学校______ 班级______ 姓名______ 考号______

密 封 线 内 不 要 答 题

高三数学试卷(理科)

考生注意:

1. 本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,共 150 分。考试时间 120 分钟。
2. 请将各题答案填写在答题卡上。
3. 本试卷主要考试内容:高考全部内容。

第Ⅰ卷

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 定义集合 $A+B=\{x+y|x\in A$ 且 $y\in B\}$. 已知集合 $A=\{2,4,6\}$, $B=\{-1,1\}$, 则 $A+B$ 中元素的个数为

A. 6　　B. 5　　C. 4　　D. 7

2. 在平行四边形 $ABCD$ 中, O 为对角线的交点,则 $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{OC}=$

A. $\overrightarrow{OA}$　　B. $\overrightarrow{OD}$　　C. $\overrightarrow{OC}$　　D. $\overrightarrow{OB}$

3. 抛物线 $y^2=-68x$ 的准线方程为

A. $x=-17$　　B. $x=34$　　C. $x=17$　　D. $x=-34$

4. $1-7+7^2-7^3+\cdots+(-7)^{2n}=$

A. $\frac{1-(-7)^{2n+1}}{8}$　　B. $\frac{1-7^{2n-1}}{8}$　　C. $\frac{1-(-7)^{2n-1}}{8}$　　D. $\frac{1+7^{2n+2}}{8}$

5. 函数 $f(x)=\log_2 x-\log_4(x+20)$ 的零点为

A. 4　　B. 4 或 5　　C. 5　　D. -4 或 5

6. 一个正四棱柱的每个顶点都在球 O 的球面上,且该四棱柱的底面面积为 3,高为 $\sqrt{10}$,则球 O 的体积为

A. 16π　　B. $\frac{32\pi}{3}$　　C. 10π　　D. $\frac{28\pi}{3}$

7. 现有 7 位学员与 3 位摄影师站成一排拍照,要求 3 位摄影师互不相邻,则不同排法数为

A. $A_7^7A_8^3$　　B. $A_7^7C_8^3$

C. $A_7^3A_3^3$　　D. $A_7^7A_7^3$

8. 若 $\tan(\theta+\frac{\pi}{4})=-\frac{5}{3}$,则 $\sqrt{\frac{1+2\sin 2\theta+3\cos^2\theta}{1-2\sin 2\theta+3\cos^2\theta}}=$

A. 2　　B. $\frac{4}{3}$　　C. 4　　D. 3

9. 若从区间 $[-2,5]$ 内,任意选取一个实数 a,则曲线 $y=x^3+ax^2$ 在点 $(1,a+1)$ 处的切线的倾斜角大于 45° 的概率为

A. $\frac{5}{7}$　　B. $\frac{13}{14}$　　C. $\frac{6}{7}$　　D. $\frac{11}{14}$

10. 将函数 $y=2\sin(6x+\frac{\pi}{3})$ 的图象向左平移 $\varphi(0<\varphi<\frac{\pi}{2})$ 个单位长度后得到 $f(x)$ 的图象. 若 $f(x)$ 在 $(\pi,\frac{19\pi}{18})$ 上单调,则 φ 的值不可能为

A. $\frac{5\pi}{36}$　　B. $\frac{\pi}{3}$　　C. $\frac{\pi}{4}$　　D. $\frac{17\pi}{36}$

11. 已知 F_1,F_2 分别是双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点,直线 l 经过 F_1 且与 C 的左支交于 P,Q 两点, P 在以 F_1F_2 为直径的圆上, $|PQ|:|PF_2|=3:4$,则 C 的离心率是

A. $\frac{\sqrt{17}}{3}$　　B. $\frac{2\sqrt{17}}{3}$　　C. $\frac{2\sqrt{15}}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{15}}{3}$

12. 已知 $\ln 2\approx 0.69$,设 $a=\frac{27}{10^{\lg 8}}$, $b=\frac{3.1^3}{2^{3.1}}$, $c=\frac{109}{33}$,则

A. $a>c>b$　　B. $b>c>a$　　C. $a>b>c$　　D. $b>a>c$

第Ⅱ卷

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分. 把答案填在答题卡的相应位置.

13. 复数 $(1+3i)(1+2i^3)$ 的实部为__▲__.

14. 若 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}|x|\leqslant 3,\\ |y|\leqslant 4,\end{cases}$ 则 $z=x-2y$ 的取值范围为__▲__.

15.《九章算术》中将底面为矩形且有一条侧棱与底面垂直的四棱锥称为阳马. 若从一个阳马的 8 条棱中任取 2 条,则这 2 条棱所在直线互相垂直的概率为__▲__.

16."中国剩余定理"又称"孙子定理",最早可见于中国南北朝时期的数学著作《孙子算经》卷下第二十六题,叫做"物不知数",原文如下:今有物不知其数,三三数之剩二,五五数之剩三,七七数之剩二,问物几何? 现有这样一个相关的问题:数列 $\{a_n\}$ 由被 3 除余 1 且被 4 除余 2 的正整数按照从小到大的顺序排列而成,记数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n,则 $\frac{S_n+96}{n}$ 的最小值为__▲__.

三、解答题:共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤. 17~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答. 第 22,23 题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分.

17. (12 分)

a,b,c 分别为 $\triangle ABC$ 内角 A,B,C 的对边. 已知 $c\sin A\sin C+a(1-\cos C)^2=a$.

(1)求 C;

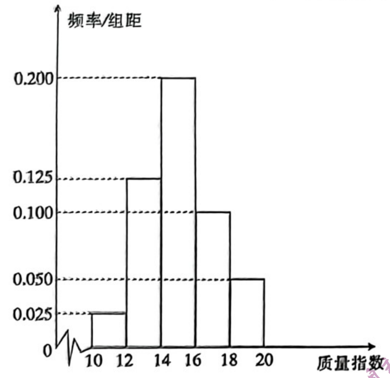
(2)若 c 是 a,b 的等比中项,且 $\triangle ABC$ 的周长为 6,求 $\triangle ABC$ 外接圆的半径.

18.(12分)

某工厂为了检验某产品的质量,随机抽取100件产品,测量其某一质量指数,根据所得数据,按[10,12),[12,14),[14,16),[16,18),[18,20]分成5组,得到如图所示的频率分布直方图.

(1)估计该产品这一质量指数的中位数;

(2)若采用分层抽样的方法从这一质量指数在[16,18)和[18,20]内的该产品中抽取12件,再从这12件产品中随机抽取4件,记抽取到这一质量指数在[18,20]内的该产品的数量为X,求X的分布列与期望.

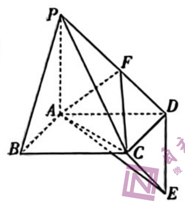


19.(12分)

如图,在四棱锥$P-ABCD$中,$PA\perp$平面$ABCD$,$DE\perp$平面$ABCD$,底面$ABCD$为矩形,点F在棱PD上,且P与E位于平面$ABCD$的两侧.

(1)证明:$CE//$平面PAB.

(2)若$PA=AD=5$,$AB=2$,$DE=3$,且$\overrightarrow{AF}$在$\overrightarrow{AD}$上的投影为3,求平面ACF与平面ACE所成锐二面角的余弦值.



20.(12分)

已知椭圆C:$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右顶点分别为$A$,$B$,左焦点为$F$,$|AF|=2-\sqrt{3}$,$|BF|=2+\sqrt{3}$.

(1)求C的方程;

(2)设直线l与C交于不同于B的M,N两点,且$BM\perp BN$,求$|BM|\cdot|BN|$的最大值.

21.(12分)

已知函数$f(x)=x\ln x-\frac{1}{2}x^2-x-1$.

(1)求$f(x)$的单调区间;

(2)若函数$g(x)=\frac{1}{2}x^2+(a-2)x+(1-a)\ln x-1$恰有两个零点,求正数$a$的取值范围.

(二)选考题:共10分.请考生从第22,23两题中任选一题作答.如果多做,则按所做的第一个题目计分.

22.[选修4—4:坐标系与参数方程](10分)

在直角坐标系xOy中,曲线C的参数方程为$\begin{cases}x=t+\frac{1}{t},\\y=t-\frac{1}{t}\end{cases}$($t$为参数),以坐标原点$O$为极点,$x$轴的非负半轴为极轴建立极坐标系,直线$l$的极坐标方程是$\rho\cos\theta-2\rho\sin\theta+2=0$.

(1)求曲线C的普通方程和直线l的直角坐标方程;

(2)若直线l与曲线C交于A,B两点,点$P(0,1)$,求$\frac{1}{|PA|}+\frac{1}{|PB|}$的值.

23.[选修4—5:不等式选讲](10分)

已知函数$f(x)=|x+1|+|x-a|$.

(1)当$a=2$时,求不等式$f(x)>2x$的解集;

(2)若不等式$f(x)\leqslant 2$的解集包含$[-1,a^2+\frac{2}{9}]$,求a的取值范围.