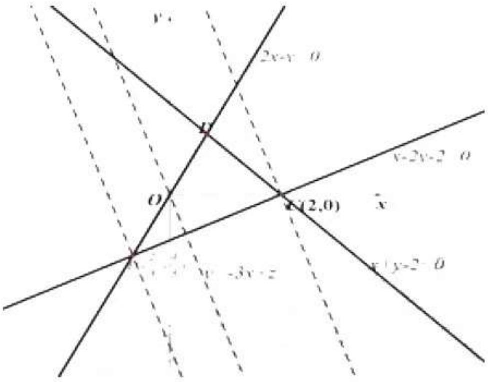
八校联考参考答案

1. .B　集合 A=$\{x|x>-2\}$，集合 B=$\{x|-2<x<1\}$，所以 $A\cap B=(-2,1)$

2. A　由条件得 $z=\frac{2-i}{1-i}=\frac{(2-i)(1+i)}{(1+i)(1-i)}=\frac{1+3i}{2}=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$，所以 z 在复平面内对应的点为 $(\frac{1}{2},\frac{3}{2})$，在第一象限. 故选:A.

3. D　由 $\sin x=\frac{\sqrt{2}}{2}$，则 $x=\frac{\pi}{4}+2k\pi$ 或 $x=\frac{3\pi}{4}+2k\pi,k\in Z$，所以 P 为真命题，命题 q: $\exists x_0>0$，$-x_0^2+2x_0-1>0$ 的否定是：$\forall x>0,-x^2+2x-1\le 0$，所 q 为假命题.

4. C　因为 $P(x,y)$, $Q(3,1)$, 所以 $\overline{OQ}\cdot\overline{OA}=3x+y$, 设 $z=3x+y$, 则 $y=-3x+z$, 不等式组 $\begin{cases}2x-y\geqslant 0,\\x+y-2\leqslant 0,\\x-2y-2\leqslant 0.\end{cases}$ 表示的平面区域如图所示，



当直线 $y=-3x+z$ 过 $C(2,0)$ 时，$z=3x+y$ 取得最大值，$z_{max}=6$；当直线

$y=-3x+z$过$E(-\frac{2}{3},-\frac{4}{3})$时，$z=3x+y$取得最小值，$z_{min}=-\frac{10}{3}$；则$\overline{OP}\cdot\overline{OQ}$的取值范围是$[-\frac{10}{3},6]$. 故选:C.

5.D　因为$\{a_n\}$是等差数列，$a_3=27,a_4+a_6=90$得：$a_1=9,d=9$，

所以$S_{20}=1890$.

6. D 对于A选项，因为$T=\frac{2\pi}{2}=\pi$，故A不正确；对于B选项，因为$f(-\frac{\pi}{12})=sin(2\times(-\frac{\pi}{12})+\frac{\pi}{6})-\frac{1}{2}=sin0-\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}\neq 0$，故B不正确；对于C选项，因为当$sin(2x+\frac{\pi}{6})=1$时，$f(x)_{max}=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$，故C不正确；对于D选项，因为$f(\frac{\pi}{6})=sin(2\times\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{6})-\frac{1}{2}=sin\frac{\pi}{2}-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$，是$f(x)$的最大值，所以$f(x)$的图像关于直线$x=\frac{\pi}{6}$对称，故D正确. 故选:D.

7. C　由$\frac{1-x}{1+x}>0$得f(x)的定义域为$\{x|-1<x<1\}$排除A,D，因为$f(x)=1+\ln\frac{1-x}{1+x}=1+\ln(\frac{2}{x+1}-1)$，由复合函数单调性知f(x)在(-1,1)上单调递减，所以选C，或取x<1且x→1的特殊值代入f(x)也可.

8. C　由表中数据可得$\bar{x}=\frac{3+4+5+6+7}{5}=5$，$\bar{y}=\frac{2.5+3+4+4.5+c}{5}=\frac{c+14}{5}$，将中心点$(5,\frac{c+14}{5})$代入$\hat{y}=0.9x-0.5$中，得$\frac{c+14}{5}=0.9\times 5-0.5$，解得$c=6$，所以丢失的实验数据$c$的值为6. 故选:C.

9.A　因为$\overrightarrow{BO}\cdot\overrightarrow{BC}=2$，所以$|\overrightarrow{BO}|\cdot|\overrightarrow{BC}|\cos\angle OBC=2$，$\frac{1}{2}a^2=2$，

所以a=2，由余弦定理$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$，又b=2c,得，所以$c=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，

$b=\frac{4\sqrt{3}}{3}$ ，所以 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

10 .C 由 $f(2a-x)=f(x)$ 知 $f(x)$ 的图像关于 $x=a$ 对称，再结合

$y=x(x+2)(x-2)$ 的大致图像可知，$y=x^3-4x$ 有三个零点，最大的零点为

2，则 $a=2$ 时 $y=f(x)$ 的图像恰好与 x 轴有5个零点.

11. A 点 A(0,b) 设 $P(x_0,y_0)$, $Q(-x_0,-y_0)$，则 $k_{AP}\cdot k_{AQ}=\frac{y_0-b}{x_0}\cdot\frac{y_0+b}{x_0}=\frac{y_0^2-b^2}{x_0^2}=-\frac{1}{4}$，

又 $\frac{x_0^2}{a^2}+\frac{y_0^2}{b^2}=1$ ，所以 $\frac{b^2}{a^2}=\frac{1}{4}$，得 $e=\sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

12. C 易知 ΔAPD 与 MPC 相似，则 $\frac{ND}{NC}=\frac{AD}{MC}=2$，所以 ND=2NC 欲使三棱锥 $N-BCD$ 的体积最大，只需高最大，通过坐标法，以 CD 所在直线为 X 轴，CD 中点为原点建立平面直角坐标系，则 D（－2，0），C（2，0），设 N（x，y）由 ND=2NC，平方可得：

$(x+2)^2+y^2=4[(x-2)^2+y^2]$ 得到动点 P 运动轨迹

$(x-\frac{10}{3})^2+y^2=\frac{64}{9}$（正方形 DCC_1D_1 内的一段圆弧），令 x＝2，y

$=\frac{4\sqrt{3}}{3}$，也为N点到底面距离的最大值，进而判断高的最大值$\frac{4\sqrt{3}}{3}$，所以$(V_{N-BCD})_{max}=\frac{1}{3}\times(\frac{1}{2}\times4\times4)\times\frac{4\sqrt{3}}{3}=\frac{32\sqrt{3}}{9}$．故选C.

13. m=-1，$\vec{a}-\vec{b}=(1-m,-1)$,
$\because(\vec{a}-\vec{b})\perp\vec{a},\therefore(\vec{a}-\vec{b})\cdot\vec{a}=1-m-2=0,\ m=-1$

14. $(\sqrt{3},1)$，因为$|PA|-|PB|=2\sqrt{2}<4$，所以点P的轨迹方程为$\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{2}=1(x>0)$，点P满足$x^2+y^2=4$，联立$\begin{cases}\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{2}=1\\x^2+y^2=4\end{cases}$因为点P在第一象限，得点P的坐标为$(\sqrt{3},1)$

15. $c>a>b.$

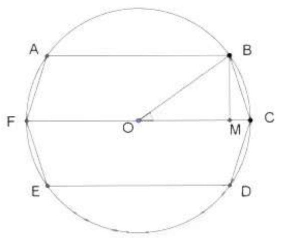
$\log_3\sqrt{3}<\log_3 2<\log_3 3,\therefore\frac{1}{2}<a<1.5^{-\frac{1}{2}}=\frac{1}{\sqrt{5}}<\frac{1}{2},\therefore b<\frac{1}{2}.$

令$f(c)=ce^c-3(c>0)$，则$f(c)$在$(0,+\infty)$递增.$f(1)=e-3<0,f(2)=2e^2-3>0$

$\therefore1<c<2.$　故$c>a>b.$

16. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

由圆的对称性知，只需先求梯形$ABCF$的最大值，设$\angle BOC=\alpha$，过B作



$BM\perp FC$，

则$BM=\sin\alpha,AB=2\cos\alpha$，$S_{梯形ABCF}=\frac{1}{2}(2+2\cos\alpha)\sin\alpha=(1+\cos\alpha)\sin$.

令 $f(\alpha)=(1+\cos\alpha)\sin\alpha,\alpha\in(0,\frac{\pi}{2})$，

$f'(\alpha)=\cos\alpha+\cos2\alpha=2\cos^2\alpha+\cos\alpha-1=(2\cos\alpha-1)(\cos\alpha+1)$，

$f(\alpha)$ 在 $(0,\frac{\pi}{3})$ 递增，$(\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2})$ 递减. $f(\alpha)_{\max}=f(\frac{\pi}{3})=\frac{3\sqrt{3}}{4}$.

故六边形 $ABCDEF$ 面积最大值为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

17. 解：(1) 由频率分布图进行数据分析可得，样本数据的平均数为

$20\times10\times0.01+30\times10\times0.015+40\times10\times0.035+50\times10\times0.03+60\times10\times0.01=41.5$

…………………3 分

因为人数介于【35，45】的频率最大了，

所以众数为 $\frac{35+45}{2}=40$ ……………………6 分

(2) 记事件 A：至少有一人的年龄在 $[15.25)$ 内 年龄在 $[15.25)$ 的有 2 人，

设为 $a.b$；年龄在 $[25.35)$ 的有 3 人，设为 1.2.3； 从 5 人中任选 2 人，

有：$ab.a_1.a_2.a_3.b_1.b_2.b_3.12.13.23$ 共 10 种情况. ……………………10 分

至少有一人的年龄在 $[15.25)$ 内包括：$ab.a_1.a_2.a_3.b_1.b_2.b_3$ 共 7 种情况. 故所

求概率为 $P(A)=\frac{7}{10}$. ………………………………………12 分

18. 解：(1) 依题意 $a_{n+1}=-4s_n+1(n\in N^*)$，当 $n\ge2$ 时，$a_n=-4s_{n-1}+1$，

两式相减得 $a_{n+1}=-3a_n(n\ge2)$，……………………………………2 分

因为数列 $\{a_n\}$ 是等比数列，所以 $q=\frac{a_{n+1}}{a_n}=-3$，……………………3 分

当 n=1 时，$a_2=-4a_1+1$，即 $-3a_1=-4a_1+1$，解得 $a_1=1$，………………5 分

所以 $a_n=(-3)^{n-1}$ ……………………………………………………………6 分

（2）因为 $a_n=(-3)^{n-1}$，

当 n 为奇数时，$a_n=3^{n-1}$，$a_n\ge 1$，$b_n=|a_n-1|=a_n-1=3^{n-1}-1$，…‥7 分

当 n 为偶数时，$a_n=-3^{n-1}$，$a_n<1$，$b_n=|a_n-1|=1-a_n=3^{n-1}+1$，……8 分

$T_{2n}=b_1+b_2+\cdots b_{2n}=(b_1+b_3+\cdots+b_{19})+(b_2+b_4+\cdots+b_{20})$

$=[(3^0-1)+(3^2-1)+\cdots(3^{18}-1)]+[(3^1+1)+(3^3+1)+\cdots+(3^{19}+1)]$……………10 分

$=3^0+3^1+3^2+\cdots+3^{19}=\dfrac{1-3^{20}}{1-3}=\dfrac{3^{20}-1}{2}$ ………………………………………12 分

19.因为 $PA\perp 面ABCD,CD\subset 面ABCD$，所以 $PA\perp CD$,…………………1 分

因为 $AB\perp AD,AD\parallel BC$,AB=BC=2，所以 $AC=2\sqrt{2}$，………………2 分

取 AD 中点 G，因为 AD=4，所以四边形 ABCG 是正方形，所以

CG=GD=2,所以 $CD=2\sqrt{2}$，

在ΔACD 中，$AC^2+CD^2=AD^2$,所以 $AC\perp CD$,… ………… ……4 分

$PA\cap AC=C$,所以 $CD\perp 面PAC$

$CD\subset 面PCD$，面PCD ⊥ 面PAC ………………………………6 分

（2）点 F 为线段 AP 上靠点 A 的一个四等分点，

分别取 PD,PA 的中点 H,N，连接 CH,HN,BN，则 NH=BC，

且 $NH\parallel BC$，所以四边形 BCHN 是平行四边形，所以 $BN\parallel CH$,因为点 E 为 AB 中点，当点 F 为 AN 中点时，$EF\parallel BN$,所以 $EF\parallel CH$，而 $CH\subset 面PCD$，所以 $EF\parallel 面PCD$，因此点 F 为线段 AP 上靠点 A 的一个四等分点。……………………………………………………………9 分

因为$V_{P-FCD}=V_{D-PFC}$,由（1）$CD\perp$面PAC，所以点D到面PAC的距离为

$CD=2\sqrt{2}$，而$PA\perp AC$,PA=3，所以$S_{\triangle PFC}=\frac{1}{2}\times 3\times 2\sqrt{2}=3\sqrt{2}$，

所以$V_{P-FCD}=V_{D-PFC}=\frac{1}{3}\times 3\sqrt{2}\times 2\sqrt{2}=4$ …………………………12 分

20.（1）依题意P到点（1，0）的距离和到直线x=−1距离相等，可知P的轨迹为抛物线方程，且P/2=1，所以P=2，所以曲线C的方程为

$y^2=4x$ ……………………4 分

（2）因为直线l过抛物线C的焦点$F(1,0)$，由题意知，直线l斜率不为0，所以设l的方程为$x=ty+1$ ……………………………………5 分

$P(x_1,y_1)$，$Q(x_2,y_2)$，联立，$\begin{cases}x=ty+1\\ y^2=4x\end{cases}$

消去x得$y^2=4ty+4$，即$y^2-4ty-4=0$，…………………………………7 分

所以$\Delta=16t^2+16>0$，$y_1+y_2=4t$，$y_1y_2=-4$，………………………………8 分

$$k_1+k_3=\frac{y_1-m}{x_1+1}+\frac{y_2-m}{x_2+1}=\frac{(x_2+1)(y_1-m)+(x_1+1)(y_2-m)}{(x_1+1)(x_2+1)}$$
$$=\frac{-4m(t^2+1)}{4(t^2+1)}=-m$$
………………10 分

因为$E(-1,m)$，$F(1,0)$，所以$k_2=-\frac{m}{2}$，所以$k_1+k_3=2k_2$，所以k_1，k_2，k_3成等差数列。

……………………………………12 分

21.（1）$g(x)=e^x-2x+1-m$ ……………………………………………………（1 分）

$g'(x)=e^x-2$

$g(x)$在$(0,\ln 2)$递减，$(\ln 2,+\infty)$递增…………………………………………（3 分）

（2）由（1）可知：$g(x)$在$(0,\ln 2)$递减，$(\ln 2,+\infty)$递增.$g(0)=2-m$.

Ⅰ.当$2-m\le 0$即$m\ge 2$时，此时$g(x)=f'(x)=0$有一个根x_2.

$\therefore f(x)$在$(0,x_2)$递减，$(x_2,+\infty)$递增.

此时$f(0)=0$，当$x\to+\infty$时，$f(x)\to+\infty$，$f(x)$只有一个零点，不符合题意.

Ⅱ.当$g(\ln 2)=f'(\ln 2)=3-2\ln 2-m\ge 0$即$m\le 3-2\ln 2$时，则$f'(x)\ge 0$.

$\therefore f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 递 增 . $f(x)$ 无 零 点 ， 不 符 合 题 意……………………………………………（6 分）

Ⅲ.当$3-2\ln 2<m<2$时，此时$g(x)=f'(x)=0$有两个根x_1,x_2.

$\therefore f(x)$在$(0,x_1)$递增，(x_1,x_2)递减，$(x_2,+\infty)$递增.

若$f(x)$有两个零点，则

$f(x_2)=e^{x_2}-x_2^{\ 2}+(1-m)x_2-1<0$，………………………………（8 分）

其中x_2满足$f'(x_2)=e^{x_2}-2x_2+1-m=0\ (x_2>\ln 2)$

$f(x_2)=e^{x_2}-x_2^{\ 2}+(2x_2-e^{x_2})x_2-1=(1-x_2)(e^{x_2}-x_2-1)$

$\because e^{x_2}>x_2+1\ (x_2>\ln 2)$.$\therefore f(x_2)<0$得$x_2>1$……………………………………………（10 分）

又$m-1=e^{x_2}-2x_2,(x_2>1)$

已知$h(x)=e^x-2x$在$(1,+\infty)$递增.

$\therefore m-1>e-2,\ m>e-1$，又$3-2\ln 2<m<2$

$\therefore e-1<m<2$

综 上 ， $f(x)$ 有 两 个 零 点 ， 则 m 的 取 值 范 围 为 $e-1<m<2$………………………………（12 分）

22（1）由 l:$\begin{cases}x=4-t\\y=t\end{cases}$（$t$为参数）消去 t 得 l：$x+y=4$，极坐标方程为

$\rho\cos\theta+\rho\sin\theta=4$. ……………………………………2 分

由 C:$\begin{cases}x=1+\cos\alpha\\y=\sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$为参数）消去 α 得 $C:(x-1)^2+y^2=1$，

极坐标方程为 $\rho=2\cos\theta$. ……………………………………4 分

（2）依题意得

$|OA|=\rho_A=2\cos\alpha,|OB|=\rho_B=\dfrac{4}{\cos\alpha+\sin\alpha}\ \alpha\in(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2})$……… ………6 分

$$\frac{|OA|}{|OB|}=\frac{1}{2}\cos\alpha(\cos\alpha+\sin\alpha)=\frac{1}{2}[\frac{1}{2}\sin 2\alpha+\frac{\cos 2\alpha+1}{2}]=\frac{\sqrt{2}}{4}\sin(2\alpha+\frac{\pi}{4})+\frac{1}{4}$$

……………………………………………8 分

$\alpha\in(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2})$， $2\alpha+\dfrac{\pi}{4}\in(-\dfrac{3\pi}{4},\dfrac{5\pi}{4})$，

当 $2\alpha+\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{\pi}{2}$ 即 $\alpha=\dfrac{\pi}{8}$ 时， $\dfrac{|OA|}{|OB|}$ 有最大值

$\dfrac{1+\sqrt{2}}{4}$.…………………………10 分

23（1） $f(x)=\begin{cases}3x-2 & x\ge 1\\2-x & 0<x<1\\-3x+2 & x\le 0\end{cases}$ …………………… ···· 2 分

Ⅰ 当 $x\ge 1$ 时， $f(x)=3x-2<4$，得 $1\le x<2$.

Ⅱ 当 $0<x<1$ 时， $f(x)=2-x<4$，得 $0<x<1$.

Ⅲ当$x\le 0$时，$f(x)=-3x+2<4$，得$-\frac{2}{3}<x\le 0$.

综上，不等式的解集为$(-\frac{2}{3},2)$.　　　　　　　　　　　　　　……………………5 分

（2）令$g(a)=a^2+\frac{2}{a}-3-t^2$，原不等式即证$f(x)_{\min}>g(a)_{\min}$

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　…………………6 分

由（1）可知$f(x)_{\min}=f(1)=1$，

$g(a)=a^2+\frac{2}{a}-3-t^2=a^2+\frac{1}{a}+\frac{1}{a}-3-t^2\ge 3\sqrt[3]{a^2\frac{1}{a}\frac{1}{a}}-3-t^2=-t^2$　　……8 分

当$a=1$时，$g(a)_{\min}=-t^2$

$f(x)_{\min}=1>g(a)_{\min}=-t^2$

原不等式得证.　　　　　　　　　　　　　　　　　　…………………10 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

微信搜一搜

自主选拔在线