

成都石室中学 2022-2023 学年度下期高 2023 届二诊模拟考试

文科数学

(全卷满分 150 分,考试时间 120 分钟)

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在本试卷和答题卡相应位置上.
2. 作答选择题时,选出每小题答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑;如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案.答案不能答在试卷上.
3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答,答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上;如需改动,先划掉原来的答案,然后再写上新答案;不准使用铅笔和涂改液.不按以上要求作答无效.
4. 考生必须保证答题卡的整洁.考试结束后,将试卷和答题卡一并交回.

第 I 卷(选择题,共 60 分)

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题列出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 3x < 0\}$, $B = \{x | 3^x \geq \sqrt{3}\}$, 则 $A \cup B =$

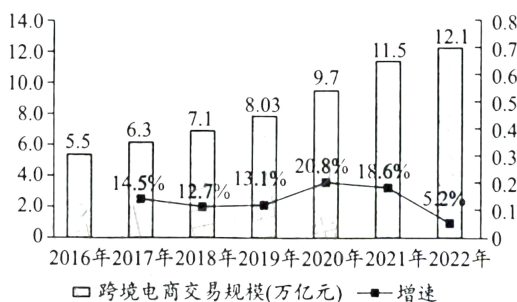
- A. $(0, \frac{1}{2})$ B. $[\frac{1}{2}, 3)$ C. $(0, +\infty)$ D. $[\frac{1}{2}, +\infty)$

2. 已知 z 的共轭复数是 \bar{z} , 且 $|z| = \bar{z} + 1 - 2i$ (i 为虚数单位), 则复数 z 的虚部为

- A. $\frac{3}{2}$ B. $-\frac{3}{2}$ C. -2 D. $-2i$

3. 下图是我国跨境电商在 2016~2022 年的交易规模与增速统计图, 则下列结论正确的是

2016~2022 年我国跨境电商交易规模、增速

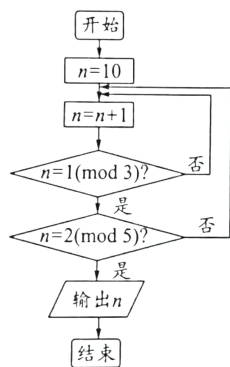


- A. 这 7 年我国跨境电商交易规模的平均数为 8.0 万亿元
- B. 这 7 年我国跨境电商交易规模的增速越来越大
- C. 这 7 年我国跨境电商交易规模的极差为 7.6 万亿元
- D. 图中我国跨境电商交易规模的 6 个增速的中位数为 13.8%

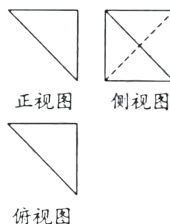
4. 设实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - y + 2 = 0, \\ 2x - y = 0, \\ 2x + 3y + 6 = 0, \end{cases}$ 则 $z = x - 2y$ 的最小值为
- A. 8 B. 6 C. 4 D. -2

5. 已知 $\sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \frac{\sqrt{6}}{6}$, 则 $\sin 2\alpha$ 的值为
- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{3}$

6. 已知 a, b, c 为直线, α, β, γ 平面, 下列说法正确的是
- A. 若 $a \perp c, b \perp c$, 则 $a \parallel b$ B. 若 $a \perp \gamma, \beta \perp \gamma$, 则 $a \perp \beta$
C. 若 $a \parallel \alpha, b \parallel \alpha$, 则 $a \parallel b$ D. 若 $a \parallel \gamma, \beta \parallel \gamma$, 则 $a \parallel \beta$
7. 若正整数 N 除以正整数 m 后的余数为 n , 则记为 $N = n(\text{mod } m)$, 例如 $10 = 2(\text{mod } 4)$. 如图所示程序框图的算法源于我国古代闻名中外的《中国剩余定理》, 执行该程序框图, 则输出的 n 等于
- A. 20 B. 21 C. 22 D. 23



第7题图



第9题图

8. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的右焦点为 $F(\sqrt{5}, 0)$, 点 P, Q 在双曲线上, 且关于原点 O 对称. 若 $PF \perp QF$, 且 $\triangle PQF$ 的面积为 4, 则双曲线的离心率为
- A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ B. 2 C. $\sqrt{5}$ D. 3
9. 某四面体的三视图如图所示, 正视图、俯视图都是腰长为 2 的等腰直角三角形, 侧视图是边长为 2 的正方形, 则此四面体的四个面中面积最大的为
- A. $2\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{3}$ C. 4 D. $2\sqrt{6}$
10. 已知函数 $f(x)$ 满足 $f(x) + f(-x) = 0, f(1+x) + f(1-x) = 0$, 当 $x \in (0, 1)$ 时, $f(x) = 2^x - \sqrt{5}$, 则 $f(\log_4 80) =$
- A. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ B. $-\frac{4\sqrt{5}}{5}$ C. $\sqrt{5}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

11. 已知抛物线 $C: y^2 = 8x$ 与直线 $y = k(x+2)$ ($k \neq 0$) 相交于 A, B 两点, F 为抛物线 C 的焦点, 若 $|FA| = 2|FB|$, 则 AB 的中点的横坐标为
- A. $\frac{5}{2}$ B. 3 C. 5 D. 6
12. 设 $a = \log_3 3, b = \log_3 4, c = \log_3 b$, 则下列关系正确的是
- A. $a > b > c$ B. $b > a > c$ C. $c > b > a$ D. $c > a > b$

第 II 卷(非选择题, 共 90 分)

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 平面向量 a, b 满足 $a + b = (3, -2), a - b = (1, x)$, 且 $a \cdot b = 0$, 则 x 的值为 ▲.
14. 已知直线 $l_1: y = 0, l_2: y = \sqrt{3}x$, 圆 C 的圆心在第一象限, 且与 l_1, l_2 都相切, 则圆 C 的一个方程为 ▲. (写出满足题意的任意一个即可)
15. 已知三棱锥 $P-ABC$ 的体积为 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$, 各顶点均在以 PC 为直径的球面上, $AC = 2\sqrt{3}, AB = 2, BC = 2$, 则该球的表面积为 ▲.
16. 已知函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, 0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$), $f(-\frac{\pi}{4}) = 0, f(\frac{\pi}{4} - x) = f(\frac{\pi}{4} + x)$, 且 $f(x)$ 在 $(\frac{\pi}{18}, \frac{2\pi}{9})$ 上单调, 则 ω 的最大值为 ▲.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答; 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (本小题满分 12 分) 针对我国老龄化问题日益突出, 人社部将推出延迟退休方案. 某机构进行了网上调查, 所有参与调查的人中, 持“支持”“保留”和“不支持”态度的人数如下表所示.

	支持	保留	不支持
50 岁以下	8000	4000	2000
50 岁以上(含 50 岁)	1000	2000	3000

- (I) 在所有参与调查的人中, 用分层抽样的方法抽取 n 个人, 已知从持“不支持”态度的人中抽取了 30 人, 求 n 的值;
- (II) 在持“不支持”态度的人中, 用分层抽样的方法抽取 5 人看成一个总体, 从这 5 人中任意选取 2 人, 求至少有 1 人年龄在 50 岁以下的概率.

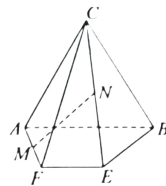
▲

18. (本小题满分 12 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n, a_1 = 2, S_n = a_{n+1} - 2$.

- (I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (II) 令 $b_n = \log_2 a_n$, 从 ① $c_n = b_n \cdot a_n$, ② $c_n = \frac{1}{4b_n^2 - 1}$, ③ $c_n = (-1)^n \cdot b_n^2$ 三个条件中任选一个, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

▲

19. (本小题满分 12 分) 如图, $\triangle ABC$ 是正三角形, 在等腰梯形 $ABEF$ 中, $AB = EF, AF = EF = BE = \frac{1}{2}AB$, 平面 $ABC \perp$ 平面 $ABEF, M, N$ 分别是 AF, CE 的中点, $CE \perp AB$.
- (I) 求证: $MN \perp$ 平面 ABC ;
- (II) 求三棱锥 $N-ABC$ 的体积.



20. (本小题满分 12 分) 已知函数 $f(x) = \ln x - ax^2 + x + \ln a (a > 0)$.
- (I) 当 $a = 1$ 时, 求 $f(x)$ 的最大值;
- (II) 若 $\forall x \in [1, +\infty), f(x) \leq 0$, 求 a 的取值范围.

21. (本小题满分 12 分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 经过点 $(\sqrt{3}, \frac{1}{2})$, 其右焦点为 $F(\sqrt{3}, 0)$.
- (I) 求椭圆 C 的标准方程;
- (II) 椭圆 C 的右顶点为 A , 若点 P, Q 在椭圆 C 上, 且满足直线 AP 与 AQ 的斜率之积为 $\frac{1}{20}$, 求 $\triangle APQ$ 面积的最大值.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 那么按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (本小题满分 10 分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知直线

$$l: x + y = 1 \text{ 与曲线 } C: \begin{cases} x = \frac{2}{1+t^2}, \\ y = \frac{2t}{1+t^2} \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}).$$

以坐标原点 O 为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系.

坐标系.

- (I) 求曲线 C 的普通方程;

- (II) 在极坐标系中, 射线 $m: \theta = \alpha (0 < \alpha < \frac{3\pi}{8})$ 与直线 l 和曲线 C 分别交于点 A, B , 若 $|OA| = (\sqrt{3} - 1)|OB|$, 求 α 的值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (本小题满分 10 分) 已知存在 $x_0 \in \mathbf{R}$, 使得 $|x_0 + a| - |x_0 - 2b| \geq 4$ 成立, $a > 0, b > 0$.

- (I) 求 $a + 2b$ 的取值范围;

- (II) 求 $a^2 + b^2$ 的最小值.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线