B　先求 $M=\{1,2\}$，$N=\{x\in\mathbf{Z}|1<x<5\}=\{2,3,4\}$，所以 $M\cup N=\{1,2,3,4\}$，则 $\complement_U(M\cup N)=\{5\}$，所以子集的个数为 2.

【易错提醒】注意补集的概念，不能错误的选成 C.

【解题提示】此题要注意运算技巧，另外要注意复数的几何意义.

C　$z_0=\dfrac{8+6i}{3-4i}=\dfrac{2i(3-4i)}{3-4i}=2i$，则 $|z-z_0|=1$ 表示的是以(0,2)为圆心，1 为半径的圆，则 $|z|$ 的最大值为 3.

【易错提醒】不注意运算技巧，直接分子分母同时乘以 3+4i 再求可能容易算错.

3.【解题提示】先确定 $0<\sin\alpha<1$，$-1<\cos\alpha<0$，进而确定 $\cos(\sin\alpha)>0$，$\sin(\cos\alpha)<0$.

D　因为 $0<\sin\alpha<1$，$-1<\cos\alpha<0$，所以 $\cos(\sin\alpha)>0$，$\sin(\cos\alpha)<0$，$(\cos(\sin\alpha),\sin(\cos\alpha))$ 在第四象限.

4.【解题提示】先假设某两个正确，则另两个必有一个正确一个错误，否则这两个不可能都正确.

D　假设甲、乙都正确，则 $a=2$，$b=1$，所以 $c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{3}$，所以 $e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$\dfrac{a^2}{c}=\dfrac{4}{\sqrt{3}}$，则丙正确，丁错误.

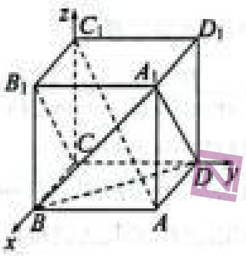
5.【解题提示】利用循环语句研究数列的前 99 项和，注意裂项相消求和法的应用.

C　由程序框图可知，本题要求的是先求 $\dfrac{1}{1\times2}+\dfrac{1}{2\times3}+\dfrac{1}{3\times4}+\cdots+\dfrac{1}{99\times100}$ 的值，即求 $1-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}+\cdots+\dfrac{1}{99}-\dfrac{1}{100}=1-\dfrac{1}{100}$，然后再求 $1-S=\dfrac{1}{100}$，故 $m=-2$.

6. A　先选出 2 人讲同一种曲线，再全排列，$C_4^2A_3^3=240$.

【易错提醒】必须注意，先选后排.

7. D　设正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1，以 C 为原点，以 CB，CD，CC_1 所在直线分别为 x，y，z 轴，建立如图所示的空间直角坐标系.



则 $\overrightarrow{AC_1}=(-1,-1,1)$，$\overrightarrow{B_1C}=(-1,0,-1)$，$\overrightarrow{A_1B}=(0,-1,-1)$，$\overrightarrow{A_1D}=(-1,0,-1)$，$\overrightarrow{AB_1}=(0,-1,1)$，$\overrightarrow{BC_1}=(-1,0,1)$.

所以 $\overrightarrow{AC_1}\cdot\overrightarrow{B_1C}=(-1)\times(-1)+(-1)\times0+1\times(-1)=0$，$\overrightarrow{AC_1}\cdot\overrightarrow{A_1B}=(-1)\times0+(-1)\times(-1)+1\times(-1)=0$，$\overrightarrow{AC_1}\cdot\overrightarrow{A_1D}=(-1)\times(-1)+(-1)\times0+1\times(-1)=0$.

所以 $\overrightarrow{AC_1}\perp\overrightarrow{B_1C}$，$\overrightarrow{AC_1}\perp\overrightarrow{A_1B}$，$\overrightarrow{AC_1}\perp\overrightarrow{A_1D}$.

即 $AC_1\perp B_1C$，$AC_1\perp A_1B$，$AC_1\perp A_1D$.

又 $A_1B\cap A_1D=A_1$，所以 $AC_1\perp$ 平面 A_1BD，故 A，B 正确.

$\overrightarrow{AB_1}\cdot\overrightarrow{BC_1}=0\times(-1)+(-1)\times0+1\times1=1\neq0$.

所以 AB_1 与 BC_1 不垂直，所以 D 错误. $V_{A_1\text{-}C_1BD}=1-4\times\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}\times1\times1\times1=\dfrac{1}{3}$，

所以 $\dfrac{V_{A_1\text{-}C_1BD}}{V_{ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1}}=\dfrac{1}{3}$，故 C 正确.

8.【解题提示】此题不需要知道 15° 和 75° 的三角函数值，只需知道 a，b 两个向量的模及 a，b 两个向量垂直即可.

A　因为 $a\cdot b=2\cos(15°+75°)=0$，$|a|=2$，$|b|=1$，所以 $(2a+b)\cdot(a-\lambda b)=2a^2-\lambda b^2=8-\lambda=0$.

所以 $\lambda=8$.

9.【解题提示】关键是求出四棱锥 $P\text{-}ABCD$ 的高的最大值.

B　由正方体与外接球的关系知 $2R=\sqrt{3}\cdot a=2\sqrt{3}$，即 $R=\sqrt{3}$. 则四棱锥 $P\text{-}ABCD$ 的高的最大值为 $\sqrt{3}+1$.

所以四棱锥 $P\text{-}ABCD$ 的体积的最大值为 $\dfrac{4(1+\sqrt{3})}{3}$.

10.【解题提示】由 $a_{m+n}=a_m+a_n$ 可得 $a_{n+1}-a_n=a_1=2$，进而可以发现数列 $\{a_n\}$ 是首项和公差均为 2 的等差数列.

A　因为 $a_{m+n}=a_m+a_n$，所以 $a_{n+1}-a_n=a_1=2$，故数列 $\{a_n\}$ 是首项和公差均为 2 的等差数列，所以 $a_n=2+(n-1)\times2=2n$，

所以 $a_{k+1}+a_{k+2}+\cdots+a_{k+10}=\dfrac{2(k+1)+2(k+10)}{2}\times10=310$，解得 $k=10$.

11.【解题提示】先根据周期 T 的范围确定 ω 的范围，再利用对称性确定 ω 的值，进而求出 $f\left(\dfrac{\pi}{12}\right)$ 的值即可.

C　因为 $\dfrac{\pi}{3}<T<\pi$，所以 $\dfrac{\pi}{3}<\dfrac{2\pi}{\omega}<\pi$，即 $2<\omega<6$. 又因为 $y=f(x)$ 的图象关于 $\left(\dfrac{5\pi}{24},1\right)$ 对称，所以 $m=1$，$\dfrac{5\omega\pi}{24}+\dfrac{\pi}{6}=k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，所以 $\omega=\dfrac{24k-4}{5}$，$k\in\mathbf{Z}$. 又因为 $2<\omega<6$，所以 $\omega=4$，所以 $f\left(\dfrac{\pi}{12}\right)=2\sin\left(\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{\pi}{6}\right)+1=3$.

12.【解题提示】先将 $x+e^x=y+\ln y$ 化成 $x+e^x=\ln y+e^{\ln y}$，再利用函数 $y=x+e^x$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增得到 $x=\ln y$，进而转化为求 $t=y-\ln y+1$ 的最小值即可.

C　因为 $x+e^x=y+\ln y$ 可化成 $x+e^x=\ln y+e^{\ln y}$，又因为函数 $y=x+e^x$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，所以 $x=\ln y$，由 $t=y-\ln y+1$ 的最小值是在 $y=1$ 时取得可知，$t_{\min}=2$.

13.【解题提示】联立方程，求出交点坐标，然后代入公式直接求解.

【解析】由 $\begin{cases}y=\sqrt{3}x+1,\\x^2=4y,\end{cases}$

得 $\begin{cases}x_1=2\sqrt{3}+4,\\ y_1=7+4\sqrt{3},\end{cases}\begin{cases}x_2=2\sqrt{3}-4,\\ y_2=7-4\sqrt{3},\end{cases}$

所以 A,B 两点的坐标为 $(2\sqrt{3}+4,7+4\sqrt{3})$,$(2\sqrt{3}-4,7-4\sqrt{3})$,所以 $|AB|=$

$\sqrt{[(2\sqrt{3}+4)-(2\sqrt{3}-4)]^2+[(7+4\sqrt{3})-(7-4\sqrt{3})]^2}$

$=16.$

答案:16

14.【解题提示】用圆的一般式方程,再结合两个一元二次方程同解即可.

【解析】设圆 C 的方程为 $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$,令 $y=0$,$x^2+Dx+F=0$,则由圆 C 经过抛物线 $y=x^2-4x-8$ 与 x 轴的交点可知方程 $x^2+Dx+F=0$ 与 $x^2-4x-8=0$ 同解,所以 $D=-4,F=-8$,所以圆 C 的方程为 $x^2+y^2-4x+Ey-8=0$,又因为圆 C 过点 $(0,2)$,所以 $4+2E-8=0$,所以 $E=2$,所以圆 C 的方程为 $x^2+y^2-4x+2y-8=0$.

答案:$x^2+y^2-4x+2y-8=0$

【易错提醒】直接求出与 x 轴的两个交点,再用一般式方程或标准方程求解都比较复杂,容易算错.

15.【解析】由题意可知 $\left(\sqrt{x}-\frac{2}{\sqrt[3]{x}}\right)^n$ 的通项为

$T_{r+1}=C_n^r(\sqrt{x})^{n-r}\left(-\frac{2}{\sqrt[3]{x}}\right)^r=(-2)^rC_n^rx^{\frac{n-r}{2}-\frac{r}{3}}$,

$\begin{cases}(-2)^rC_n^r=-80,\\ \frac{n-r}{2}-\frac{r}{3}=0,\end{cases}$ 且 r,n 为整数,可得 $\begin{cases}r=3,\\ n=5.\end{cases}$

答案:5

16.【解析】因为 $f(x)+x$ 为奇函数,所以 $h(x)=f(x-3)+x-3+4$ 的图象关于 $(3,4)$ 成中心对称,由数列 $\{a_n\}$ 为等差数列可知 $a_i+a_{2\,023-i}=6(i=1,2,3,\cdots,2\,022)$,故 $(a_i,h(a_i))$ 与 $(a_{2\,023-i},h(a_{2\,023-i}))$ 关于点 $(3,4)$ 对称,故 $h(a_1)+h(a_2)+\cdots+h(a_{2\,022})=8\,088$.

答案:$(3,4)$　8 088

【易错提醒】注意由函数 $f(x)+x$ 为奇函数找出函数 $h(x)$ 的对称中心.

17.【解题提示】运用面积关系及正弦定理.

【解析】(1)因为 $\triangle ABD$ 的面积是 $\triangle ACD$ 的面积的两倍,$\angle BAC=120°$,且 $|AD|=1$,AD 平分 $\angle BAC$.

所以 $S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}|AD|\cdot|AB|\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=2S_{\triangle ACD}=2\cdot\frac{1}{2}|AD|\cdot|AC|\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}$,所以 $|AB|=2|AC|$,

………………………………………………… 2分

又因为 $S_{\triangle ABC}=3S_{\triangle ACD}=3\cdot\frac{1}{2}|AD|\cdot|AC|\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{4}|AC|=\frac{1}{2}|AB|\cdot|AC|\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot2|AC|^2$,

所以 $|AC|=\frac{3}{2}$, ………………………………… 4分

所以 $S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}|AC||AD|\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{4}=\frac{3\sqrt{3}}{8}$,

所以 $\triangle ACD$ 的面积为 $\frac{3\sqrt{3}}{8}$; ………………………… 6分

(2)由(1)知 $|AB|=2|AC|$.

设 $|AC|=b$,则 $|AB|=2b$,

又因为 $|BC|=\sqrt{3}|AC|=\sqrt{3}b$,

$|AC|^2+|BC|^2=b^2+3b^2=4b^2=|AB|^2$,

所以 $\triangle ABC$ 是以 $\angle ACB$ 为直角的直角三角形,

………………………………………………… 8分

在 $\triangle ACE$ 中,由正弦定理可得 $\frac{b}{\sin\angle AEC}=\frac{AE}{\sin\angle ACE}=\frac{(\sqrt{3}-1)b}{\sin\angle ACE}$,

在 $\triangle BCE$ 中,由正弦定理可得

$\frac{\sqrt{3}b}{\sin\angle BEC}=\frac{BE}{\sin\angle BCE}=\frac{2b-(\sqrt{3}-1)b}{\sin\angle BCE}=\frac{(3-\sqrt{3})b}{\sin\angle BCE}$,

因为 $\sin\angle AEC=\sin\angle BEC$,

所以 $\sin\angle ACE=\sin\angle BCE$, ……………………… 10分

又因为 $\angle ACE,\angle BCE$ 均为锐角,

所以 $\angle ACE=\angle BCE=\frac{\pi}{4}$,

所以 $\tan\angle BCE$ 的值为1. …………………… 12分

18.【解题提示】取 AD 中点为 O,可以先证明 $QO\perp$ 平面 $ABCD$(或 $CD\perp$ 平面 ADQ),第(2)问可以利用第一问的证明建系落实.

【解析】(1)取 AD 的中点为 O,连接 QO,CO.

因为 $QA=QD,OA=OD$,则 $QO\perp AD$,而 $AD=2,QA=\sqrt{5}$,故 $QO=\sqrt{5-1}=2$.

在正方形 $ABCD$ 中,因为 $AD=2$,

故 $DO=1$,故 $CO=\sqrt{5}$,

因为 $QC=3$,故 $QC^2=QO^2+OC^2$,故 $\triangle QOC$ 为直角三角形且 $QO\perp OC$,

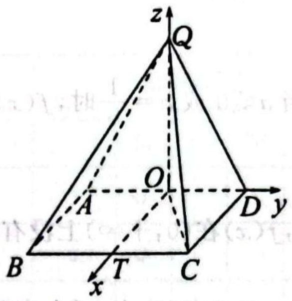
因为 $OC\cap AD=O$,故 $QO\perp$ 平面 $ABCD$,

因为 $QO\subset$ 平面 QAD,故平面 $QAD\perp$ 平面 $ABCD$.

………………………………………………… 6分

(2)在平面 $ABCD$ 内,过 O 作 $OT\parallel CD$,交 BC 于 T,则

$OT \perp AD$，



结合(1)中的 $QO\perp$ 平面 $ABCD$，故可建如图所示的空间直角坐标系.……………………………………………

则 $D(0,1,0)$，$Q(0,0,2)$，$B(2,-1,0)$，$C(2,1,0)$，故 $\overrightarrow{BQ}=(-2,1,2)$，$\overrightarrow{BD}=(-2,2,0)$，$\overrightarrow{CD}=(-2,0,0)$.

因为 $V_{P\text{-}ABCD}=\frac{1}{3}\times 4\times h_P=\frac{4}{3}$，所以 $h_P=1$，又因为点 P 为四棱锥 $Q\text{-}ABCD$ 的侧面 QCD 内的一点(包含边界)，所以点 P 的轨迹是 $\triangle QCD$ 的中位线 EF，设 $\overrightarrow{EP}=\lambda\overrightarrow{EF}(0\leqslant\lambda\leqslant 1)$，

则 $\overrightarrow{EP}=\frac{\lambda}{2}\overrightarrow{CD}=(-\lambda,0,0)$，

$\overrightarrow{BP}=\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{EP}=\left(-1-\lambda,\frac{3}{2},1\right)$，

设 BP 与平面 $ABCD$ 所成角为 α，

则 $\sin\alpha=\dfrac{1}{\sqrt{(\lambda+1)^2+\frac{13}{4}}}\geqslant\dfrac{2\sqrt{29}}{29}$，

所以 BP 与平面 $ABCD$ 所成角的正弦值的最小值为 $\frac{2\sqrt{29}}{29}$. ……………………………………………… 12 分

19.【解析】(1)因为 $r=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2\sum\limits_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}}\approx$

$\dfrac{75\,963-10\times\frac{1\,122}{10}\times\frac{648}{10}}{3\,269.167\,38}=\dfrac{3\,257.4}{3\,269.167\,38}\approx 0.996\,4$，

而 0.996 4 非常接近于 1，

所以可用线性回归模型拟合. ……………………………… 4 分

(2)因为 $\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}=\dfrac{3\,257.4}{4\,845.6}\approx 0.672$，

$\hat{a}=64.8-0.672\times 112.2\approx -10.598$，

所以物理成绩 y 关于数学成绩 x 的线性回归方程为 $\hat{y}=0.672x-10.598$. ……………………………………… 8 分

(3)记"从统计的 10 名同学中随机抽取 2 名，至少有一名同学物理成绩不少于 60 分的为事件 A"，则一次试验中所含有的基本事件的个数 $n=C_{10}^2=45$，

事件 A 中所含有的基本事件的个数 $m=C_{10}^2-C_4^2=39$.

……………………………………………………………… 10 分

所以从统计的 10 名同学中随机抽取 2 名，至少有一名同学物理成绩不少于 60 分的概率为 $P(A)=\frac{m}{n}=\frac{39}{45}=\frac{13}{15}$. ……………………………………………… 12 分

20.【解题提示】已知离心率通常将 a,b,c 用同一字母表示，注意定点定值问题的处理方法.

【解析】(1)因为双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的离心率为 $\sqrt{5}$，所以双曲线的方程可表示为 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{4a^2}=1$，

又因为双曲线 C 过点 $A(\sqrt{2},2)$，

所以 $\frac{2}{a^2}-\frac{1}{a^2}=\frac{1}{a^2}=1$，

所以 $a^2=1$，$b^2=4$，

所以双曲线的标准方程为 $x^2-\frac{y^2}{4}=1$；………… 4 分

(2)根据题意可知直线 l 的斜率一定存在，故可设直线 l 的方程为 $y=kx+m(m\neq 2-\sqrt{2}k)$，将 $y=kx+m$ 代入 $x^2-\frac{y^2}{4}=1$ 得 $(4-k^2)x^2-2kmx-m^2-4=0$，

所以 $x_1+x_2=\frac{-2km}{k^2-4}$，$x_1x_2=\frac{m^2+4}{k^2-4}$，………… 6 分

又因为直线 AP，AQ 的倾斜角互补，

设 P 点坐标为 (x_1,y_1)，Q 点坐标为 (x_2,y_2)，

所以 $\frac{y_2-2}{x_2-\sqrt{2}}=-\frac{y_1-2}{x_1-\sqrt{2}}$，即 $(x_1-\sqrt{2})(kx_2+m-2)=-(x_2-\sqrt{2})(kx_1+m-2)$，

所以 $2kx_1x_2+(m-2-\sqrt{2}k)(x_1+x_2)-2\sqrt{2}(m-2)=0$，所以

$\dfrac{2km^2+8k+2\sqrt{2}k^2m+4km-2km^2-2\sqrt{2}(k^2m-2k^2-4m+8)}{k^2-4}=0$，

化简得 $(m+\sqrt{2}k-2)(k+2\sqrt{2})=0$.

又因为 $m+\sqrt{2}k-2\neq 0$，所以 $k=-2\sqrt{2}$，……… 10 分

又因为 $\Delta=4k^2m^2-4(k^2-4)(m^2+4)=16(m^2-k^2+4)>0$，

所以 $m^2-8+4>0$，所以 $|m|>2$，

所以直线 $l:y=-2\sqrt{2}x+m$ 与直线 $2\sqrt{2}x+y=0$ 平行. ……………………………………………… 12 分

【易错提醒】第(2)问不仅仅是求到直线 l 的斜率就行，

要注意证平行.

21.【解题提示】第(2)问当 $a\in\left(0,\frac{1}{e}\right)$ 时要注意用放缩法,设法取值是关键.

【解析】(1)因为 $f'(x)=\frac{1}{x}-a=\frac{1-ax}{x}$,

当 $a\leqslant 0$ 时,$f'(x)>0$,

所以 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增,

当 $a>0$ 时,令 $f'(x)=0$,得 $x=\frac{1}{a}$,

所以 $f(x)$ 的单调递增区间是 $\left(0,\frac{1}{a}\right)$,单调递减区间是 $\left(\frac{1}{a},+\infty\right)$; …………………………………… 4 分

(2)由(1)可知,当 $a<0$ 时,$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增,

$f(1)=-a>0$,$f(e^a)=a-ae^a=a(1-e^a)<0$,又因为 $f(x)$ 在 $[e^a,1]$ 上是连续不间断的,所以 $f(x)$ 在 $(e^a,1)$ 上有唯一零点,所以当 $a<0$ 时,$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上有唯一零点,

当 $a=0$ 时,$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上有唯一零点, ……… 5 分

当 $a>\frac{1}{e}$ 时,$f(x)_{\max}=\ln\frac{1}{a}-1<0$,所以 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上没有零点;

当 $a=\frac{1}{e}$ 时,$f(x)_{\max}=\ln\frac{1}{a}-1=0$,

所以 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上有唯一零点; ………… 6 分

当 $0<a<\frac{1}{e}$ 时,$f\left(\frac{1}{a}\right)=\ln\frac{1}{a}-1>0$.

又因为当 $a>\frac{1}{e}$ 时,$f(x)<0$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立,即 $\ln x<\frac{x}{2}$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立,

所以 $\ln^2 x<x$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立,所以 $\ln x<\sqrt{x}$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立,

所以 $f\left(\frac{1}{a^2}\right)=\ln\frac{1}{a^2}-\frac{1}{a}<\frac{1}{a}-\frac{1}{a}=0$,

又因为 $f(a)=\ln a-a^2<-a^2<0$,

所以 $f(a)f\left(\frac{1}{a}\right)<0$,

$f\left(\frac{1}{a}\right)f\left(\frac{1}{a^2}\right)<0$,

又因为 $f(x)$ 在 $\left[a,\frac{1}{a}\right]$ 和 $\left[\frac{1}{a},\frac{1}{a^2}\right]$ 上均是连续不间断的,

所以 $f(x)$ 在 $\left(a,\frac{1}{a}\right)$ 和 $\left(\frac{1}{a},\frac{1}{a^2}\right)$ 上各有唯一零点,

所以当 $0<a<\frac{1}{e}$,$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上有两个不同的零点.

综上所述,当 $a\leqslant 0$ 或 $a=\frac{1}{e}$ 时,$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上有唯一零点;

当 $a>\frac{1}{e}$ 时,$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上没有零点;

当 $0<a<\frac{1}{e}$,$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上有两个不同的零点.

…………………………………………………… 12 分

22.【解题提示】第二问用 t 的几何意义较为简单.

【解析】(1)因为 $3x-4y=3+\frac{12}{5}t-\frac{12}{5}t=3$,

所以直线 l 的直角坐标方程为 $3x-4y-3=0$,

…………………………………………………… 2 分

因为抛物线 C 的极坐标方程为 $\rho\sin^2\theta=4\cos\theta$,

即 $\rho^2\sin^2\theta=4\rho\cos\theta$,

所以抛物线 C 的直角坐标方程为 $y^2=4x$; …… 4 分

(2)将直线的参数方程代入抛物线的方程得 $\frac{9t^2}{25}-\frac{16t}{5}-4=0$,

即 $9t^2-80t-100=0$,

所以 $|t_1-t_2|=\frac{\sqrt{80^2+4\times9\times100}}{9}=\frac{100}{9}$,所以截得的弦长为 $\frac{100}{9}$. ………………………………… 10 分

注:此题也可转化为直角坐标方程,运用抛物线的定义求解.

23.【解题提示】(1)利用三个正数的算术平均数不小于其几何平均数;

(2)利用柯西不等式.

【证明】(1)因为 a,b,c 是正实数,所以 $\frac{a+b+c}{3}\geqslant\sqrt[3]{abc}$,

所以 $\sqrt[3]{abc}\leqslant 1$(当且仅当 $a=b=c=1$ 时等式成立),即 $abc\leqslant 1$; …………………………………… 5 分

(2)因为 $(4a^2+4b^2+c^2)\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+1\right)$

$\geqslant\left(2a\times\frac{1}{2}+2b\times\frac{1}{2}+c\times1\right)^2$

$=(a+b+c)^2=9$,

所以 $(4a^2+4b^2+c^2)\times\frac{3}{2}\geqslant 9$,

即 $4a^2+4b^2+c^2\geqslant 6$. …………………………… 10 分