

潮州市 2022—2023 学年度第一学期期末高三级教学质量检测卷

数 学

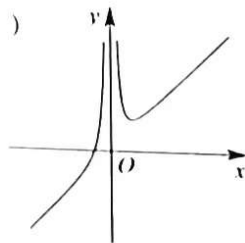
本试卷分选择题和非选择题两部分，共 4 页，满分 100 分，考试时间 120 分钟。

- 注意事项：1. 答卷前，考生务必用黑色字迹的钢笔或签字笔将自己的姓名和考号填写在答题卡上。
2. 选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案；答案不能答在试卷上。
3. 非选择题必须用黑色字迹钢笔或签字笔作答，答案必须写在各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答的答案无效。
4. 考生必须保持答题卡的整洁，考试结束，将答题卡交回。

一、选择题（本题共 12 道小题，其中 1 至 8 小题为单项选择题，9 至 12 小题为多项选择题）

（一）单项选择题（本题共 8 道小题，每小题只有一个选项正确，每小题 5 分，共 40 分）

- 已知集合 $A = \{(x, y) | y = x^2\}$ ， $B = \{(x, y) | y = 3x\}$ ，则 $A \cap B = (\quad)$
A. $\{0, 3\}$ B. $\{(0, 0), (3, 9)\}$ C. $\{(0, 0)\}$ D. $\{(3, 9)\}$
- 已知复数 z 满足 $z(1-3i) = 5-5i$ ，则复数 z 在复平面内对应的点在 $(\quad)$
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
- 某种心脏手术成功率为 0.7，现采用随机模拟方法估计“3 例心脏手术全部成功”的概率。先利用计算器或计算机产生 0~9 之间取整数值的随机数，由于成功率是 0.7，故我们用 0、1、2 表示手术不成功，3、4、5、6、7、8、9 表示手术成功，再以每 3 个随机数为一组，作为 3 例手术的结果。经随机模拟产生如下 10 组随机数：856、832、519、621、271、989、730、537、925、907 由此估计“3 例心脏手术全部成功”的概率为 $(\quad)$
A. 0.2 B. 0.3 C. 0.4 D. 0.5
- 若 $(x+1)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$ ，则 $a_1 + 2a_2 + 3a_3 + 4a_4 + 5a_5 = (\quad)$
A. 4 B. 8 C. 80 D. 3125
- 如图是函数 $f(x)$ 的图象，则函数 $f(x)$ 的解析式可以是 $(\quad)$
A. $e^x + \ln|x|$ B. $e^{-x} + e^{2x}$
C. $x^2 + \frac{1}{x}$ D. $x + \frac{1}{x^2}$
- 若正实数 x, y 满足 $\frac{1}{x} + \frac{4}{y} = 1$ ，且不等式 $x + \frac{y}{4} \geq m^2 - 3m$ 恒成立，则实数 m 的取值范围 $(\quad)$
A. $(-4, 1)$ B. $(-\infty, -1) \cup (4, +\infty)$ C. $[-1, 4]$ D. $(-\infty, -1] \cup [4, +\infty)$



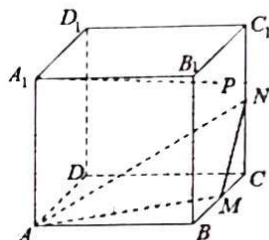
高三级数学试题 第 1 页 (共 4 页)

7. 已知抛物线 $E: y^2 = 4x$ 的焦点为 F ，过 F 的直线与 E 交于 A, B 两点，且 $|AF| = 3|BF|$ ，则 $\triangle AOB$ 的面积为 ()

A. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ C. $4\sqrt{3}$ D. $8\sqrt{3}$

8. 点 M, N 分别是棱长为 2 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中棱 BC, CC_1 的中点，动点 P 在正方形 BCC_1B_1 (包括边界) 内运动。若 $PA_1 \parallel$ 面 AMN ，则 PA_1 长度的最小值是 ()

A. $\sqrt{3}$ B. $\frac{2\sqrt{3}}{2}$
C. 3 D. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$



(二) 多项选择题 (本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，每小题有多个选项正确，每小题全部选对得 5 分，部分选对得 2 分，有选错得 0 分)

9. 下列说法正确的是 ()

A. $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，当 μ 不变时， σ 越小，该正态分布对应的正态密度曲线越扁平
B. 运用最小二乘法得到的线性回归直线一定经过点 $(\bar{x}, \bar{y})$
C. 相关系数 r 越大， y 与 x 相关的程度就越强
D. 利用 χ^2 进行独立性检验时， χ^2 的值越大，说明有更大的把握认为两事件有关系

10. 已知函数 $f(x) = 2\sin(\omega x - \frac{\pi}{3}) + \frac{3}{4}$ ($\omega \in \mathbb{N}^*$) 在区间 $[\frac{5\pi}{12}, \frac{5\pi}{6}]$ 上单调递减，则下列叙述正确的是 ()

A. $f(x)$ 的最小正周期为 2π B. $f(x)$ 关于直线 $x = -\frac{\pi}{12}$ 轴对称
C. $f(x)$ 在 $[\frac{\pi}{2}, \pi]$ 上的最小值为 $-\frac{5}{4}$ D. $f(x)$ 关于点 $(\frac{2\pi}{3}, 0)$ 对称

11. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的左、右焦点为 F_1, F_2 ，记 $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ ，则下列结论中正确的是 ()

A. 若 $a > b$ ，则曲线 C 的离心率 $e \in (1, \sqrt{2})$
B. 若以 F_1 为圆心， b 为半径作圆 F_1 ，则圆 F_1 与 C 的渐近线相切
C. 直线 $y = \frac{b}{a}x + a$ 与双曲线 C 相切于一点
D. 若 M 为直线 $x = \frac{a^2}{c}$ 上纵坐标不为 0 的一点，则当 M 的纵坐标为 $\pm \frac{ab}{c}$ 时， $\triangle OMF_2$ 外接圆的面积最小

12. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$ ，导函数为 $f'(x)$ ，满足 $xf'(x) - f(x) = (x-1)e^x$ ，(e 为自然对数的底数)，且 $f(1) = 0$ ，则 ()

A. $3f(2) > 2f(3)$ B. $f(1) < f(2) < f(e)$
C. $f(x)$ 在 $x=1$ 处取得极小值 D. $f(x)$ 无极大值

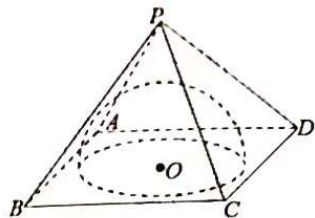
高三级数学试题 第 2 页 (共 4 页)

二、填空题 (本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 设 A, B 是圆 C 上的两点, 且 $AB = 2\sqrt{3}$, 则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \underline{1}$.

14. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_5 - a_1 = 12$, $a_6 - a_4 = 24$, 记数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和、前 n 项积分别为 S_n, T_n , 则 $\frac{(S_n + 1)^2}{T_n}$ 的最大值是 $\underline{1}$.

15. 如图, 正四棱锥 $P-ABCD$ 的每个顶点都在球 M 的球面上, 侧面 PAB 是等边三角形. 若半球 O 的球心为四棱锥的底面中心, 且半球与四个侧面均相切, 则半球 O 与球 M 的半径之比为 $\underline{1}$.



16. 定义在 $\mathbb{R}$ 上的奇函数 $f(x)$ 满足 $f(x) = f(2-x)$, 且当 $x \in [0, 1]$ 时, $f(x) = 2^x - 1$, 则函数 $g(x) = f(x) - (\frac{x-2}{10})^3$ 的所有零点之和为 $\underline{0}$.

三、解答题 (本题共 6 道小题, 第 17 题 10 分, 第 18~22 题每小题 12 分, 共 70 分)

17. (本小题满分 10 分)

对于数列 $\{x_n\}$, 若对任意 $n \in \mathbb{N}^*$, 都有 $\frac{x_n + x_{n+2}}{2} < x_{n+1}$ 成立, 则称数列 $\{x_n\}$ 为“有序减差数列”.

设数列 $\{a_n\}$ 是递减等比数列, 其前 n 项和为 S_n , 且 $\{a_1, a_2, a_3\} \subseteq \{-4, -3, -2, 1, 2, 3, 4\}$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式, 并判断数列 $\{S_n\}$ 是否为“有序减差数列”;

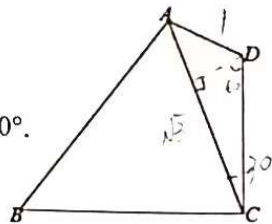
(2) 设 $b_n = \log_2 a_n$, $c_n = \begin{cases} a_n, n \text{ 为奇数} \\ b_n, n \text{ 为偶数} \end{cases}$, 求 $c_1 + c_2 + \dots + c_9$ 的值.

18. (本小题满分 12 分)

在平面四边形 $ABCD$ 中, $BC \perp CD$, $AC = \sqrt{3}$, $AD = 1$, $\angle ACD = 30^\circ$.

(1) 求 CD 的长;

(2) 若 $\triangle ABC$ 为锐角三角形, 求 BC 的取值范围.



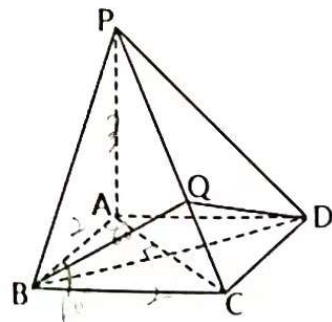
19. (本小题满分 12 分)

在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面四边形 $ABCD$ 是一个菱形,

且 $\angle ABC = 60^\circ$, $AB = 2$, $PA = 3$, $PA \perp$ 平面 $ABCD$.

(1) 若 Q 是线段 PC 上的任意一点, 证明: 平面 $PAC \perp$ 平面 QBD ;

(2) 当 $CQ = \frac{1}{3}CP$ 时, 求平面 PBC 与平面 QBD 的夹角的余弦值.



20. (本小题满分 12 分)

核酸检测是诊断新冠肺炎的重要依据，首先取病人的唾液或咽拭子的样本，再提取唾液或咽拭子样本里的遗传物质，如果有病毒，样本检测会呈现阳性，否则为阴性。根据统计发现，疑似病例核酸检测呈阳性的概率为 p ($0 < p < 1$)。现有 4 例疑似病例，分别对其取样、检测，多个样本检测时，既可以逐个化验，也可以将若干个样本混合在一起化验。混合样本中只要有病毒，则混合样本化验结果就会呈阳性，若混合样本呈阳性，则将该组中备份的样本再逐个化验；若混合样本呈阴性，则判定该组各个样本均为阴性，无需再检验。现有以下三种方案：

方案一：逐个化验；

方案二：四个样本混合在一起化验；

方案三：平均分成两组，每组两个样本混合在一起，再分组化验。

在新冠肺炎爆发初期，由于检测能力不足，化验次数的期望值越小，则方案越“优”。

- (1) 若 $p = \frac{1}{3}$ ，现将该 4 例疑似病例样本进行化验，请问：方案一、二、三中哪个最“优”？
- (2) 若对 4 例疑似病例样本进行化验，且想让“方案二”比“方案一”更“优”，求 p 的取值范围。

21. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的左、右顶点分别为 A, B, 点 $P(x_0, y_0)$ 为椭圆 C 上

一点，点 M, N 关于 y 轴对称，且 $\overline{MN} = \overline{AB}$, $|\overline{MN}| = 4$, $\triangle PAB$ 的面积的最大值为 2.

- (1) 求椭圆 C 的标准方程；
- (2) 设直线 PM, PN 分别交 x 轴于点 D, E, 若 $|AD|$, $|DE|$, $|EB|$ 成等比数列, 求点 M 的纵坐标.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = x^2 - ax + 1$, $g(x) = \ln x + a$, ($a \in \mathbb{R}$).

- (1) 若 $a = 1$, 求函数 $h(x) = f(x) - g(x)$ 在区间 $[\frac{1}{e}, t]$ (其中 $\frac{1}{e} < t < e$, e 是自然对数的底数) 上的最小值；
- (2) 若存在与函数 $f(x)$, $g(x)$ 的图象都相切的直线，求实数 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线