

冀东名校 2022-2023 学年度第二学期高二年级期末考试

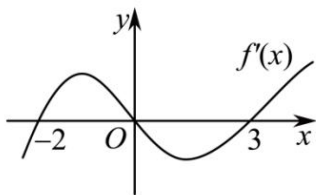
数 学 试 卷

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设集合 $A = \{x | x < 3x - 1\}$ ， $B = \{x | -1 < x < 3\}$ ，则 $A \cup B =$ ()
 A. $(-1, +\infty)$ B. $\left(\frac{1}{2}, 3\right)$ C. $(-\infty, 3)$ D. $\left(-1, \frac{1}{2}\right)$
2. 若复数 z 满足 $(1+i)z = 4-2i$ (i 为虚数单位)，则 z 的共轭复数 $\bar{z} =$ ()
 A. $3+i$ B. $3-i$ C. $1+3i$ D. $1-3i$
3. 已知幂函数 $f(x) = x^{\frac{m}{n}}$ ($m, n \in \mathbb{Z}$)，下列能成为“ $f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上奇函数”充分条件的是 ()
 A. $m = -3, n = 1$ B. $m = 1, n = 2$
 C. $m = 2, n = 3$ D. $m = 1, n = 3$
4. 已知函数 $f(x)$ 的导函数 $f'(x)$ 的图象如图所示，则 ()



- A. $f(x)$ 在 $(-\infty, -2)$ 上单调递增
 - B. $f(x)$ 在 $(0, 3)$ 上单调递减
 - C. $f(x)$ 在 $x = 0$ 处取得最大值
 - D. $f(x)$ 在 $x = -2$ 处取得最小值
5. 已知函数 $f(x) = e^x + e^{-x} + \lg|x|$ ，则不等式 $f(x+1) > f(2x-1)$ 的解集为 ()
 A. $(0, 2)$ B. $\left(0, \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}, 2\right)$

C. $(0,3)$

D. $\left(0, \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}, 3\right)$

6. 已知函数 $f(x) = x + \frac{4}{x}$, $g(x) = 2x + a$, 若 $\forall x_1 \in \left[\frac{1}{2}, 1\right]$, $\exists x_2 \in [2, 3]$, 使得 $f(x_1) \geq g(x_2)$, 则实数 a 的取值范围是 ()

A. $a \leq 1$

B. $a \geq 1$

C. $a \leq 2$

D. $a \geq 2$

7. 三个数 $a = \frac{2}{e^2}$, $b = \ln \sqrt{2}$, $c = \frac{\ln 3}{3}$ 的大小顺序为 ()

A. $a < b < c$

B. $a < c < b$

C. $b < a < c$

D. $b < c < a$

8. 已知 $a > 0$, $b > 0$, $a + 2b = 4$, 则 ab 的最大值是 ()

A. $\sqrt{2}$

B. 2

C. 4

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的四个选项中，有两个或两个以上选项符合题目要求，全部选对得 5 分，选对但不全的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 若函数 $f(x)$ 的单调递增区间为 $(1, +\infty)$, 则 $f(x)$ 可能是 ()

A. $f(x) = \ln(x-2) + x$

B. $f(x) = \frac{e^x}{x}$

C. $f(x) = x + \frac{1}{x}$

D. $f(x) = x(\ln x - 1)$

10. 已知函数 $f(x) = |e^x - 1|$, $x_1 < 0$, $x_2 > 0$, 函数 $y = f(x)$ 的图象在点 $A(x_1, f(x_1))$ 处的切线与在点 $B(x_2, f(x_2))$ 处的切线互相垂直, 且分别与 y 轴交于 M 、 N 两点, 则 ()

A. $x_1 + x_2$ 为定值

B. $x_1 x_2$ 为定值

C. 直线 AB 的斜率取值范围是 $(0, +\infty)$

D. $\frac{|AM|}{|BN|}$ 的取值范围是 $(0, 1)$

11. 已知 $f(x) = \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$, 则 ()

A. $f(x)$ 为奇函数

B. $f(x)$ 在 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ 上单调递减

C. $f(x)$ 值域为 $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

D. $f(f(x))$ 的定义域为 $\{x | x \neq 0\}$

12. 设 e 为自然对数的底数, 函数 $f(x) = \frac{e^x - a}{x} - a \ln x (x > 0)$, 则下列结论正确的是 ()

A. 当 $a = e$ 时, $f(x)$ 无极值点

B. 当 $a > e$ 时, $f(x)$ 有两个零点

C. 当 $1 < a < e$ 时, $f(x)$ 有 1 个零点

D. 当 $a \leq 1$ 时, $f(x)$ 无零点

高二数学期末试卷 第 2 页 共 5 页

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知 $a > 0$, $b > 0$, 且 $2^a \cdot 4^b = (2^a)^b$, 则 $a+b$ 的最小值为_____.

14. 命题“ $\exists x \in [1, 3], x^2 - 2x - a \geq 0$ ”为真命题的充要条件是_____.

15. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $y = f(x)$, 满足 $f(x) = 2f(x+2)$, 当 $x \in (0, 2]$ 时, $f(x) = 4x(2-x)$,

若方程 $f(x) = a$ 在区间 $\left(\frac{11}{2}, +\infty\right)$ 内有实数解, 则实数 a 的取值范围为_____.

16. 甲、乙两人下围棋, 若甲执黑子先下, 则甲胜的概率为 $\frac{1}{3}$; 若乙执黑子先下, 则乙胜的概率为

$\frac{1}{2}$. 假定每局之间相互独立且无平局, 第二局由上一局负者先下, 若甲、乙比赛两局, 第一局甲、乙执黑子先下是等可能的, 则甲、乙各胜一局的概率为_____.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

17. 设集合 $A = \{x | x^2 - x - 2 \leq 0\}$, $B = \{x | 1 < x < 2a\}$.

(1) 若 $A \cup B = A$, 求实数 a 的取值范围;

(2) 若 $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cap B$ 中只有一个整数, 求实数 a 的取值范围.

18. 已知函数 $f(x) = \log_a(3-x) - \log_a(3+x)$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$).

(1) 判断函数的奇偶性, 并说明理由;

(2) 若 $f(1) = -1$, 当 $x \in [-1, 1]$ 时, 求 $f(x)$ 的值域.

19. 已知函数 $f(x) = \ln x + 1$.

(1) 若 $f(x)$ 在 $x = t$ 处的切线过原点, 求切线 l 的方程;

(2) 令 $g(x) = \frac{f(x)}{x}$, 求证: $g(x) \leq 1$.

20. “使用动物做医学实验是正确的, 这样做能够挽救人的生命”. 一机构为了解成年人对这种说法的态度 (态度分为同意和不同意), 在某市随机调查了 200 位成年人, 得到如下数据:

	男性	女性	合计
同意	70	50	120
不同意	30	50	80
合计	100	100	200

(1) 能否有 99% 的把握认为成年人对该说法的态度与性别有关?

(2) 将频率视为概率, 用样本估计总体. 若从该市成年人中, 随机抽取 3 人了解其对该说法的态度, 记抽取的 3 人中持同意的人数为 X , 求 X 的分布列和数学期望.

附： $\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ ，

$P(\chi^2 \geq x_0)$	0.025	0.010	0.005
x_0	5.024	6.635	7.879

21. 下表是某农村居民2018年至2022年家庭人均收入(单位：万元)。

年份	2018	2019	2020	2021	2022
年份代码 x	1	2	3	4	5
家庭人均收入 y (万元)	1.2	1.4	1.5	1.6	1.8

(1)利用相关系数 r 判断 y 与 x 的相关关系的强弱(当 $0.75 < |r| \leq 1$ 时, y 与 x 的相关关系较强, 否则相关关系较弱, 精确到0.01);

(2)求 y 关于 x 的线性回归方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$, 并预测2023年该农村居民的家庭人均收入。

附：对于一组数据 (x_1, y_1) 、 (x_2, y_2) 、...、 (x_n, y_n) ，其回归直线 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 的斜率和截距的最小二

乘估计分别为 $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \cdot \bar{x}^2}$, $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$, 样本相关系数 $r = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$. 参

考数据： $\sqrt{2} \approx 1.414$.

22. 已知函数 $f(x) = e^x - ax - 1$.

(1)讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(2)若 $f(x)$ 有且仅有2个零点, 求实数 a 的取值范围;

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线