新疆维吾尔自治区2023年普通高考第二次适应性检测

文科数学参考答案

第Ⅰ卷

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	C	B	C	C	B	C	D	A	A	A	B	D

第Ⅱ卷

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分.

13. $\frac{\sqrt{6}}{3}$　　14. $\frac{2}{3}$　　15. $\frac{3\sqrt{21}}{14}$　　16. -3033

三、解答题：共70分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17. 解：（1）由已知得 $\begin{cases} S_n = p(a_n - 1) & ① \\ S_{n+1} = p(a_{n+1} - 1) & ② \end{cases}$，②－①得 $a_{n+1} = pa_{n+1} - pa_n$，

所以 $(p-1)a_{n+1} = pa_n$，又因为 $p \neq 1$，所以 $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{p}{p-1}$，

当 $n=1$ 时，$a_1 = pa_1 - p$，故 $a_1 = \frac{p}{p-1}$.

所以数列 $\{a_n\}$ 是首项为 $\frac{p}{p-1}$，公比为 $\frac{p}{p-1}$ 的等比数列. ……………………6分

（2）由（1）知 $a_n = 2^n$，所以 $S_n = 2(2^n - 1) = 2^{n+1} - 2$，

故 $b_n = \frac{2^{n+1}}{4(2^n-1)(2^{n+1}-1)} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2^n-1} - \frac{1}{2^{n+1}-1}\right)$，

所以 $T_n = b_1 + b_2 + b_3 + \ldots + b_n$

$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2^1-1} - \frac{1}{2^2-1} + \frac{1}{2^2-1} - \frac{1}{2^3-1} + \ldots + \frac{1}{2^n-1} - \frac{1}{2^{n+1}-1}\right)$

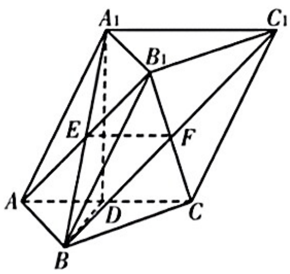
$= \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{2^{n+1}-1}\right)$，

又因为$n \ge 1$且$n \in \mathbf{N}^*$，所以$\dfrac{1}{2^{n+1}-1} > 0$，

所以$T_n < \dfrac{1}{2}$. ……………………………12 分

18. 解：(1) 因为点A_1在底面上的射影是AC的中点D，

所以$A_1D \perp AC$，



连接BD，因为$\triangle ABC$是边长为1的正三角形，

所以$BD \perp AC$，

因为$A_1D \cap BD = D$，$A_1D, BD \subset$平面A_1BD，

所以$AC \perp$平面A_1BD，

因为$A_1B \subset$平面A_1BD，所以$A_1B \perp AC$.

因为四边形ABB_1A_1是边长为1的菱形，所以$A_1B \perp AB_1$，

又因为$AB_1 \cap AC = A$，$AB_1, AC \subset$平面AB_1C，所以$A_1B \perp$平面AB_1C，

因为$B_1C \subset$平面AB_1C，所以$A_1B \perp B_1C$. ……………………………………………6 分

(2) 因为三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$的所有棱长均为1，且点A_1在底面上的射影是AC的中点D，所以三棱柱的高为$A_1D = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

又$\triangle ABC$的面积为$\dfrac{1}{2} \times 1 \times 1 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{\sqrt{3}}{4}$，

所以$V_{三棱锥B_1-ABC} = \dfrac{1}{3} \times \dfrac{\sqrt{3}}{4} \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{1}{8}$.

由题可知，点E为AB_1的中点，点F为B_1C的中点，

所以梯形$AEFC$的面积是$\triangle AB_1C$的面积的$\dfrac{3}{4}$，

所以$V_{几何体ABCFE} = V_{四棱锥B-AEFC} = \dfrac{3}{4}V_{三棱锥B-AB_1C} = \dfrac{3}{4}V_{三棱锥B_1-ABC} = \dfrac{3}{4} \times \dfrac{1}{8} = \dfrac{3}{32}$.

……………………………………………………………………………………12 分

19. 解：（1）甲的总分=92+97+96+100+80×80%+60×60%+40=525；

乙的总分=92+97+96+80+80×80%+80×60%+40=517. ······························6 分

（2）设物理、生化、历史、地理、思想品德五科分别为 A，B，C，D，E.

从五科中选考三科且历史，地理，思想品德三科不能同时被选，有 ABC，ABD，ABE，ACD，ACE，ADE，BCD，BCE，BDE

共 9 个基本事件，设“甲同学在选考科目中选中历史”为事件 M，则 M 中包含 ABC，ACD，ACE，BCD，BCE 共 5 个基本事件，

所以 $P(M)=\dfrac{5}{9}$. ··12 分

20. 解：（1）由题意知 $f(x)=xe^x-e(x+\ln x)$，$x\in(0,+\infty)$，

所以 $f'(x)=(x+1)(e^x-\dfrac{e}{x})$，

易见 $p(x)=e^x-\dfrac{e}{x}$ 在 $x\in(0,+\infty)$ 上递增，且 $p(1)=0$，

所以当 $x\in(0,1)$ 时，$p(x)<0$，即 $f'(x)<0$，$f(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递减，

当 $x\in(1,+\infty)$ 时，$p(x)>0$，即 $f'(x)>0$，$f(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增，

故 $f(x)\ge f(1)=0$，所以 f（x）的最小值为 0. ······························5 分

（2）原不等式等价于 $xe^x-(x+\ln x)\ge(b-2)x+1$ 在 $x\in(0,+\infty)$ 上恒成立，

即 $xe^x+x-\ln x-1\ge bx$ 在 $x\in(0,+\infty)$ 上恒成立，

也即 $\dfrac{xe^x+x-\ln x-1}{x}\ge b$ 在 $x\in(0,+\infty)$ 上恒成立.

令 $t(x)=\dfrac{xe^x+x-\ln x-1}{x}$，$x\in(0,+\infty)$，

所以 $t'(x)=\dfrac{x^2e^x+\ln x}{x^2}$，

令 $\varphi(x)=x^2e^x+\ln x$，则 $\varphi(x)$ 是 $(0,+\infty)$ 上的增函数，

又因为 $\varphi\left(\dfrac{1}{e}\right)=e^{\frac{1}{e}-2}-1<0$，$\varphi(1)=e>0$，

所以$\varphi(x)$在区间$(0,1)$上存在唯一的零点x_0，即$x_0^2e^{x_0}+\ln x_0=0$，

由$x_0^2e^{x_0}+\ln x_0=0$得$x_0e^{x_0}=-\dfrac{\ln x_0}{x_0}=\dfrac{1}{x_0}\cdot\ln\dfrac{1}{x_0}=\left(\ln\dfrac{1}{x_0}\right)\cdot e^{\ln\frac{1}{x_0}}$，

又由函数$q(x)=xe^x$在区间$(0,+\infty)$上单调递增，上式即$q(x_0)=q\left(\ln\dfrac{1}{x_0}\right)$

所以$x_0=\ln\dfrac{1}{x_0}=-\ln x_0$，$e^{x_0}=\dfrac{1}{x_0}$，

当$x\in(0,x_0)$时，$t'(x)<0$，$t(x)$单调递减，

当$x\in(x_0,+\infty)$时，$t'(x)>0$，$t(x)$单调递增，

所以$t(x)_{\min}=t(x_0)=\dfrac{x_0e^{x_0}+x_0-\ln x_0-1}{x_0}=\dfrac{1+x_0+x_0-1}{x_0}=2$，

所以$b\le 2$. ……………………………………………………………12 分

21. 解：（1）由抛物线G的准线方程是$y=-2$可得$p=4$，焦点为$F(0,2)$，

故抛物线G标准方程为$x^2=8y$. ………………………………………3 分

（2）$F(0,2)$，由题意知直线l_1,l_2的斜率都存在且不为0，

设直线l_1的方程为$y=kx+2$，$P(x_1,y_1)$，$Q(x_2,y_2)$，

则直线l_2的方程为$y=-\dfrac{1}{k}x+2$，

由$\begin{cases}x^2=8y\\y=kx+2\end{cases}$得$x^2-8kx-16=0$，

所以$x_1+x_2=8k$，$x_1x_2=-16$，

所以$x_M=\dfrac{1}{2}(x_1+x_2)=4k$，$y_M=kx_M+2=4k^2+2$，

所以$M(4k,4k^2+2)$. ……………………………………………………6 分

用$-\dfrac{1}{k}$替换k可得$x_N=-\dfrac{4}{k}$，$y_N=\dfrac{4}{k^2}+2$，

所以$N\left(-\frac{4}{k},\frac{4}{k^2}+2\right)$. ……………………………………………………………8 分

所以$S_{\triangle FMN}=\frac{1}{2}|FM||FN|=\frac{1}{2}\sqrt{(4k)^2+(4k^2)^2}\cdot\sqrt{\left(-\frac{4}{k}\right)^2+\left(\frac{4}{k^2}\right)^2}$

$=\frac{1}{2}\sqrt{(16k^2+16k^4)\left(\frac{16}{k^2}+\frac{16}{k^4}\right)}=8\sqrt{(k^2+k^4)\left(\frac{1}{k^2}+\frac{1}{k^4}\right)}=8\sqrt{2+\left(k^2+\frac{1}{k^2}\right)}$

$\ge 8\sqrt{2+2\sqrt{k^2\cdot\frac{1}{k^2}}}=8\times2=16$，当且仅当$k^2=\frac{1}{k^2}$,即$k=\pm1$时等号成立，

所以△FMN面积的最小值为16. ……………………………………………12 分

二选一试题

22. 解：（1）因为曲线C的参数方程为$\begin{cases}x=2\cos\theta+2\\y=2\sin\theta\end{cases}$（$\theta$为参数），

故曲线C的直角坐标方程为$x^2+y^2-4x=0$.

又$x=\rho\cos\theta,y=\rho\sin\theta$，故曲线 C 的极坐标方程为$\rho=4\cos\theta$. ……5 分

（2）设直线l的倾斜角为α，则直线l的参数方程为$\begin{cases}x=1+t\cdot\cos\alpha\\y=1+t\cdot\sin\alpha\end{cases}$（$t$为参数），

代入$(x-2)^2+y^2=4$得$t^2+2(\sin\alpha-\cos\alpha)t-2=0$.

设点P对应的参数为t_1，点Q对应的参数为t_2，

则$\begin{cases}t_1+t_2=-2(\sin\alpha-\cos\alpha)\\t_1\cdot t_2=-2\end{cases}$ (*)，因为$|PM|:|PQ|=2:3$，所以$|t_1|=2|t_2|$，

所以$t_1=-2t_2$，代入*式整理可得$3\sin^2\alpha-8\sin\alpha\cos\alpha+3\cos^2\alpha=0$，

解得$\tan\alpha=\frac{4\pm\sqrt{7}}{3}$，所以直线$l$的斜率为$\frac{4+\sqrt{7}}{3}$或$\frac{4-\sqrt{7}}{3}$.………………10 分

23. 解：（1）原不等式为 $|x+1|+|x+4|\le 7$，

当 $x\le -4$ 时，$-x-1-x-4\le 7$，得 $x\ge -6$，所以 $-6\le x\le -4$；

当 $-4<x\le -1$ 时，$-x-1+x+4\le 7$ 恒成立，所以 $-4<x\le -1$；

当 $x>-1$ 时，$x+1+x+4\le 7$，得 $x\le 1$，所以 $-1<x\le 1$.

综上，不等式的解集为 $\{x|-6\le x\le 1\}$. ……………………………………5 分

（2）因为 m,n 为正实数，$(m^2+n)f(x)-mn\ge 0$ 即为 $f(x)\ge \dfrac{mn}{m^2+n}$

又 $\dfrac{m^2+n}{mn}=\dfrac{m}{n}+\dfrac{1}{m}=\dfrac{m}{n}+\dfrac{3m+n}{m}=3+\dfrac{m}{n}+\dfrac{n}{m}\ge 3+2\sqrt{\dfrac{m}{n}\cdot\dfrac{n}{m}}=5$，

当且仅当 $\dfrac{m}{n}=\dfrac{n}{m}$ 时等号成立，即 $m=n=\dfrac{1}{4}$ 时等号成立，

所以 $\dfrac{mn}{m^2+n}$ 的最大值为 $\dfrac{1}{5}$.

又因为 $f(x)\ge|x+4a-(x+a)|=|3a|$（当 $x=-a$ 时取等号），

要使 $f(x)\ge\dfrac{mn}{m^2+n}$ 恒成立，只需 $|3a|\ge\dfrac{1}{5}$.

所以 $a\le -\dfrac{1}{15}$ 或 $a\ge\dfrac{1}{15}$. ……………………………………10 分

以上解法仅供参考，如有其他方法，酌情给分。