“皖南八校”2022届高三第三次联考·数学(文科)

参考答案、提示及评分细则

1. D　$A=\{x|-1<x<3\}, B=\{x|-2<x<2\}$，则 $A\cap B=\{x|-1<x<2\}$，选 D.

2. B　$z=\frac{1+ai}{1+i}=\frac{a+1}{2}+\frac{a-1}{2}i, a=-1$，选 B.

3. C　$S_6=3(a_2+a_5)=30$，选 C.

4. A　$\boldsymbol{a}-\lambda\boldsymbol{b}=(1-\lambda,2-\lambda)$，因为 $(\boldsymbol{a}-\lambda\boldsymbol{b})\parallel\boldsymbol{c}$，所以 $4(1-\lambda)=3(2-\lambda), \lambda=-2$，选 A.

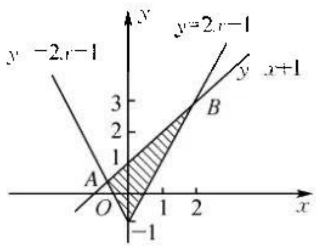
5. B　$P=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$，选 B.

6. A　将函数 $y=\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{4}\right)(\omega>0)$ 的图像向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度后得到函数 $y=\sin\left(\omega\left(x-\frac{\pi}{3}\right)+\frac{\pi}{4}\right)$ 的图像，故 $\sin\left(\omega x-\frac{\pi}{3}\omega+\frac{\pi}{4}\right)=\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{6}\right)$，故 $-\frac{\pi}{3}\omega+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{6}+2k\pi(k\in\mathbf{Z}), \omega=-6k+\frac{1}{4}$，所以，正数 ω 的最小值为 $\frac{1}{4}$，故选 A.

7. D　$2^9>3^5$，故 $a>b$，又 $2\sin 1<2\sin\frac{\pi}{3}=\sqrt{3}$，故 $c<b$，选 D.

8. C　$S=\frac{1}{2}bc\sin A=a^2\sin A$，故 $bc=2a^2$，又 $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}\geqslant\frac{2bc-\frac{1}{2}bc}{2bc}=\frac{3}{4}$，等号当且仅当 $b=c$ 时取到，选 C.

9. B　画出不等式组 $\begin{cases}y\geqslant 2|x|-1,\\ y\leqslant x+1\end{cases}$ 表示的平面区域如右图阴影部分所示，要使 $z=kx+y$ 取得最大值的最优解有无数多个，则该平行直线系的斜率为 $k_{AB}=1$，故 $k=-1$，选 B.



10. A　设动点 M 的坐标，直接按题意翻译即可得到轨迹为圆. 选 A.

11. C　首先，容易知道“$y_1y_2=-p^2$”是“直线 AB 经过焦点 F”的充要条件. 设直线 AB 方程为：$x=my+t$，将其与抛物线方程得：$y^2-2pmy-2pt=0$，由直线上两点 $A(x_1,y_1), B(x_2,y_2)$，

$x_1x_2=(my_1+t)(my_2+t)=m^2y_1y_2+tm(y_1+y_2)+t^2=m^2(-2pt)+tm\cdot 2pm+t^2=\frac{p^2}{4}$，

故 $x_1x_2=\frac{p^2}{4}\Leftrightarrow t=\pm\frac{p}{2}$，于是，选 C.

12. A　$f(x)=\frac{\ln(e^x+1)}{x}=\frac{\ln(e^x+1)}{x}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{\ln(e^x+1)-\ln e^{\frac{x}{2}}}{x}+\frac{1}{2}=\frac{\ln\left(\frac{e^x+1}{e^{\frac{x}{2}}}\right)}{x}+\frac{1}{2}=\frac{\ln\left(e^{\frac{x}{2}}+e^{-\frac{x}{2}}\right)}{x}+\frac{1}{2}$，

故函数 $f(x)=\frac{\ln(e^x+1)}{x}$ 在区间 $\left[-e,-\frac{1}{e}\right]\cup\left[\frac{1}{e},e\right]$ 上的最大值与最小值之和为 1，选 A.

13. $\sqrt{2}$　双曲线 $y^2-x^2=m(m\neq 0)$ 的离心率是 $\sqrt{2}$.

14. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$　$\sin\alpha-\sqrt{2}\cos\alpha=\sqrt{3}\sin(\alpha-\varphi)=\sqrt{3}$，其中 $\sin\varphi=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$，$\cos\varphi=\frac{1}{\sqrt{3}}$.

又 $\alpha-\varphi=\frac{\pi}{2}+2k\pi(k\in\mathbf{Z})$，故 $\tan\alpha=-\frac{1}{\tan\varphi}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

15. 2　由线面平行的性质知，点 F,G,H 分别为棱 BD,AD,AC 的中点，故四边形 $EFGH$ 的周长为 2.

16. -1　$f(x)=\cos 2x+m\cos x=0\Leftrightarrow m=\frac{1-2\cos^2 x}{\cos x}=\frac{1}{\cos x}-2\cos x$，记 $\cos x=t$，$0<t\leqslant 1$. 而 $g(t)=\frac{1}{t}-2t$

在 $(0,1]$ 上单调减，故实数 m 的最小值是 $g(1)=-1$.

17. 解：(1)记数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q，由 $S_2=24$，$a_3=54$ 知 $a_1+a_1q=24$，$a_1q^2=54$，消去 a_1 得 $4q^2-9q-9=0$.

解得 $q=-\frac{3}{4}$ 或 $q=3$. 又 $\{a_n\}$ 各项均为正数，故 $q=3$，$a_1=6$，于是 $a_n=2\cdot 3^n$. ………………………… 6 分

(2)由(1)知，及 $S_n=\frac{6\cdot(1-3^n)}{1-3}=3^{n+1}-3$，故 $b_n=\log_3(S_n+3)=n+1$，

$\frac{1}{b_nb_{n+1}}=\frac{1}{(n+1)(n+2)}=\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}$.

所以 $T_n=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}=\frac{n}{2n+4}$. ………………………… 12 分

18. 解：(1)∵$AD\parallel l$，且 $AD\not\subset$ 平面 PBE，$l\subset$ 平面 PBE，

∴$AD\parallel$ 平面 PBE. 而 $AD\subset$ 平面 $ABCD$，平面 $ABCD\cap$ 平面 $PBE=BE$，∴$AD\parallel BE$.

又由 $AB\parallel ED$，∴四边形 $ABED$ 为平行四边形.

∴$AB=DE$. 注意到 $CD=2AB$，故点 E 是线段 CD 的中点. ………………………… 6 分

(2)由(1)知四边形 $ABED$ 为平行四边形.

又∵$BC=BD$，∴$BE\perp CD$，∴四边形 $ABED$ 是矩形，∴$AB\perp AD$.

∵$PA\perp AB$ 且 $AD\cap AP=A$，∴$AB\perp$ 平面 PAD.

∴$V_{P\text{-}ABD}=V_{B\text{-}ADP}=\frac{1}{3}S_{\triangle ADP}\cdot AB=\frac{1}{3}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}=\frac{\sqrt{6}}{3}$. ………………………… 12 分

19. 解：(1) $y=ce^{dx}$，散点图中点的分布不是一条直线，相邻两点在 y 轴上差距是增大的趋势，故用 $y=ce^{dx}$ 表示更合适. ………………………… 4 分

(2)由 $y=ce^{dx}$ 得 $\ln y=\ln ce^{dx}=\ln c+dx$，设 $u=\ln y$，

∴$u=\ln c+dx$，∵$\bar{x}=3.50$，$\sum\limits_{i=1}^{6}(x_i-\bar{x})^2=17.50$，$\sum\limits_{i=1}^{6}(x_i-\bar{x})(u_i-\bar{u})=6.73$，$\bar{u}=2.85$，

∴$\hat{d}=\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(v_i-\bar{v})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}=\frac{6.73}{17.50}\approx 0.38$，$\hat{a}=\bar{v}-\hat{\beta}\bar{x}=2.85-0.38\times 3.50=1.52$，$\ln c=\bar{u}-0.38\bar{x}=2.58-0.38\times 3.50=1.52$，

∴$\ln y=1.52+0.38x$，即 $\hat{y}=e^{1.52+0.38x}$，则回归方程为 $\hat{y}=e^{1.52+0.38x}$，

预测该公司8月份的销售收入 $y=e^{1.52}e^{0.38\times 8}=e^{4.56}\approx 95.58$ 百万元. ………………………… 12分

20. 解:(1) $f'(x)=\frac{1}{x}-\frac{k}{x^2}=\frac{x-k}{x^2}(x>0)$.

∵函数 $f(x)$ 图象的切线倾斜角总是锐角,∴ $f'(x)>0$ 对一切正数 x 恒成立,即 $x>k$ 恒成立,于是 $k\leqslant 0$.

………………………………………………………………………… 4分

(2)因为对任意的 $x>1$, $f(x)>0$ 恒成立,即 $k(x-1)<x+x\ln x\Leftrightarrow k<\frac{x+x\ln x}{x-1}$ 对任意 $x>1$ 恒成立.

令 $g(x)=\frac{x+x\ln x}{x-1}$,则 $g'(x)=\frac{x-\ln x-2}{(x-1)^2}$,令 $h(x)=x-\ln x-2(x>1)$,则 $h'(x)=1-\frac{1}{x}=\frac{x-1}{x}>0$,

∴函数 $h(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增,

∵ $h(3)=-\ln 3<0$, $h(4)=2-2\ln 2>0$,

∴方程 $h(x)=0$ 在 $(1,+\infty)$ 上存在唯一实根 x_0,且满足 $x_0\in(3,4)$,

当 $1<x<x_0$ 时, $h(x)<0$,即 $g'(x)<0$,当 $x>x_0$ 时, $h(x)>0$,即 $g'(x)>0$,

∴函数 $g(x)=\frac{x+x\ln x}{x-1}$ 在 $(1,x_0)$ 上单调递减,在 $(x_0,+\infty)$ 上单调递增,

∵ x_0 是 $h(x)=0$ 的根,即 $x_0-\ln x_0-2=0$,

∴ $[g(x)]_{\min}=g(x_0)=\frac{x_0(1+\ln x_0)}{x_0-1}=\frac{x_0(1+x_0-2)}{x_0-1}=x_0\in(3,4)$.

∴ $k<g(x)_{\min}=x_0$,∵ $x_0\in(3,4)$,故整数 k 的最大值为3. ………………………… 12分

21. 解:(1)∵椭圆的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$,∴ $\frac{c^2}{a^2}=\frac{1}{2}$,即 $\frac{b^2}{a^2}=\frac{1}{2}$ ①,

又椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 过点 $A(\sqrt{2},1)$,∴ $\frac{2}{a^2}+\frac{1}{b^2}=1$ ②,

由①②解得 $\begin{cases}a=2,\\ b=\sqrt{2}\end{cases}$,故椭圆的标准方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$. ………………………… 4分

(2)将直线 BC 方程: $y=k(x-\sqrt{2})$ 代入椭圆 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$ 中,得 $(2k^2+1)x^2-4\sqrt{2}k^2x+4k^2-4=0$.

记 $B(x_1,y_1)$, $C(x_2,y_2)$,有 $\Delta>0$,且 $\begin{cases}x_1+x_2=\frac{4\sqrt{2}k^2}{2k^2+1},\\ x_1x_2=\frac{4k^2-4}{2k^2+1}.\end{cases}$ ①

于是, $k_1+k_2=\frac{y_1-1}{x_1-\sqrt{2}}+\frac{y_2-1}{x_2-\sqrt{2}}=\frac{(kx_1-\sqrt{2}k-1)(x_2-\sqrt{2})+(kx_2-\sqrt{2}k-1)(x_1-\sqrt{2})}{(x_1-\sqrt{2})(x_2-\sqrt{2})}$

$=\frac{2kx_1x_2-(2\sqrt{2}k+1)(x_1+x_2)+2\sqrt{2}(\sqrt{2}k+1)}{x_1x_2-\sqrt{2}(x_1+x_2)+2}$.

将①式代入上式得

$$k_1+k_2=\frac{2k(4k^2-4)-4\sqrt{2}k^2(2\sqrt{2}k+1)+2\sqrt{2}(\sqrt{2}k+1)(2k^2+1)}{4k^2-4-8k^2+2(2k^2+1)}=\frac{-4k+2\sqrt{2}}{-2}=2k-\sqrt{2}.$$

于是，$k_1+k_2-2k=-\sqrt{2}$. ………………………………………………………… 12 分

22. 解：(1)由直线 l 的参数方程，消去参数 t，得直线 l 的普通方程为 $x-y+3=0$.

由 $\rho^2=x^2+y^2$，$\rho\cos\theta=x$，得曲线 C 的直角坐标方程为 $x^2+y^2+2x-m=0$. ……………………… 5 分

(2)将直线 l 的参数方程改写为标准形式：$\begin{cases}x=-1+\dfrac{\sqrt{2}}{2}t\\ y=2+\dfrac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$ 并代入曲线 C 的直角坐标方程，

并整理得 $t^2+2\sqrt{2}t+3-m=0$.(＊)

设 t_1,t_2 是方程(＊)的两个根，则有 $\Delta>0$，$t_1+t_2=-2\sqrt{2}$，$t_1t_2=3-m$.

由题意，不妨设 $t_1=-2t_2$，$\therefore t_2^2=8$.

又 $-2t_2^2=3-m$，故 $m=19$. ………………………………………………………… 10 分

23. 解：(1)当 $a=2$ 时，$f(x)=|x-2|-|x-1|$，$f(x)>2\Leftrightarrow\begin{cases}x\geqslant 1\text{ 时},\\ 3>2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x\leqslant -2\text{ 时},\\ -3>2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}-2<x<1\text{ 时},\\ 2x+1>2.\end{cases}$

从而，原不等式的解集为 $\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$. ………………………………………………………… 5 分

(2)当 $x\in[0,2]$ 时，$f(x)<|x-4|\Leftrightarrow|x+a|-|x-1|<4-x$. ①

当 $1\leqslant x\leqslant 2$ 时，$|x+a|<3$，即 $-3<x+a<3\Leftrightarrow -3-x<a<3-x$ 恒成立.

$\because 1\leqslant x\leqslant 2$，故 $-1\leqslant a\leqslant 1$. ②

当 $0\leqslant x<1$ 时，$|x+a|<5-2x$，即 $2x-5<x+a<5-2x\Leftrightarrow x-5<a<5-3x$ 恒成立.

$\because 0\leqslant x<1$，故 $-4\leqslant a\leqslant 2$.

综上所述，实数 a 的取值范围是 $(-4,1)$. ………………………………………………………… 10 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。