2023 年高三下学期 5 月三校联考

高三数学试题

命题学校：龙泉中学　　命题教师：崔冬林　　审题学校：宜昌一中

考试时间：2023年5月3日下午300-5:00　　试卷满分：150分

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．若复数 $z=\dfrac{a-2\mathrm{i}}{2+\mathrm{i}}(a\in\mathbf{R})$ 是纯虚数，则 $a=$（　　）

A．-2　　B．2　　C．-1　　D．1

2．已知 $a\in\mathbf{R}$，若集合 $M=\{1,a\},N=\{-1,0,1\}$，则“$a=0$”是“$M\subseteq N$”的（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

3．已知实数 a，b 满足 $\lg a+\lg b=\lg(a+2b)$，则 $2a+b$ 的最小值是（　　）

A．5　　B．9　　C．13　　D．18

4．设 $\vec{a},\vec{b}$ 是两个单位向量，若 $\vec{a}+\vec{b}$ 在 $\vec{b}$ 上的投影向量为 $\dfrac{3}{4}\vec{b}$，则 $\cos\langle\vec{a},\vec{b}\rangle=$（　　）

A．$\dfrac{3}{4}$　　B．$\dfrac{1}{4}$　　C．$-\dfrac{1}{4}$　　D．$-\dfrac{3}{4}$

5．若 $(2x+1)^6=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_6x^6$，则 $a_2+a_4+a_6=$（　　）

A．366　　B．365　　C．364　　D．363

6．血药浓度检测可使给药方案个体化，从而达到临床用药的安全、有效、合理．某医学研究所研制的某种新药进入了临床试验阶段，经检测，当患者 A 给药 3 小时的时候血药浓度达到峰值，此后每经过 2 小时检测一次，每次检测血药浓度降低到上一次检测血药浓度的40%，当血药浓度为峰值的1.024%时，给药时间为（　　）

A．11 小时　　B．13 小时　　C．17 小时　　D．19 小时

7．关于函数 $f(x)=A\sin(2x+\varphi)$，有下列四个命题：

甲：$-\dfrac{\pi}{6}$ 是 $f(x)$ 的一个极小值点；

乙：$\dfrac{\pi}{3}$ 是 $f(x)$ 的一个极大值点；

丙：$f(x)$ 在 $\left(5\pi,\dfrac{27\pi}{5}\right)$ 单调递增；

丁：函数 $y=f(x)$ 的图象向左平移 $\dfrac{\pi}{3}$ 个单位后所得图象关于 y 轴对称.

其中只有一个是假命题，则该命题是（　　）

A. 甲　　B. 乙　　C. 丙　　D. 丁

8．设 $n\in N^*$，函数 $f_1(x)=xe^x$，$f_2(x)=f_1'(x)$，$f_3(x)=f_2'(x),\cdots,f_{n+1}(x)=f_n'(x)$，曲线 $y=f_n(x)$ 的最低点为 P_n，$\Delta P_nP_{n+1}P_{n+2}$ 的面积为 S_n，则（　　）

A．$\{S_n\}$ 是递增数列　　B．$\{S_n\}$ 是递减数列

C．$\{S_{2n-1}\}$ 是递增数列　　D．$\{S_n\}$ 是摆动数列

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分．

9．某单位为了解该单位党员开展学习党史知识活动情况，随机抽取了 30 名党员，对他们一周的党史学习时间进行了统计，统计数据如下．则下列对该单位党员一周学习党史时间的叙述，正确的有（　　）

党史学习时间（小时）	7	8	9	10	11
党员人数	4	8	7	6	5

A．众数是 8　　B．第 40 百分位数为 8

C．平均数是 9　　D．上四分位数是 10

10．已知 P 是圆 $O:x^2+y^2=4$ 上任意一点，定点 A 在 x 轴上，线段 AP 的垂直平分线与直线 OP 相交于点 Q，当 P 在圆 O 上运动时，Q 的轨迹可以是（　　）

A．圆　　B．椭圆　　C．双曲线　　D．抛物线

11．阅读数学材料：“设 P 为多面体 M 的一个顶点，定义多面体 M 在点 P 处的离散曲率为 $1-\dfrac{1}{2\pi}(\angle Q_1PQ_2+\angle Q_2PQ_3+\cdots+\angle Q_{k-1}PQ_k+\angle Q_kPQ_1)$，其中 $Q_i(i=1,2,\cdots,k,k\geqslant 3)$ 为多面体 M 的所有与点 P 相邻的顶点，且平面 Q_1PQ_2，平面 Q_2PQ_3，…，平面 $Q_{k-1}PQ_k$ 和平面 Q_kPQ_1 为多面体 M 的所有以 P 为公共点的面．”解答问题：已知在直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，底面 $ABCD$ 为菱形，$AA_1=AB$，则下列结论正确的是（　　）

A．直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 在其各顶点处的离散曲率都相等

B．若 $AC=BD$，则直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 在顶点 A 处的离散曲率为 $\dfrac{1}{4}$

C．若四面体 A_1ABD 在点 A_1 处的离散曲率为 $\dfrac{7}{12}$，则 $AC_1\perp$ 平面 A_1BD

D．若直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 在顶点 A 处的离散曲率为 $\dfrac{1}{3}$，则 BC_1 与平面 ACC_1 所成角的正弦值为 $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$

12．已知双曲线 $E:x^2-\dfrac{y^2}{3}=1$ 的左、右焦点分别为 F_1、F_2，过点 $C(1,2)$ 斜率为 k 的直线 l 与双曲线 E 的左、右两支分别交于 P、Q 两点，下列命题正确的有（　　）

A．$k\in\left[-\sqrt{3},\sqrt{3}\right]$

B．当点 C 为线段 PQ 的中点时，直线 l 的斜率为 $\dfrac{3}{2}$

C．若 $A(-1,0)$，则 $\angle QF_2A=2\angle QAF_2$

D．$|PF_1|\cdot|PF_2|-|PO|^2=-2$

三、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

13. 若 $\sin\left(2\alpha+\dfrac{\pi}{6}\right)+\cos 2\alpha=-\sqrt{3}$，则 $\tan\alpha=$________.

14. $P(x,y)$ 为椭圆 $C:\dfrac{x^2}{3}+y^2=1$ 上任意一点，且点 P 到直线 l_1：$2x-y+4=0$ 和 l_2：$2x-y+m=0$ 的距离之和与点 P 的位置无关，则 m 的取值范围是________.

15. 在四面体 $ABCD$ 中， $AB=1$， $CD=2$， AB 与 CD 所在的直线间的距离为 3，且 AB 与 CD 所成的角为 60^0，则四面体 $ABCD$ 的体积为_________.

16. 某校组织羽毛球比赛，每场比赛采用五局三胜制（每局比赛没有平局，先胜三局者获胜并结束比赛），两人第一局获胜的概率均为 $\frac{1}{2}$，从第二局开始，每局获胜的概率受上局比赛结果的影响，若上局获胜，则该局获胜的概率为 $\frac{1+p}{2}$，若上局未获胜，则该局获胜的概率为 $\frac{1-p}{2}$，且一方第一局、第二局连胜的概率为 $\frac{5}{16}$．则 $p=$_________；打完 4 场结束比赛的概率为_________.

四、解答题：（本大题共 6 小题，共 70 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17.（本小题满分 10 分）

已知各项均为正数的数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$，$a_{n+1}^2-2S_n=n+1\left(n\in\mathbf{N}^*\right)$，其中 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和.

（1）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n=a_n\cdot\sin\frac{n\pi}{2}$，求 $\{b_n\}$ 的前100项和 T_{100}.

18.（本小题满分 12 分）

某兴趣小组为研究一种地方性疾病与当地居民的卫生习惯（卫生习惯分为良好和不够良好两类）的关系，设 A=“患有地方性疾病”，B=“卫生习惯良好”. 据临床统计显示，$P(A|\overline{B})=\frac{3}{4}$，$P(B|\overline{A})=\frac{12}{13}$，该地人群中卫生习惯良好的概率为 $\frac{4}{5}$.

（1）求 $P(A)$ 和 $P(A|B)$；

（2）为进一步验证（1）中的判断，该兴趣小组用分层抽样的方法在该地抽取了一个容量为 $m\left(m\in N^*\right)$ 的样本，利用独立性检验，计算得 $\chi^2=2.640$. 为提高检验结论的可靠性，现将样本容量调整为原来的 $k\left(k\in N^*\right)$ 倍，使得能有 99.9%的把握肯定（1）中的判断，试确定 k 的最小值.

附表及公式：$\chi^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，$n=a+b+c+d$

α	0.10	0.05	0.010	0.005	0.001
x_α	2.706	3.841	6.635	7.879	10.828

19.（本小题满分 12 分）

在 ΔABC 中，角 A、B、C 所对的边分别为 a、b、c，且 $\frac{b}{\cos B}+\frac{c}{\cos C}=\frac{a}{\cos A}+\frac{3a}{\cos B\cos C}$.

（1）求 $\tan B\tan C$；

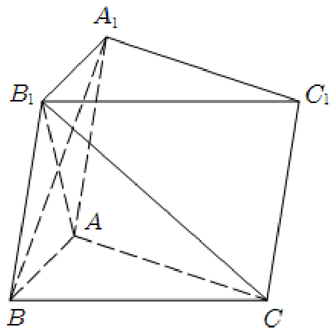
（2）求 $\tan A$ 的最大值.

20.（本小题满分 12 分）

在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，四边形 AA_1B_1B 是菱形，$AB\perp AC$，平面 $AA_1B_1B\perp$ 平面 ABC，平面 $A_1B_1C_1$ 与平面 AB_1C 的交线为 l.

（1）证明：$A_1B\perp B_1C$；

（2）已知 $\angle ABB_1=60^0$，$AB=AC=2$，l 上是否存在点 P，使 A_1B 与平面 ABP 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{10}}{10}$？若存在，求 B_1P 的长度；若不存在，说明理由.



21.（本小题满分 12 分）

已知抛物线 $\Gamma:x^2=2py$ 过点 $M(2,2)$，O 为坐标原点.

（1）直线 l 经过抛物线 Γ 的焦点，且与抛物线 Γ 相交于 A，B 两点，若弦 AB 的长等于 6，求 $\triangle OAB$ 的面积；

（2）抛物线 Γ 上是否存在异于 O，M 的点 N，使得经过 O，M，N 三点的圆 C 和抛物线 Γ 在点 N 处有相同的切线，若存在，求出点 N 的坐标，若不存在，请说明理由.

22.（本小题满分 12 分）

设函数 $f(x)=e^x+a\sin x-ax^2-(1+a)x$.

（1）当 $a\leq 0$ 时，讨论 $f(x)$ 的单调性；

（2）若函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，求实数 a 的取值.