

长春外国语学校 2022-2023 学年第二学期期中考试高一年级



数学试卷

出题人：马竞 审题人：王先师

本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分，共 6 页。考试结束后，将答题卡交回。

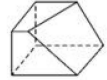
注意事项：

1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。
2. 选择题必须使用 2B 铅笔填涂；非选择题必须使用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。
3. 请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。
4. 作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。
5. 保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

第 I 卷

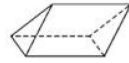
一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的。

1. 若复数 z 满足 $z = 4 - 3i$ ，则 z 的虚部是()
A. 3 B. -3 C. $3i$ D. $-3i$
2. 已知 $\vec{a} = (2, 3)$ ， $2\vec{a} + \vec{b} = (6, 2)$ ，则 $\vec{b} =$ ()
A. $(2, -4)$ B. $(-2, 4)$ C. $(2, -\frac{1}{2})$ D. $(-2, \frac{1}{2})$
3. 如图所示，观察四个几何体，其中判断正确的是()

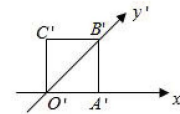

A. 是棱台


B. 是圆台


C. 是棱锥


D. 不是棱柱
4. 正方形 $ABCD$ 的边长为 1，则 $|\vec{AB} + \vec{AD}|$ 为()
A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. 3 D. $2\sqrt{2}$

5. 如图所示，正方形 $O'A'B'C'$ 的边长为 1，它是水平放置的一个平面图形的直观图，则原图形的周长是()
A. 6 B. 8 C. $2 + 3\sqrt{2}$ D. $2 + 2\sqrt{3}$



6. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ， $a = 2$ ， $b^2 + c^2 = a^2 + bc$ ，则 $\triangle ABC$ 外接圆的直径是()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

7. 复数 z 满足 $z(1+i) = |1-\sqrt{3}i|$ ，则复数 $z =$ ()

- A. $\sqrt{2}(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4})$ B. $\sqrt{2}(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4})$

- C. $\sqrt{2}(\cos \frac{\pi}{4} - i \sin \frac{\pi}{4})$ D. $\sqrt{2}(\cos \frac{7\pi}{4} - i \sin \frac{7\pi}{4})$

8. $\triangle ABC$ 中，如果 $\lg \cos A = \lg \sin C - \lg \sin B = -\lg 2$ ，则 $\triangle ABC$ 的形状是()

- A. 直角三角形 B. 等边三角形 C. 等腰三角形 D. 等腰直角三角形

二、多选题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 下列说法正确的是()
A. 棱台的侧面都是等腰梯形
B. 棱柱的侧棱长都相等，但侧棱不一定都垂直于底面
C. 底面半径为 r ，母线长为 $2r$ 的圆锥的轴截面为等边三角形
D. 以三角形的一边所在直线为轴旋转一周所得的旋转体是圆锥

10. 下列命题错误的是()

- A. 在复平面内, 实轴上的点都表示实数
- B. $\forall z \in \mathbb{C}, z^2 \geq 0$
- C. 若 z_1, z_2 为复数, 且 $z_1^2 + z_2^2 = 0$, 则 $z_1 = z_2 = 0$
- D. 若实数 a, b 互为相反数, 则 $z = a + bi$ 在复平面内对应的点位于第二或第四象限
11. 下列说法正确的有()
- A. $\triangle ABC$ 中, $\sin A > \sin B$ 是 $A > B$ 的充要条件
- B. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\sin 2A = \sin 2B$, 则 $\triangle ABC$ 一定为等腰三角形
- C. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\sin A = \frac{1}{2}$, 则 $A = \frac{\pi}{6}$
- D. 在 $\triangle ABC$ 中, $a: b: c = \sin A: \sin B: \sin C$
12. 下列说法正确的是()
- A. 若 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} > 0$, 则 $\triangle ABC$ 是锐角三角形
- B. 若点 G 为 $\triangle ABC$ 的垂心, 则 $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$
- C. 方向为北偏西 60° 的向量与方向为东偏南 30° 的向量是共线向量
- D. 记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $B = \frac{\pi}{3}$, $a = 2\sqrt{3}$, 若 $\triangle ABC$ 有两解, 则 b 的取值范围是 $(3, 2\sqrt{3})$

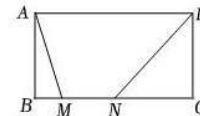
第II卷

三、填空题(每道题5分, 共20分)

13. $\vec{a} = (-1, m)$, $\vec{b} = (m+1, 2)$, 且 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则 $m =$ _____.
14. 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 若 $a = 2$, $b = \sqrt{2}$, $A = \frac{\pi}{4}$, 则 $B =$ _____.

15. 已知 i 是虚数单位, 若复数 z 满足 $zi^{2019} = 1 + i$, 则 $|\bar{z}| =$ _____.

16. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 4$, $BC = 5$, M, N 是 BC 上的两动点, M 在 N 的左边, 且 $MN = 2$, 则 $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{DN}$ 的最小值为 _____.



四、解答题: 本大题共6小题, 满分70分. 解答须写出文字说明, 证明过程和演算步骤.

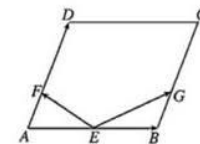
17. (10分) 已知向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角 $\theta = \frac{2\pi}{3}$, 且 $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$.

- (1) 求 $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $|\vec{a} + \vec{b}|$;
- (2) 求向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{a} + \vec{b}$ 的夹角的余弦值.

18. (12分) 已知复数 $z = (m^2 - 1) + (m^2 - m - 2)i$, $m \in \mathbb{R}$.

- (1) 若 z 是纯虚数, 求 m 的值;
- (2) 若 z 在复平面内对应的点在直线 $x - y + 1 = 0$ 上, 求 m 的值;
- (3) 若 z 在复平面内对应的点在第四象限, 求 m 的取值范围.

19. (12分) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 点 E 是 AB 的中点, 点 F, G 分别是 AD, BC 的三等分点 ($AF = \frac{1}{3}AD, BG = \frac{1}{3}BC$). 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$.



(1)用 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 表示 $\vec{EF}$, $\vec{EG}$;

(2)如果 $|\vec{b}| = \frac{3}{2}|\vec{a}|$, EF , EG 有什么位置关系? 用向量方法证明你的结论.

(2)设函数 $f(x) = (\vec{m} + \vec{n}) \cdot \vec{m}$, 且 $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$, 求 $f(x)$ 的最大值以及对应的 x 的值.

20. (12分) 在 $\triangle ABC$ 中, A, B, C 的对边分别是 a, b, c , $\sqrt{3}a\cos B - b\sin A = 0$.

(1)求角 B 的大小;

(2)若 $b = \sqrt{7}$, $a + c = 5$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

22. (12分)

已知在锐角 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , S 为 $\triangle ABC$ 的面积, 且

$$2S = a^2 - (b - c)^2,$$

(1)求 $\sin A$ 的值;

(2)求 $\frac{2b^2 + c^2}{bc}$ 的取值范围.

21. (12分) 已知向量 $\vec{m} = (\sin x, -1)$, 向量 $\vec{n} = (\sqrt{3}\cos x, -\frac{1}{2})$.

(1)当 $\vec{m} \parallel \vec{n}$ 时, 求 $\tan x$ 的值;



长春外国语学校 2022-2023 学年第二学期期中考试高一年级

数学试卷

一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：
www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：[zizzsw](https://www.zizzs.com)。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线