

山东省六地市部分学校 2020 届高三 3 月线上考试

数学试题

注意事项:

1. 答题前, 考生在答题卡上务必将自己的姓名、准考证号涂写清楚.
2. 第 I 卷, 每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑, 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号, 在试题卷上作答无效.

第 I 卷 (非选择题 共 60 分)

一、单项选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求.

1. 已知集合 $A = \{y \mid y = 2^{-x}, x < 0\}$, $B = \{x \mid y = x^{\frac{1}{2}}\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $[1, +\infty)$ B. $(1, +\infty)$ C. $(0, +\infty)$ D. $[0, +\infty)$

2. 设 $(2+i)(3-xi) = 3+(y+5)i$ (i 为虚数单位), 其中 x, y 是实数, 则 $|x+yi|$ 等于

- A. 5 B. $\sqrt{13}$ C. $2\sqrt{2}$ D. 2

3. 已知 a, b 都是正数, 则“ $\log_a 3 < \log_b 3$ ”是“ $3^a > 3^b > 3$ ”的

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

4. 甲、乙、丙三位同学获得某项竞赛活动的前三名, 但具体名次未知. 3 人作出如下预测: 甲说: 我不是第三名; 乙说: 我是第三名; 丙说: 我不是第一名. 若甲、乙、丙 3 人的预测结果有且只有一个正确, 由此判断获得第三名的是

- A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 无法预测

5. 《九章算术》是我国算术名著, 其中有这样一个问题: 今有碗田, 下周三十步, 径十六步, 问为田几何? 意思是说现有扇形田, 弧长三十步, 直径十六步, 问面积多少? 书中给出计算方法, 以径乘周, 四而一, 即扇形的面积等于直径乘以弧长再除以 4, 在此问题中, 扇形的圆心角的弧度数是

- A. $\frac{4}{15}$ B. $\frac{15}{4}$ C. $\frac{15}{8}$ D. 120

6. 若 $(\sqrt{x} - \frac{2}{x^2})^n$ 的展开式中只有第六项的二项式系数最大, 则展开式中的常数项是

- A. 210 B. 180 C. 160 D. 175

7. 泉城广场上矗立着的“泉标”, 成为泉城济南的标志和象征. 为了测量“泉标”高度, 某同学在“泉标”的正西方向的点 A 处测得“泉标”顶端的仰角为 45° , 沿点 A 向北偏东 30° 前进

专注名校多元录取

100m 到达点 B，在点 B 处测得“泉标”顶端的仰角为 30° ，则“泉标”的高度为

- A. 50m B. 100m C. 120m D. 150m

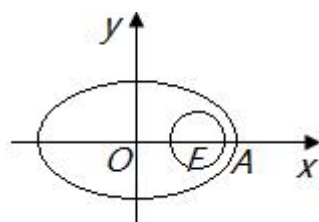
8. 已知函数 $f(x)$ 满足 $f(2-x) + f(2+x) = 6$, $g(x) = \frac{3x-1}{x-2}$ ，且 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的图象交点为

$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_8, y_8)$ ，则 $x_1 + x_2 + \dots + x_8 + y_1 + y_2 + \dots + y_8$ 的值为

- A. 20 B. 24 C. 36 D. 40

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 3 分，有选错的得 0 分。

9. 某颗人造地球卫星的运行轨道是以地球的中心 F 为一个焦点的椭圆，如图所示，已知它的近地点 A（离地面最近的点）距地面 m 千米，远地点 B（离地面最远的点）距地面 n 千米，并且 F、A、B 三点在同一直线上，地球半径约为 R 千米，设椭圆的长轴长、短轴长、焦距分别为 $2a$ 、 $2b$ 、 $2c$ ，则



A. $a-c=m+R$

B. $a+c=n+R$

C. $2a=m+n$

D. $b = \sqrt{(m+R)(n+R)}$

10. 甲箱中有 5 个红球，2 个白球和 3 个黑球，乙箱中有 4 个红球，3 个白球和 3 个黑球。先从甲箱中随机取出一球放入乙箱中，分别以 A_1, A_2, A_3 表示由甲箱中取出的是红球，白球和黑球的事件；再从乙箱中随机取出一球，以 B 表示由乙箱中取出的球是红球的事件，则下列结论正确的是

A. $P(B) = \frac{2}{5}$

B. $P(B|A_1) = \frac{5}{11}$

C. 事件 B 与事件 A_1 相互独立

D. A_1, A_2, A_3 两两互斥

11. 已知点 P 是双曲线 E: $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 的右支上一点， F_1, F_2 为双曲线 E 的左、右焦点， $\triangle PF_1F_2$

的面积为 20，则下列说法正确的是

A. 点 P 的横坐标为 $\frac{20}{3}$

B. $\triangle PF_1F_2$ 的周长为 $\frac{80}{3}$

C. $\angle F_1PF_2$ 小于 $\frac{\pi}{3}$

D. $\triangle PF_1F_2$ 的内切圆半径为 $\frac{3}{4}$

12. 已知正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面边长为 2，侧棱 $AA_1=1$ ，P 为上底面 $A_1B_1C_1D_1$ 上的动点，给出下列四个结论中正确结论为

A. 若 $PD=3$ ，则满足条件的 P 点有且只有一个

B. 若 $PD=\sqrt{3}$ ，则点 P 的轨迹是一段圆弧

C. 若 $PD \parallel$ 平面 ACB_1 ，则 PD 长的最小值为 2

D. 若 $PD \parallel$ 平面 ACB_1 ，且 $PD=\sqrt{3}$ ，则平面 BDP 截正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的外接球所得

平面图形的面积为 $\frac{9\pi}{4}$

第II卷 (非选择题 共 90 分)

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知向量 $\vec{a} = (1, x+1)$, $\vec{b} = (x, 2)$, 若满足 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 且方向相同, 则 $x =$ _____.

14. 已知 m 是 2 与 8 的等比中项, 则圆锥曲线 $x^2 - \frac{y^2}{m} = 1$ 的离心率是 _____.

15. 对于函数 $f(x)$, 若在定义域内存在实数 x_0 满足 $f(-x_0) = -f(x_0)$, 则称函数 $f(x)$ 为“倒戈函数”, 设 $f(x) = 3^x + 2m - 1 (m \in \mathbb{R}, m \neq 0)$ 是定义在 $[-1, 1]$ 上的“倒戈函数”, 则实数 m 的取值范围是 _____.

16. 已知函数 $f(x) = \sqrt{2} \sin \omega x$, $g(x) = \sqrt{2} \cos \omega x$, 其中 $\omega > 0$, A, B, C 是这两个函数图象的交点, 且不共线.

① 当 $\omega = 1$ 时, $\triangle ABC$ 面积的最小值为 _____;

② 若存在 $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, 则 ω 的最小值为 _____.

四、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分) 数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = \frac{1}{2}(3^n - 1)$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

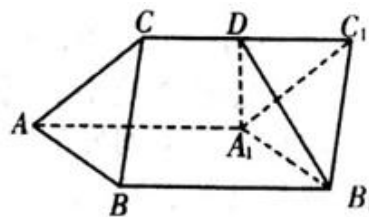
(2) 若数列 $\{b_n\}$ 满足: $a_n = 3^{a_n b_n}$, 求 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

18. (12 分) 在锐角 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c . 已知

$$b \sin A = a \sin(B + \frac{\pi}{3}).$$

(1) 求角 B 的大小;

(2) 求 $\frac{c}{a}$ 的取值范围.



19. (12 分) 如图, 三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $CA = CB$, $\angle BAA_1 = 45^\circ$, 平面 $AA_1C_1C \perp$ 平面 AA_1B_1B .

(1) 求证: $AA_1 \perp BC$;

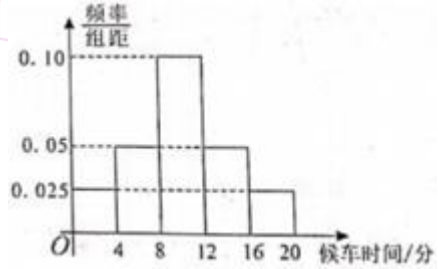
(2) 若 $BB_1 = \sqrt{2}AB = 2$, 直线 BC 与平面 ABB_1A_1 所成角为 45° , D 为 CC_1 的中点, 求二面角 $B_1-A_1D-C_1$ 的余弦值.

专注名校多元录取

20. (12分) 为提高城市居民生活幸福感,某城市公交公司大力确保公交车的准点率,减少居民乘车候车时间.为此,该公司对某站台乘客的候车时间进行统计.乘客候车时间受公交车准点率、交通拥堵情况、节假日人流量增大等情况影响.在公交车准点率正常、交通拥堵情况正常、非节假日的情况下,乘客候车时间随机变量 X 满足正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$. 在公交车准点率正常、交通拥堵情况正常、非节假日的情况下,调查了大量乘客的候车时间,经过统计得到如图频率分布直方图.

(1) 在直方图各组中,以该组区间的中点值代表该组中的各个值,试估计 μ, σ^2 的值;

(2) 在统计学中,发生概率低于千分之三的事件叫小概率事件,一般认为,在正常情况下,一次试验中,小概率事件是不能发生的.在交通拥堵情况正常、非节假日的某天,随机调查了该站的 10 名乘客的候车时间,发现其中有 3 名乘客候车时间超过 15 分钟,试判断该天公交车准点率是否正常,说明理由.



(参考数据: $\sqrt{19.2} \approx 4.38, \sqrt{21.4} \approx 4.63, \sqrt{26.6} \approx 5.16,$

$0.8413^7 \approx 0.2898, 0.8413^6 \approx 0.3546, 0.1587^3 \approx 0.0040, 0.1587^4 \approx 0.0006,$
 $P(\mu - \delta < X < \mu + \delta) = 0.6826, P(\mu - 2\delta < X < \mu + 2\delta) = 0.9544,$
 $P(\mu - 3\delta < X < \mu + 3\delta) = 0.9973)$

21. (12分) 已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$, 点 F 为抛物线的焦点, 焦点 F 到直线

$3x - 4y + 3 = 0$ 的距离为 d_1 , 焦点 F 到抛物线 C 的准线的距离为 d_2 , 且 $\frac{d_1}{d_2} = \frac{3}{5}$.

- (1) 抛物线 C 的标准方程;
- (2) 若在 x 轴上存在点 M , 过点 M 的直线 l 与抛物线 C 相交于 P, Q 两点,

且 $\frac{1}{|PM|^2} + \frac{1}{|QM|^2}$ 为定值, 求点 M 的坐标.

22. (12分) 已知函数 $f(x) = -\ln x - ax^2 + x (a \geq 0)$.

- (1) 讨论函数 $f(x)$ 的极值点的个数;
- (2) 若函数 $f(x)$ 有两个极值点 x_1, x_2 , 证明: $f(x_1) + f(x_2) > 3 - 2\ln 2$.

专注名校多元录取

自主招生在线创始于 2014 年，致力于提供强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛、新高考生涯规划等政策资讯的服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站 (www.zzzs.com) 和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国强基计划、综合评价领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



识别二维码，快速关注

温馨提示：

全国重点中学 2020 届高三上学期期末考试试题答案汇总（更新下载中），点击链接获得

<http://www.zzzs.com/c/202001/41635.html>