

长安一中 2022-2023 学年度第二学期期末考试

高二数学理科试题

时间：120 分钟 分值：150 分

本试卷分为第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分，共 150 分，考试时间 120 分钟。

注意事项：

1. 答题前，考生务必先将自己的姓名、准考证号填写在答题纸上，认真核对条形码上的姓名、准考证号，并将条形码粘贴在答题纸上的指定位置上。
2. 选择题答案使用 2B 铅笔填涂，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号；非选择题答案用 0.5 毫米的黑色中性（签字）笔或碳素笔书写，字体工整，笔迹清楚。
3. 请按照题号在各题的答题区域（黑色线框）内作答，超出答题区域书写的答案无效。
4. 保持纸面清洁，不折叠，不破损。
5. 若做选考题时，考生应按照题目要求作答，并在答题纸上对应的题号后填写。

第 I 卷（选择题 共 60 分）

一、选择题：（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

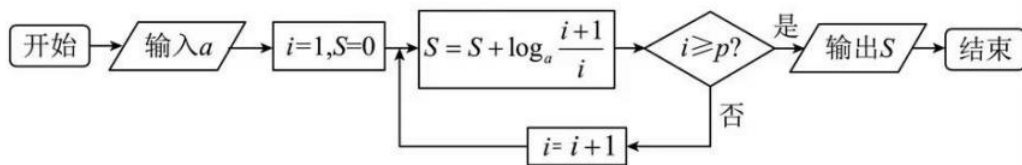
1. 已知集合 $A = \{x | y = \lg(9 - x^2)\}$ ， $B = \{x | x > 1\}$ ，则 $A \cap C_R B =$ ()
A. $(1, 3]$ B. $(-3, 1]$ C. $(2\sqrt{2}, 3)$ D. $[2\sqrt{2}, 3)$
2. 已知复数 $z = 2 + ai$ ($a \in R$, i 为虚数单位)，满足 $z \cdot \bar{z} = 6$ ，则 $|z - 2| =$ ()
A. $\sqrt{2}$ B. 3 C. $\sqrt{5}$ D. 5
3. 下列命题正确的是 ()
A. “ $x < 1$ ”是“ $x^2 - 3x + 2 > 0$ ”的必要不充分条件
B. 对于命题 $P: \exists x \in R$ ，使得 $x^2 + x - 1 < 0$ ，则 $\neg P: \forall x \in R$ 均有 $x^2 + x - 1 < 0$
C. 若 $P \vee q$ 为真命题，则 P ， q 至少有一个为真命题
D. 命题“若 $x^2 - 3x + 2 = 0$ ，则 $x = 2$ ”的否命题为“若 $x^2 - 3x + 2 = 0$ ，则 $x \neq 2$ ”
4. 干支纪年法是中国历法上自古以来就一直使用的纪年方法、干支是天干和地支的总称，甲、乙、丙、丁、戊、己、庚、辛、壬、癸为天干；子、丑、寅、卯、辰、巳、午、未，申、酉、戌、亥为地支。把十天干和十二地支依次相配，如甲对子、乙对丑、丙对寅、…

高二数学理科第 1 页

癸对寅，其中天干比地支少两位，所以天干先循环，甲对戊、乙对亥、…接下来地支循环，丙对子、丁对丑、…，以此用来纪年，今年 2020 年是庚子年，那么中华人民共和国建国 100 周年即 2049 年（ ）

- A. 戊辰年 B. 己巳年 C. 庚午年 D. 庚子年

5. 执行如图所示的程序框图，如果输入的 a 为 2，输出的 S 为 4，那么 $p =$ （ ）



- A. 13 B. 14 C. 15 D. 16

6. 已知 $\triangle ABC$ 中， $AB=3, AC=4, BC=5$ ，点 P 在平面 ABC 内， $CP=2$ ，则 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AB}$ 的最大值为（ ）

- A. 6 B. 4 C. -6 D. -4

7. 若 $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{4}\right)$ ，且 $\cos^2 \alpha + \cos\left(\frac{3\pi}{2} + 2\alpha\right) = -\frac{1}{2}$ ，则 $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) =$ （ ）

- A. $-\sqrt{3}$ B. -1 C. 1 D. 2

8. 在 $\triangle ABC$ 中， $A = \frac{\pi}{6}, BC = 2$ ，则 $AC - \sqrt{3}AB$ 的取值范围为（ ）

- A. $[-4, 2)$ B. $\left[-1, \frac{1}{2}\right)$ C. $[-2, 1)$ D. $\left[-1, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

9. 已知四面体 $ABCD$ 的所有顶点在球 O 的表面上， $AB \perp$ 平面 BCD ， $AB = 2\sqrt{3}$ ， $CD = 2\sqrt{2}$ ， $\angle CBD = 135^\circ$ ，则球 O 的表面积为（ ）

- A. 24π B. 20π C. 26π D. 28π

10. 甲、乙两队进行篮球决赛，采取七场四胜制（当一队赢得四场胜利时，该队获胜，决赛结束）。根据前期比赛成绩，甲队的主客场安排依次为“主主客客主客主”。设甲队主场取胜的概率为 0.6，客场取胜的概率为 0.5，且各场比赛结果相互独立，则甲队以 4:1 获胜的概率是（ ）

- A. $\frac{7}{20}$ B. $\frac{9}{50}$ C. $\frac{3}{20}$ D. $\frac{7}{50}$

11. 如图所示, F_1, F_2 是双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$

的左、右焦点, C 的右支上存在一点 B 满足 $BF_1 \perp BF_2$, BF_1 与

双曲线 C 左支的交点 A 满足 $\frac{\sin \angle AF_2F_1}{\sin \angle AF_2B} = \frac{|BF_2|}{|F_1F_2|}$, 则双曲线 C

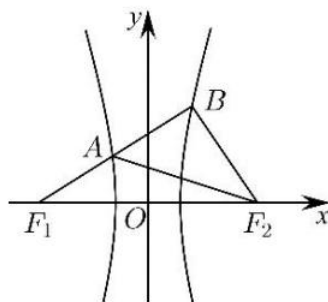
的渐近线方程为 ()

A. $y = \pm 2x$

B. $y = \pm 2\sqrt{3}x$

C. $y = \pm 2\sqrt{2}x$

D. $y = \pm \sqrt{13}x$



12. 已知函数 $f(x) = \frac{x-2m}{3x^2} (m < 0), g(x) = \frac{2\ln(-x)}{x}$, 设方程 $f(g(x)) + \frac{1}{m} = 0$ 的 3 个实根分

别为 x_1, x_2, x_3 , 且 $x_1 < x_2 < x_3$, 则 $g(x_1) + 2g(x_2) + 3g(x_3)$ 的值可能为 ()

A. $-\frac{2}{e}$

B. $\frac{2}{e}$

C. $-\frac{3}{e}$

D. $\frac{3}{e}$

第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卷中相应的横线上)

13. 已知实数 x, y 满足条件: $\begin{cases} x-y \leq 0 \\ x+y-3 \leq 0 \\ x \geq 1 \end{cases}$, 则 $\frac{y}{x+1}$ 的最大值为_____.

14. $\left(\frac{2}{x} - \sqrt{x}\right)^9$ 的展开式中常数项为_____.

15. 将函数 $f(x) = \sin x \cos x$ 的图象向右平移 $\varphi (|\varphi| < \frac{\pi}{2})$ 个单位长度后得到函数 $g(x)$ 的图象. 若 $g(x)$ 在区间 $[0, \frac{\pi}{6}]$ 上单调递增, 则满足条件的实数 φ 的取值范围是_____.

16. 已知函数 $f(x)$ 及其导函数 $f'(x)$ 定义域均为 $\mathbb{R}$, 记函数 $g(x) = f'(x)$, 若函数 $f(x)$ 的

图像关于点 $(3, 0)$ 中心对称, $g\left(2x + \frac{3}{2}\right)$ 为偶函数, 且 $g(1) = 2, g(3) = -3$, 则

$$\sum_{k=1}^{2024} g(k) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

三、解答题：（共 7 小题，共 70 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答）

（一）必考题：共 60 分。

17.（本小题满分 12 分）已知数列 $\{a_n\}$ 满足， $a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 1, n \text{ 为奇数时}, \\ a_n - 2, n \text{ 为偶数时}, \end{cases} a_1 = 1$

(1) 若数列 $\{b_n\}$ 为数列 $\{a_n\}$ 的奇数项组成的数列，证明：数列 $\{b_n\}$ 为等差数列；

(2) 求数列 $\{a_n\}$ 的前 50 项和。

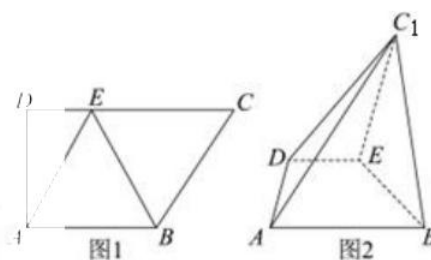
18.（本小题满分 12 分）图 1 是直角梯形 $ABCD$ ，

$AB \parallel CD$ ， $\angle D = 90^\circ$ ， $AB = 4$ ， $DC = 6$ ，

$AD = 2\sqrt{3}$ ， $\overline{CE} = 2\overline{ED}$ ，以 BE 为折痕将

$\triangle BCE$ 折起，使点 C 到达 C_1 的位置，且 $AC_1 = 2\sqrt{6}$ ，

如图 2.



(1) 证明：平面 $BC_1E \perp$ 平面 $ADEB$ ；

(2) 若 $\overrightarrow{DP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DC_1}$ ，求二面角 $P - BE - A$ 的大小。

19.（本小题满分 12 分）某学校共有 1000 名学生

参加知识竞赛，其中男生 500 人，为了解该校学

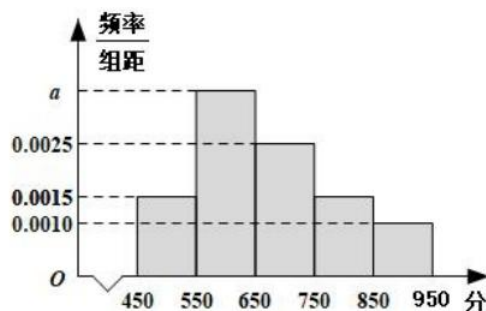
生在知识竞赛中的情况，采取分层抽样随机抽取

了 100 名学生进行调查，分数分布在 450 ~ 950 分

之间，根据调查的结果绘制的学生分数频率分布

直方图如图所示：将分数不低于 750 分的学生称

为“高分选手”。



(1) 求 a 的值，并估计该校学生分数的平均数、中位数和众数；（同一组中的数据用该组

区间的中点值作代表);

(2) 现采用分层抽样的方式从分数落在 $[650, 750)$, $[750, 850)$ 内的两组学生中抽取 8 人, 再从这 8 人中随机抽取 3 人, 记被抽取的 3 名学生中属于“高分选手”的学生人数为随机变量 X , 求 X 的分布列及数学期望.

20. (本小题满分 12 分) 已知函数 $f(x) = \frac{1 + \ln x}{e^x}$ ($e = 2.71828 \cdots$ 是自然对数的底数),

$f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导数, $g(x) = (x^2 + x)f'(x)$.

(1) 求 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 证明: 对任意的 $x > 0$, $g(x) < \frac{1 + e^2}{e^2}$.

21. (本小题满分 12 分) 已知椭圆 $C_1: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左, 右焦点分别为

F_1, F_2 , P 为椭圆上的一点, $\triangle PF_1F_2$ 的周长为 6, $|PF_2|$ 的最小值为 1, F_1 为抛物线

$C_2: y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点.

(1) 求椭圆 C_1 与抛物线 C_2 的方程;

(2) 过椭圆 C_1 的左顶点 Q 的直线 l 交抛物线 C_2 于 A, B 两点, 点 O 为原点, 射线 OA, OB 分别交椭圆于 C, D 两点, S_1 为 $\triangle OCD$ 的面积, S_2 为 $\triangle OAB$ 的面积, 则是否存在直线 l 使得 $S_2 = \frac{13}{3}S_1$? 若存在, 求出直线 l 的方程; 若不存在, 请说明理由.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分. 并请考生务必将答题卡中对所选试题的题号进行涂写.

22. [选修 4—4: 坐标系与参数方程] (本小题满分 10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2 + 4\cos \varphi \\ y = 4\sin \varphi \end{cases}$ (φ 为参数),

高二数学理科第 5 页

以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 已知直线 l 的极坐标方程为

$$2\rho \sin\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) = m - 2\sqrt{3}.$$

(1) 写出直线 l 的参数方程及曲线 C 的普通方程;

(2) 设点 $P(2, m)$, 若直线 l 与曲线 C 交于 A, B 两点, 且 $\overrightarrow{PA} + 2\overrightarrow{PB} = \vec{0}$, 求实数 m 的值.

23. [选修4-5: 不等式选讲] (本小题满分10分)

设函数 $f(x) = |x - a^2 - 2| + |x - a|, x \in \mathbf{R}$.

(1) 当 $a = 2$ 时, 求不等式 $f(x) > 8$ 的解集;

(2) 对任意 $x \in \mathbf{R}$, 恒有 $f(x) \geq 5 - a$, 求实数 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线