

# 2022 - 2023 学年高三年级 TOP 二十名校调研模拟卷二

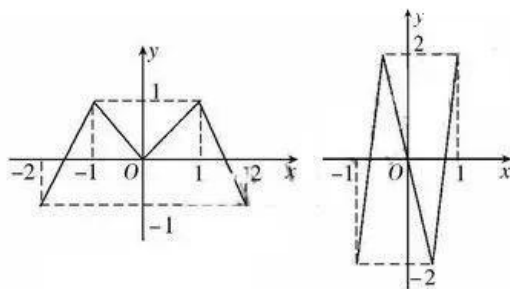
## 高三理科数学试卷

**注意事项:**

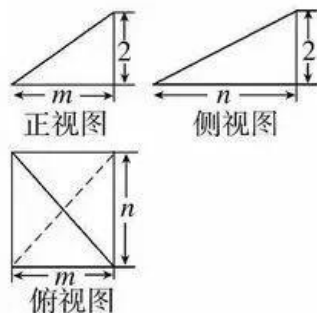
1. 本试卷共 4 页, 考试时间 120 分钟, 卷面总分 150 分。
2. 答题前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡相应的位置上。
3. 全部答案写在答题卡上, 答在本试卷上无效。
4. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

**一、选择题: 本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.**

1. 设全集  $U = \mathbf{R}$ ,  $A = \{x | x < -1, \text{ 或 } x \geq 2\}$ ,  $B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ , 则  $(\complement_U A) \cap B =$   
 A.  $\{0, 1\}$                       B.  $\{-1, 0\}$                       C.  $\{0, 1, 2\}$                       D.  $\{-1, 0, 1\}$
2. 已知复数  $z$  满足  $z(1-i) = -2$ , 则  $\bar{z}$  等于  
 A.  $-1-i$                       B.  $1-i$                       C.  $1+i$                       D.  $-1+i$
3. 为了评估某种工艺制作零件的效果, 随机选出  $n$  件产品, 这  $n$  件产品的尺寸(单位: cm) 分别为  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , 求得方差为  $\sigma^2$ , 如果再生产  $n$  件产品, 尺寸都相应扩大为原来的两倍, 则这批新产品的方差为  
 A.  $\sigma^2$                       B.  $4\sigma^2$                       C.  $2\sigma^2$                       D.  $\sqrt{2}\sigma^2$
4. 在  $\triangle ABC$  中,  $BC = 2$ ,  $O$  是  $\triangle ABC$  所在的平面内一点, 如果  $|\vec{OA}| = |\vec{OB}| = |\vec{OC}|$ , 那么  $\vec{OB} \cdot \vec{BC}$  为  
 A.  $-4$                       B.  $4$                       C.  $-2$                       D.  $2$
5. 如图, 偶函数  $f(x)$  的图象形如字母 M, 奇函数  $g(x)$  的图象形如字母 N. 若方程  $f(f(x)) = 0$ ,  $f(g(x)) = 0$ ,  $g(g(x)) = 0$ ,  $g(f(x)) = 0$  的实根个数分别为  $a, b, c, d$ , 则  $a+b+c+d =$   
 A. 27                      B. 33  
 C. 30                      D. 36



6. 如图是一个简单几何体的三视图, 若  $m+n=6$ , 则该几何体体积的最大值为  
 A.  $\frac{9}{2}$   
 B.  $\frac{3}{2}$   
 C. 6  
 D. 3



7. 函数  $f(x) = 2x^2 - a \ln x + 1$  在  $(a-3, a)$  上不单调, 则实数  $a$  的取值范围为
- A.  $[\frac{9}{4}, 4]$       B.  $(\frac{9}{4}, 4)$       C.  $[3, 4)$       D.  $[3, 4]$
8. 已知  $P$  是椭圆  $C: \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$  上的动点, 且与  $C$  的四个顶点不重合,  $F_1, F_2$  分别是椭圆的左、右焦点, 若点  $M$  在  $\angle F_1PF_2$  的平分线上, 且  $\overrightarrow{MF_1} \cdot \overrightarrow{MP} = 0$ , 则  $|OM|$  的取值范围是
- A.  $(0, 2)$       B.  $(0, 2\sqrt{3})$       C.  $(0, 4-2\sqrt{3})$       D.  $(0, 1)$
9. 甲、乙两袋中各有大小相同的 10 个球, 甲袋有 5 个红球, 5 个白球; 乙袋有 7 个红球, 3 个白球, 随机选择一袋, 然后从中随机摸出两个球,  $P(A)$  表示恰好摸到一个红球与一个白球的事件的概率, 则  $P(A)$  等于
- A.  $\frac{23}{90}$       B.  $\frac{5}{9}$       C.  $\frac{23}{45}$       D.  $\frac{1}{2}$
10. 已知  $a > 0, b \in \mathbf{R}$ , 若  $x > 0$  时, 关于  $x$  的不等式  $(ax-2)(x^2+bx-5) \geq 0$  恒成立, 则  $b + \frac{4}{a}$  的最小值为
- A. 2      B.  $2\sqrt{5}$       C.  $4\sqrt{3}$       D.  $3\sqrt{2}$
11. 棱长为 1 的正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中, 点  $E$  是侧面  $CC_1B_1B$  上的一个动点 (包含边界), 则下面结论正确的有
- ① 若点  $E$  满足  $AE \perp B_1C$ , 则动点  $E$  的轨迹是线段;
- ② 若点  $E$  满足  $\angle EA_1C = 30^\circ$ , 则动点  $E$  的轨迹是椭圆的一部分;
- ③ 在线段  $BC_1$  上存在点  $E$ , 使直线  $A_1E$  与  $CD$  所成的角为  $30^\circ$ ;
- ④ 当  $E$  在棱  $BB_1$  上移动时,  $EC + ED_1$  的最小值是  $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$ .
- A. 1 个      B. 2 个      C. 3 个      D. 4 个
12. 已知函数  $f(x) = \frac{4ex^2}{1+\ln 2x}$ , 则不等式  $f(x) > e^{2x}$  的解集是
- A.  $(0, 1)$       B.  $(\frac{1}{2e}, \frac{1}{4})$       C.  $(\frac{1}{e}, 1)$       D.  $(\frac{1}{2e}, \frac{1}{2})$

二、填空题: 本大题 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 与函数  $f(x) = e^{3x} - 1$  在点  $(0, 0)$  处具有相同切线的一个函数的解析式是\_\_\_\_\_.
14. 直线  $l_1, l_2$  过抛物线  $y^2 = 4x$  的焦点  $F$ , 分别与抛物线交于  $A$  与  $B, C$  与  $D$ , 两直线的斜率分别为  $k_1, k_2$ , 且  $k_1 k_2 = -1$ , 则  $|AB| + |CD|$  的最小值为\_\_\_\_\_.
15. 在锐角  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  对的边分别是  $a, b, c$ , 且  $c = 2, b = a \cos C + \frac{1}{2}c$ , 则  $\triangle ABC$  的面积取值范围是\_\_\_\_\_.
16. 正四面体的棱长为  $2\sqrt{6}$ , 以其中心  $O$  为球心做球, 球面与正四面体四个面相交所成曲线的总长度为  $4\pi$ , 则球  $O$  的半径是\_\_\_\_\_.

【高三理科数学试卷 (第 2 页 共 4 页)】

三、解答题:共 70 分,解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.第 17—21 题为必考题,每个试题考生都必须作答,第 22、23 题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分.

17. (12 分)

已知等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n (n \in \mathbf{N}^*)$ , 公差  $d > 0$  且  $S_5 = 25, a_1, a_2, a_5$  成等比数列.

(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 若  $b_n = S_n \cdot \cos n\pi$ , 求数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ .

18. (12 分)

根据疫情防控的需要,某地设立进口冷链食品集中监管专仓,集中开展核酸检测和预防性消毒工作.为了进一步确定某批进口冷链食品是否感染病毒,在入关检疫时需要对其进行化验,若结果为阳性,则有该病毒;若结果呈阴性,则没有该病毒.对于  $n (n \in \mathbf{N}^*)$  份样本,有以下两种检验方式:一是逐份检验,则需要检验  $n$  次;二是混合检验,将  $k$  份样本分别取样混合在一起,若检验结果为阴性,那么这  $k$  份全为阴性,检验一次就够了;如果检验结果为阳性,为了明确这  $k$  份究竟哪些为阳性,需要对它们再次取样逐份检验,则  $k$  份检验的次数共为  $k+1$  次,若每份样本没有病毒的概率为  $\sqrt[p]{p} (0 < p < 1)$ , 而且样本之间是否有该病毒是相互独立的.

(1) 若取得 8 份样本,采用逐个检测,发现恰有 2 个样本检测结果为阳性的概率为  $f(p)$ , 求  $f(p)$  的最大值点  $p_0$ ;

(2) 若对取得的 8 份样本,考虑以下两种检验方案:

方案一:采用混合检验;

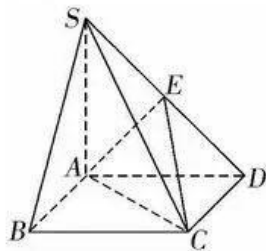
方案二:平均分成两组,每组 4 份样本采用混合检验.若检验次数的期望值越小,则方案越“优”.若“方案二”比“方案一”更“优”,求  $p$  的取值范围(精确到 0.01, 参考数据  $\sqrt{2} \approx 1.414$ ).

19. (12 分)

已知四棱锥  $S-ABCD$  中,底面  $ABCD$  是菱形,平面  $SAC \perp$  平面  $ABCD, SA = AB = 2, SB = 2\sqrt{2}, E$  为  $SD$  中点.

(1) 若  $P$  在线段  $AB$  上,且直线  $AE$  与平面  $SPC$  相交,求  $\frac{AP}{AB}$  的取值范围;

(2) 若  $EC$  与平面  $ABCD$  所成的角为  $\frac{\pi}{6}$ , 求二面角  $S-AC-E$  的余弦值.





20. (12分)

已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  经过点  $A(3, 4)$ , 离心率是  $\sqrt{3}$ .

(1) 求双曲线  $C$  的方程;

(2) 在双曲线  $C$  上任取两点  $P, Q$ , 满足  $AP \perp AQ$ , 过  $A$  做  $AM \perp PQ$  于  $M$ , 求证: 存在定点  $N$ , 使  $|MN|$  是定值.

21. 已知函数  $f(x) = 2\ln x + (a+3)x, a \in \mathbf{R}$ .

(1) 讨论  $f(x)$  的单调性;

(2) 对任意的  $x > 0, f(x) \leq x^2 e^x - 1$  恒成立, 求  $a$  的取值范围.

选考题: 共 10 分. 请考生在第 22, 23 题中任意选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在平面直角坐标系  $xOy$  中, 以  $O$  为极点,  $x$  轴正半轴为极轴建立极坐标系. 直线  $l$  的极坐标方程为  $\rho \sin \theta = a (a > 0)$ .  $Q$  为  $l$  上一点, 以  $OQ$  为边做等边  $\triangle OPQ$ , 且  $O, P, Q$  三点按顺时针方向排列.

(1) 当点  $Q$  在  $l$  上运动时, 求动点  $P$  运动轨迹  $C_1$  的直角坐标方程;

(2) 当  $a = \frac{\sqrt{3}}{2}$  时, 若直线  $\theta = \frac{\pi}{6} (\rho \in \mathbf{R})$  与曲线  $C_1: \rho = 2\sin \theta$  交于点  $A$  (不同于原点), 与曲线  $C_2$  交于点  $B$ , 求  $|AB|$  的值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

已知函数  $f(x) = |x-1| + \left| x + \frac{a}{2} \right|$ .

(1) 当  $a = -4$  时, 求  $f(x) \leq 5$  的解集;

(2) 若区间  $[0, 1]$  包含于不等式  $f(x) \geq |x-3|$  的解集, 求  $a$  取值范围.

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

