

一项是符合题目要求的.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	A	C	B	B	D	C	A

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 2 分.

题号	9	10	11	12
答案	BC	BCD	AD	CD

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分

13. 1 14. $\frac{\pi}{6}$ 15. $\sqrt{2}$ 16. $\frac{55}{4}$

四、解答题：本大题共 6 小题，满分 70 分. 解答须写出文字说明，证明过程和演算步骤.

17. 解：(1) $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$, $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{3}$.

(2) 设向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{a} + \vec{b}$ 的夹角为 θ , 则 $\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

18. 解：(1) 若 z 是纯虚数，则 $\begin{cases} m^2 - 1 = 0 \\ m^2 - m - 2 \neq 0 \end{cases}$, $\therefore m = 1$, 则 m 的值为 1;

(2) $m = -2$

(3) 若 z 在复平面内对应的点在第四象限，

则 $\begin{cases} m^2 - 1 > 0 \\ m^2 - m - 2 < 0 \end{cases}$, $\therefore 1 < m < 2$,

则 m 的取值范围为 $(1, 2)$.

19. 解：(1) $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AF} - \overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a}$.

$\overrightarrow{EG} = \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{BG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$,

(2) $EF \perp EG$, 证明：由 (1) 得, $\overrightarrow{EF} = \frac{1}{3}\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a}$, $\overrightarrow{EG} = \frac{1}{3}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{a}$,

$\therefore \overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{EG} = (\frac{1}{3}\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a}) \cdot (\frac{1}{3}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{a}) = \frac{1}{9}\vec{b}^2 - \frac{1}{4}\vec{a}^2 = \frac{1}{9} \times \frac{9}{4}\vec{a}^2 - \frac{1}{4}\vec{a}^2 = 0$,

$\therefore \overrightarrow{EF} \perp \overrightarrow{EG}$, $\therefore EF \perp EG$.

20. 解：(1) $\because \triangle ABC$ 中, $\sqrt{3}a \cos B - b \sin A = 0$,

$\therefore$ 由正弦定理可得: $\sqrt{3} \sin A \cos B - \sin B \sin A = 0$, $\because \sin A > 0$,

$\therefore \sqrt{3} \cos B - \sin B = 0$, 可得 $\tan B = \sqrt{3}$, $\because B \in (0, \pi)$, $\therefore B = \frac{\pi}{3}$.

(2) $\because B = \frac{\pi}{3}$, $b = \sqrt{7}$, $a + c = 5$,

$\therefore b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B = a^2 + c^2 - ac$, 即 $7 = (a + c)^2 - 3ac$,

$\therefore ac = 6$, $\because S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ac \sin B = \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

21. 解：(1) $\tan x = 2\sqrt{3}$

(2) $f(x) = \sin(2x - \frac{\pi}{6}) + 2$, 当 $x = \frac{\pi}{3}$, $f(x)_{\max} = 3$

22. 解：(1) $\triangle ABC$ 中, 由余弦定理得 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$,

且 $\triangle ABC$ 的面积为 $S = \frac{1}{2}bc \sin A$,

由 $2S = a^2 - (b - c)^2$, 得 $bc \sin A = 2bc - 2bc \cos A$,

化简得 $\sin A + 2 \cos A = 2$,

又 $A \in (0, \frac{\pi}{2})$, $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$, 所以 $\sin A + 2\sqrt{1 - \sin^2 A} = 2$,

化简得 $5\sin^2 A - 4\sin A = 0$, 解得 $\sin A = \frac{4}{5}$, 或 $\sin A = 0$ (不合题意, 舍去)

(2) 由(1)可得 $\cos A = \sqrt{1 - \sin^2 A} = \frac{3}{5}$,

$$\text{所以 } \frac{b}{c} = \frac{\sin B}{\sin C} = \frac{\sin(A+C)}{\sin C} = \frac{\sin A \cos C + \cos A \sin C}{\sin C} = \frac{4}{5 \tan C} + \frac{3}{5},$$

由 $B + C = \pi - A$, 且 $B \in (0, \frac{\pi}{2})$, $\pi - A \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, 解得

$$C \in (\frac{\pi}{2} - A, \pi - A) \cap (0, \frac{\pi}{2}) = (\frac{\pi}{2} - A, \frac{\pi}{2}),$$

所以 $\tan C > \frac{1}{\tan A} = \frac{3}{4}$, 所以 $\frac{1}{\tan C} \in (0, \frac{4}{3})$,

所以 $\frac{b}{c} \in (\frac{3}{5}, \frac{5}{3})$, 设 $t = \frac{b}{c}$, 其中 $t \in (\frac{3}{5}, \frac{5}{3})$,

所以 $y = \frac{2b^2 + c^2}{bc} = \frac{2t^2 + 1}{t} = 2t + \frac{1}{t} \geq 2\sqrt{2}$, 当且仅当 $2t = \frac{1}{t}$ 时, 即 $t = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 时取最小值 $2\sqrt{2}$,

由于 $\frac{3}{5} < \frac{\sqrt{2}}{2} < \frac{5}{3}$, 且函数 $f(t) = 2t + \frac{1}{t}$ 在 $(\frac{3}{5}, \frac{\sqrt{2}}{2}]$ 上单调递减, 在 $[\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{5}{3})$ 上单调递增,

又 $f(\frac{3}{5}) = 2 \times \frac{3}{5} + \frac{5}{3} = \frac{43}{15}$, $f(\frac{5}{3}) = 2 \times \frac{5}{3} + \frac{3}{5} = \frac{59}{15}$, 所以

$$y = \frac{2b^2 + c^2}{bc} = \frac{2t^2 + 1}{t} = 2t + \frac{1}{t} \in [2\sqrt{2}, \frac{59}{15}).$$

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：
www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：[zizzsw](https://www.zizzs.com)。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线