辽宁省名校联盟2023年高三10月份联合考试

数学

命题人:阜新市实验中学　李子瑞　审题人:阜新市实验中学　隋冰冰

考号＿＿＿＿＿＿

班级＿＿＿＿＿＿

本试卷满分150分,考试时间120分钟。

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A=\left\{x\left|\frac{5-x}{x}\geqslant 0\right.\right\}$,集合 $B=\{x|y=\lg(4-x)\}$,则 $A\cup(\complement_{\mathbf{R}}B)=$

A. $(0,4)$　　B. $[0,4)$　　C. $(0,+\infty)$　　D. $[4,5]$

2. 已知复数 $z=\frac{1-\mathrm{i}^{2023}}{1-\mathrm{i}}$,则 $\bar{z}-z=$

A. $-2\mathrm{i}$　　B. $2\mathrm{i}$　　C. 0　　D. 2

3. 已知命题 p:$\exists x\in\mathbf{R}$,$mx^2-2mx+1<0$ 是假命题,则实数 m 的取值范围为

A. $[0,1]$　　B. $(0,1]$

C. $(-\infty,0)\cup(1,+\infty)$　　D. $(-\infty,0]\cup[1,+\infty)$

4. 已知函数 $f(x)=a^{\sqrt{1-ax}}$($a>0$ 且 $a\neq1$)在区间 $[2,3]$ 上单调递增,则 a 的取值范围为

A. $\left(0,\frac{1}{2}\right]$　　B. $(1,+\infty)$　　C. $\left(0,\frac{1}{3}\right]$　　D. $\left[\frac{1}{3},\frac{1}{2}\right]$

5. 在△ABC 中,内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c,则“$\frac{a}{\cos A}=\frac{b}{\cos B}=\frac{c}{\cos C}$”是“$\cos(A-B)\cdot\cos(B-C)\cos(C-A)=1$”的

A. 充分不必要条件　　B. 充要条件

C. 必要不充分条件　　D. 既不充分也不必要条件

6. 2023年8月8日,第31届世界大学生夏季运动会(成都世界大学生运动会)完美收官.在倒计时100天时,成都大运会发布了官方体育图标——“十八墨宝”.这组“水墨熊猫”以大熊猫“奇一”为原型,将中国体育与中国书画、中国国宝的融合做到了极致.“十八般武艺”造就“十八墨宝”,花式演绎十八项体育竞技,代表了体操、游泳、羽毛球等18个成都大运会竞赛项目,深受广大人民喜爱.其中,射箭的水墨熊猫以真实的射箭运动为原型,拉满弓箭时,弓臂为圆弧形,弧中点到弦中点的距离为2 cm,弦长为8 cm,则弓形的面积约为(参考数据:$\sin 74^\circ\approx0.96$,$\pi\approx3.14$)

A. $8.2\ \mathrm{cm}^2$　　B. $9.1\ \mathrm{cm}^2$　　C. $11.1\ \mathrm{cm}^2$　　D. $4.1\ \mathrm{cm}^2$

7. 已知函数 $f(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2-2x+1$，若 $f(x)$ 在 $(2a,a+3)$ 内存在最小值，则 a 的取值范围为

A. $\left(-2,\frac{1}{2}\right)$　B. $(-2,3)$　C. $\left[-\frac{7}{4},\frac{1}{2}\right)$　D. $(-5,-1)$

8. 已知函数 $f(x)$ 满足 $f(x+y)=f(x)+f(y)+1(x,y\in\mathbf{R})$，当 $x>0$ 时，$f(x)+1>0$ 且 $f(1)=2$，若当 $x\in[1,2]$ 时，$f(ax^2+2x)+f(x)<1$ 有解，则 a 的取值范围为

A. $(-\infty,-2)$　B. $\left(-2,-\frac{5}{4}\right)$　C. $(-2,+\infty)$　D. $\left(-\infty,-\frac{5}{4}\right)$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 下列说法正确的是

A. 方程组 $\begin{cases}x+y=3,\\y+z=4,\\z+x=5\end{cases}$ 的解集为 $\{2,1,3\}$

B. 若 $a>b>0,m>0$，则 $\frac{b}{a}<\frac{b+m}{a+m}$

C. 若复数 z_1,z_2 满足 $|z_1|=|z_2|$，则 $z_1=z_2$ 或 $z_1=\overline{z_2}$

D. 若 $2^x=6,y=\log_3 6$，则 $xy>4$

10. 已知 $a>0,b>0,a+b=1$，则下列结论正确的是

A. $\frac{1}{a}+\frac{a}{b}\geqslant 3$　B. $\frac{a+2b+3}{ab}\geqslant 9+4\sqrt{5}$

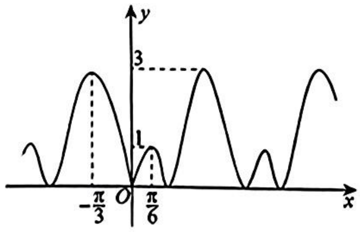
C. $(a+1)(2b+1)\leqslant 3$　D. $a^2+4b<4$

11. 已知 $\frac{3\sin\alpha+2\cos\alpha}{2\sin\alpha-\cos\alpha}=\frac{8}{3}$，下列说法正确的是

A. $\sin\alpha\cos\alpha=\frac{2}{5}$　B. $\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{3\sqrt{5}}{5}$

C. $\cos^4\alpha-\sin^4\alpha=-\frac{3}{5}$　D. $\cos\alpha\sqrt{\frac{1-\sin\alpha}{1+\sin\alpha}}+\sin\alpha\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}=\pm\left(\frac{3\sqrt{5}}{5}+2\right)$

12. 已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)-1\left(A>0,\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$，若函数 $y=|f(x)|$ 的部分图像如图所示，则下列结论正确的是



A. $f(x)$ 的最大值为 3

B. $f(x)$ 的图像关于点 $\left(-\frac{\pi}{12},-1\right)$ 对称

C. 直线 $2\sqrt{3}x+y-\sqrt{3}\pi+2=0$ 是曲线 $f(x)$ 的一条切线

D. 若关于 x 的方程 $f(x)=0$ 在区间 $[m,n](m<n)$ 上有 2 023 个零点，则 $n-m$ 的最小值为 $1\ 011\pi$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知 $\sin\alpha=\frac{3}{5},\alpha\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$，若 $4\cos\beta=\sin(\alpha+\beta)$，则 $\tan(\alpha-\beta)=$ ________.

14. 设函数 $f(x)=x^3+(a-1)\cos x-3x$，若 $f(x)$ 为奇函数，则曲线 $y=f(x)$ 过点 $(2a,-6)$ 的切线方程为________.

15. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}|\lg x|, x>0,\\ -x^2-2x+1, x\leqslant 0,\end{cases}$ 且关于 x 的方程 $[f(x)]^2-(2m+1)f(x)+m^2+m=0$ 有 7 个不同实数解，则实数 m 的取值范围为________.

16. 若对任意 x_1,x_2，当 $0<x_1<x_2\leqslant e$ 时，$\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^{x_1x_2}-\frac{e^{ax_1}}{e^{ax_1}}<0$，则 a 的取值范围为________。

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（10 分）

已知函数 $f(x)=\sqrt{2}\sin x\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)-m(m\in\mathbf{R})$ 的最大值为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

(1) 求 $f(x)$ 的最小正周期及单调递减区间；

(2) 将 $f(x)$ 的图像向右平移 $\frac{7\pi}{24}$ 个单位长度，再将横坐标缩短为原来的 $\frac{1}{2}$，得到 $g(x)$ 的图像，求满足 $g(x)\geqslant\frac{1}{2}$ 的 x 的取值集合.

18.（12 分）

已知函数 $f(x)=\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{6}\right)(\omega>0)$，$f\left(\frac{\pi}{3}-x\right)=f\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$，且 $f(x)$ 在区间 $\left[0,\frac{5\pi}{6}\right]$ 上只取得一次最大值.

(1) 求 $f(x)$ 的解析式；

(2) 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，$f\left(\frac{3}{8}B\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$b^2=2ac$，$\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$，求 $a+c$ 的值.

19.（12 分）

已知函数 $f(x)=\frac{a^x-1}{a^x+1}(a>0,a\neq 1)$.

(1) 求 $f(x)$ 的反函数 $f^{-1}(x)$；

(2) 若函数 $g(x)=2f^{-1}(x)+\log_a(1-x)$，当 $x\in\left[\frac{1}{3},\frac{1}{2}\right]$ 时，$g(x)>\frac{1}{2}$，求 a 的取值范围.

20.(12分)

已知△ABC的三个内角A,B,C所对的边分别为a,b,c,点M在边AB上,$b=2$,$CM=1$,且$\frac{2\sin A+\sin B}{\sin 2B}=\frac{c}{b}$,________.

在①CM为△ABC的一条中线;②CM为△ABC的一条角平分线;③CM为△ABC的一条高线这三个条件中任选一个,补充在上面的横线中,并进行解答.

(1)求边长AB;

(2)若△ABC外接圆的面积为S_1,内切圆的面积为S_2,求S_1-S_2的值.

注:如果选择多个条件分别解答,按第一个解答计分.

21.(12分)

已知函数$f(x)=ax\ln x-bx+1(a,b\in\mathbf{R},ab\neq 0)$.

(1)当$f(x)$在$x=1$处取得极小值-1时,求$f(x)$的解析式;

(2)当$a=b$时,求$f(x)$在区间$\left[\frac{1}{2},3\right]$上的最值;

(3)当$a>0$且$b=1$时,若$x\in(1,+\infty)$,$f(x)>0$,求a的取值范围.

22.(12分)

已知函数$f(x)=\sin x+x-2\ln(x+1)$.

(1)求证:当$x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$时,$f(x)>0$;

(2)求证:$\frac{1}{2}\ln(n+1)<\sin\frac{1}{2}+\sin\frac{1}{4}+\cdots+\sin\frac{1}{2n}<\frac{1}{2}\times\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}\right)(n\in\mathbf{N}^*)$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。