

2022 届高三年级第一次调研测试

数学试题

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | 1 < x < 4\}$, 集合 $B = \{x | 0 < x < 2\}$, 则 $A \cap (\complement_U B) =$ D

- A. (1,2) B. (1,2] C. (2,4) D. [2,4)

2. 已知复数 z 满足 $z(1+i) = 4i$, 则 $|z| =$ C

- A. 2 B. $\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{2}$ D. $4\sqrt{2}$

3. 不等式 $x - \frac{1}{x} > 0$ 成立的一个充分条件是 C

- A. $x < -1$ B. $x > -1$ C. $-1 < x < 0$ D. $0 < x < 1$

4. 某地元旦汇演有 2 男 3 女共 5 名主持人站成一排, 则舞台站位时男女间隔的不同排法共有 A

- A. 12 种 B. 24 种 C. 72 种 D. 120 种

5. 已知向量 $\mathbf{a} = (x, 1)$, $\mathbf{b} = (2, y)$, $\mathbf{c} = (1, -2)$, 且 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{c}$, $\mathbf{b} \perp \mathbf{c}$, 则 $|2\mathbf{a} - \mathbf{b}| =$ B

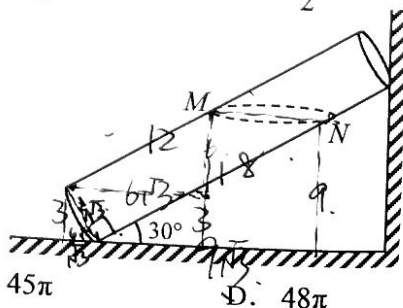
- A. 3 B. $\sqrt{10}$ C. $\sqrt{11}$ D. $2\sqrt{3}$

6. 已知抛物线 $C_1: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点 F 为椭圆 $C_2: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点, 且 C_1 与 C_2 的公共弦经过 F , 则椭圆的离心率为

- A. $\sqrt{2}-1$ B. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

7. 如图, 一个装有某种液体的圆柱形容器固定在墙面和地面的角落内, 容器与地面所成的角为 30° , 液面呈椭圆形, 椭圆长轴上的顶点 M , N 到容器底部的距离分别是 12 和 18, 则容器内液体的体积是

- A. 15π B. 36π C. 45π D. 48π



数学试题第1页 (共4页)

8. 记 $[x]$ 表示不超过实数 x 的最大整数, 记 $a_n = [\log_8 n]$, 则 $\sum_{i=1}^{2022} a_i$ 的值为

- A. 5479 B. 5485 C. 5475 D. 5482

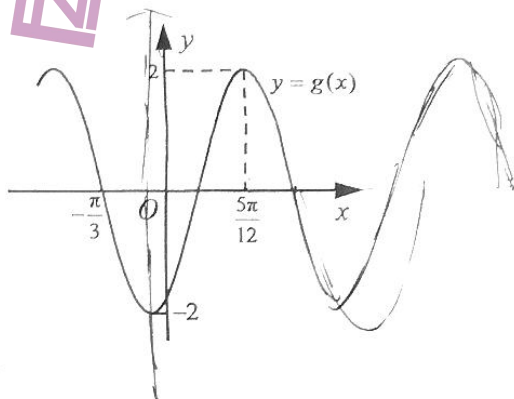
二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分, 有选错的得 0 分, 部分选对的得 2 分。

9. 已知 $(x - \frac{1}{2\sqrt{x}})^n$ 的展开式中共有 7 项, 则

- A. 所有项的二项式系数和为 64
B. 所有项的系数和为 1
C. 二项式系数最大的项为第 4 项
D. 有理项共 4 项

10. 将函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后得到 $y = g(x)$ 的图象如图, 则

- A. $f(x)$ 为奇函数
B. $f(x)$ 在区间 $(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2})$ 上单调递增
C. 方程 $f(x) = 1$ 在 $(0, 2\pi)$ 内有 4 个实数根
D. $f(x)$ 的解析式可以是 $f(x) = 2 \sin(2x - \frac{\pi}{3})$

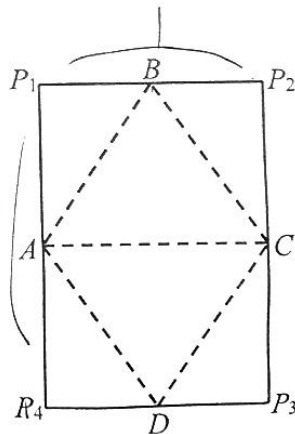


11. 在平面直角坐标系 xOy 中, 若对于曲线 $y = f(x)$ 上的任意点 P , 都存在曲线 $y = f(x)$ 上的点 Q , 使得 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ} = 0$ 成立, 则称函数 $f(x)$ 具备“ \otimes 性质”. 则下列函数具备“ \otimes 性质”的是

- A. $y = x + 1$ B. $y = \cos^2 x$
C. $y = \frac{\ln x}{x}$ D. $y = e^x - 2$

12. 如图, 一张长、宽分别为 $\sqrt{2}$, 1 的矩形纸, A, B, C, D 分别是其四条边的中点. 现将其沿图中虚线折起, 使得 P_1, P_2, P_3, P_4 四点重合为一点 P , 从而得到一个多面体. 则

- A. 在该多面体中, $BD = \sqrt{2}$
B. 该多面体是三棱锥
C. 在该多面体中, 平面 $BAD \perp$ 平面 BCD
D. 该多面体的体积为 $\frac{1}{12}$



三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知直线 $l: x + y - m = 0$ 与圆 $x^2 + y^2 = 4$ 交于 A, B 两点, O 为原点, 且 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 2$, 则实数 m 的值为 -2.

14. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbb{R} , 满足 $f(x+1)=2f(x)$, 且当 $x \in (0,1]$ 时, $f(x)=x^2-x$,

则 $f(\frac{7}{2})$ 的值为 -2.

15. 已知 $\sin(\alpha + \frac{\pi}{6}) = \frac{3}{5}$, $\alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, 则 $\tan(\alpha - \frac{\pi}{12})$ 的值为 ± 7 .

16. 已知一个棱长为 a 的正方体木块可以在一个圆锥形容器内任意转动, 若圆锥的底面半径为 2, 母线长为 4, 则 a 的最大值为 $\sqrt{2}$.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

在 ① $b \cos(\frac{\pi}{2} - C) = \sqrt{3} c \cos B$, ② $2S_{\triangle ABC} = \sqrt{3} \overline{BA} \cdot \overline{BC}$, ③ $\tan A + \tan C + \sqrt{3} =$

$\sqrt{3} \tan A \tan C$ 这三个条件中任选一个, 补充在下面的问题中, 并进行解答.

问题: 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 ②.

(1) 求角 B ;

(2) 若 $\triangle ABC$ 是锐角三角形, 且 $c=4$, 求 a 的取值范围.

注: 如果选择多个条件分别解答, 按第一个解答计分.

18. (12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=3, a_2=15, a_{n+2}=5a_{n+1}-4a_n$.

(1) 设 $b_n = a_{n+1} - a_n$, 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;

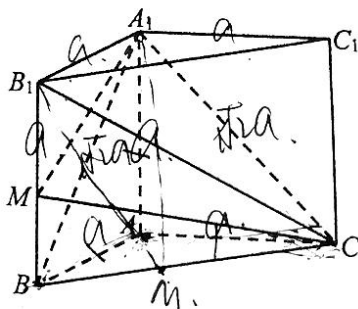
(2) 设 $c_n = 10 - \log_2(a_n + 1)$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 20 项和 T_{20} .

19. (12 分)

如图, 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB=AC=AA_1, A_1B \perp B_1C$.

(1) 证明: $AB \perp AC$;

(2) 设 $\overline{BM} = \lambda \overline{BB_1}$, 若二面角 A_1-MC-C_1 的大小为 $\frac{\pi}{4}$, 求 λ .



数学试题第3页 (共4页)

20. (12分)

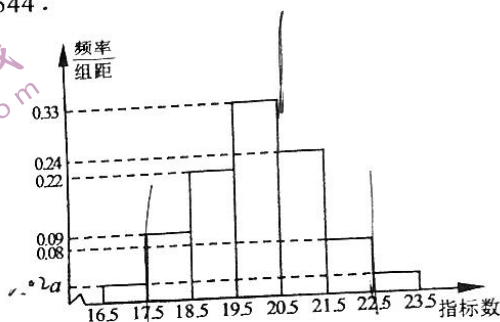
为了提高生产效率,某企业引进一条新的生产线,现要定期对产品进行检测.每次抽取100件产品作为样本,检测新产品中的某项质量指标数,根据测量结果得到如下频率分布直方图.

(1) 指标数不在17.5和22.5之间的产品为次等品,试估计产品为次等品的概率;

(2) 技术评估可以认为,这种产品的质量指标数 X 服从正态分布 $N(\mu, 1.22^2)$, 其中 μ 近似为样本的平均数(同一组中的数据用该组区间的中点值为代表),计算 μ 值,并计算产品指标数落在 $(17.56, 22.44)$ 内的概率.

参考数据: $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则 $P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) = 0.6826$,

$$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) = 0.9544.$$



21. (12分)

已知函数 $f(x) = \ln x$, $g(x) = ax + \frac{2}{x} - 5$.

(1) 证明: $f(x) < \sqrt{x}$;

(2) 若函数 $f(x)$ 的图象与 $g(x)$ 的图象有两个不同的公共点, 求实数 a 的取值范围.

22. (12分)

已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的虚轴长为4, 且经过点 $(\frac{5}{4}, \frac{3}{2})$.

(1) 求双曲线 C 的标准方程;

(2) 双曲线 C 的左、右顶点分别为 A_1, A_2 , 过左顶点 A_1 作实轴的垂线交一条渐近线 $l: y = \frac{b}{a}x$ 于点 T , 过 T 作直线分别交双曲线左、右两支于 P, Q 两点, 直线 A_2P, A_2Q 分别交 l 于 M, N 两点. 证明: 四边形 A_1MA_2N 为平行四边形.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：[zizzsw](https://www.zizzs.com)。



微信搜一搜

自主选拔在线