线的切线 $l$．

（1）若 $P$ 的坐标为 $(3,\sqrt{2})$，求证：$l$ 为 $\angle F_1PF_2$ 的角平分线；

（2）过 $F_1,F_2$ 分别作 $l$ 的平行线 $l_1,l_2$，其中 $l_1$ 交双曲线于 $A$、$B$ 两点，$l_2$ 交双曲线于 $C$、$D$ 两点，求 $\triangle PAB$ 和 $\triangle PCD$ 的面积之积 $S_{\triangle PAB}\cdot S_{\triangle PCD}$ 的最小值．

22.（12 分）已知函数 $f(x)=e^{ax}$，$a\in\mathbf{R}$.

（1）令 $g(x)=\dfrac{f(x)}{x+1}$，讨论 $g(x)$ 的单调性；

（2）证明：$\left(\dfrac{1}{4}\right)^2+\left(\dfrac{1}{6}\right)^3+\ldots+\left(\dfrac{1}{2n}\right)^n<\dfrac{1}{\sqrt{e(e-1)}}$，$n\in\mathbf{N}^*$；

（3）若 $a=1$，对于任意的 $m,n\in\mathbf{R}$，不等式 $\dfrac{2f(2m)}{f(n)}+bf(\ln n)\cdot f(m)+2\geqslant 0$ 恒成立，求实数 $b$ 的取值范围.