

班级

姓名

学校

密封线内不得答题

绝密★启用前

“高考研究831重点课题项目”陕西省联盟学校2023年第一次大联考

数学（理科）试题

注意事项：

- 1.答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上，并将自己的姓名、准考证号、座位号填写在本试卷上。
- 2.回答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。涂写在本试卷上无效。
- 3.作答非选择题时，将答案书写在答题卡上，书写在本试卷上无效。
- 4.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 集合 $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $C_A B = \{-1, 0, 2\}$, 则 $B =$ ()
A. $\{-2\}$ B. $\{1\}$ C. $\{-2, 1\}$ D. $\{-2, 0, 2\}$
2. 在复平面内，复数 z 与 $\frac{2}{1-i}$ 对应的点关于实轴对称，则 z 等于 ()
A. $1+i$ B. $-1-i$ C. $-1+i$ D. $1-i$
3. 下列说法中正确的是 ()
A. 回归直线方程为 $y = 1.23x + 0.08$, 则样本点的中心可以为 $(4, 5)$
B. 采用系统抽样，从 800 名学生中抽取一个容量为 40 的样本，则分组的组距为 40
C. “ $a > b$ ” 是 “ $a^2 > b^2$ ” 成立的充分不必要条件
D. 命题 $p: \forall x \in \mathbf{R}, 2^x > 0$, 则 $\neg p: \exists x_0 \in \mathbf{R}, 2^{x_0} < 0$
4. 二项式 $(x+1)^n (n \in \mathbf{N}^*)$ 的展开式中 x^3 项的系数为 10, 则 $n =$ ()
A. 8 B. 6 C. 5 D. 10
5. 已知 $x, y \in (0, +\infty)$, $2^{x-6} = \left(\frac{1}{4}\right)^y$, 则 xy 的最大值为 ()
A. $\frac{9}{2}$ B. $\frac{9}{8}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{9}{4}$
6. 某学校拟派 2 名语文老师、3 名数学老师和 3 名体育老师共 8 人组成两个支教分队，平均分到甲、乙两个村进行义务支教，其中每个分队都必须有语文老师、数学老师和体育老

师，则不同的分配方案有（ ）

- A. 72 种 B. 36 种 C. 24 种 D. 18 种

7. 已知圆 $C: x^2 + y^2 - 4x + 8y = 0$ 关于直线 $3x - 2ay - 22 = 0$ 对称，则圆 C 中以 $(\frac{a}{2}, -\frac{a}{2})$ 为中点的弦长为（ ）

- A. $2\sqrt{5}$ B. $\sqrt{5}$ C. $\sqrt{10}$ D. $2\sqrt{10}$

8. 在 xOy 平面内，双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 ，过左顶点 A 且斜率为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 的直线与渐近线在第一象限的交点为 M ，若 $2|MO| = |F_1F_2|$ ，则该双曲线的离心率是（ ）

- A. $\sqrt{2}$ B. $\frac{\sqrt{21}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{13}}{3}$ D. $\frac{5}{3}$

9. 在 $\triangle ABC$ 中，如果 $\cos(2B+C) + \cos C < 0$ ，那么 $\triangle ABC$ 的形状为（ ）

- A. 钝角三角形 B. 直角三角形 C. 锐角三角形 D. 不能确定

10. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，且 $\frac{\cos B}{b} + \frac{\cos C}{c} = \frac{\sin A}{\sin C}$ ，则 b 的值为（ ）

- A. 1 B. $\sqrt{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. 2

11. 函数 $f(x) = \sin(\omega x + \frac{\pi}{3}) (\omega > 0)$ 在 $[0, 1]$ 上有唯一的极大值，则 $\omega \in$ （ ）

- A. $[\pi, \frac{13\pi}{6}]$ B. $[\pi, \frac{13\pi}{6})$ C. $[\frac{\pi}{6}, \frac{13\pi}{6}]$ D. $[\frac{13\pi}{6}, \frac{25\pi}{6})$

12. 已知偶函数 $f(x)$ 满足 $f(x) = f(8-x)$ ，且当 $x \in (0, 4]$ 时， $f(x) = \frac{\ln(2x)}{x}$ ，关于 x 的不等式 $f^2(x) + af(x) > 0$ 在 $[-20, 20]$ 上有且只有 30 个整数解，则实数 a 的取值范围是（ ）

- A. $(-\ln 2, -\frac{1}{3}\ln 6)$ B. $(-\ln 2, -\frac{1}{3}\ln 6]$ C. $(-\frac{1}{3}\ln 6, -\frac{3\ln 2}{4})$ D. $(-\frac{1}{3}\ln 6, -\frac{3\ln 2}{4}]$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. 曲线 $y = e^{-5x} + 2$ 在 $(0, 3)$ 处的切线方程为_____.

14. 设数列 $\{a_n\}$ ， $\{b_n\}$ 均为等差数列，它们的前 n 项和分别为 S_n ， T_n ，若 $\frac{S_n}{T_n} = \frac{2n-3}{3n+4}$ ，则 $\frac{a_7}{b_7} =$ _____.

15. 点 A, B 是抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 上的两点, F 是抛物线 C 的焦点, 若 $\angle AFB = 120^\circ$, AB 中点 D 到抛物线 C 的准线的距离为 d , 则 $\frac{|AB|}{d}$ 的最小值为_____.

16. 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, $AP = 2$, 点 M 是矩形 $ABCD$ 内 (含边界) 的动点, 且 $AB = 1$, $AD = 3$, 直线 PM 与平面 $ABCD$ 所成的角为 $\frac{\pi}{4}$, 当三棱锥 $P-ABM$ 的体积最小时, 三棱锥 $P-ABM$ 的外接球的体积为_____.

三、解答题: 共70分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第17~21题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第22、23题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 60分

17. (12分) 数列 $\{a_n\}$ 为正项数列, $a_1 = 4$, $\forall n \in \mathbf{N}_+$, $a_{n+1}^2 - 2a_n^2 = a_n a_{n+1}$

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 若数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = \frac{1}{\log_2 a_n \cdot \log_2 a_{n-1}}$, T_n 为数列 $\{b_n\}$ 的前项和, 求证: $T_n < 1$.

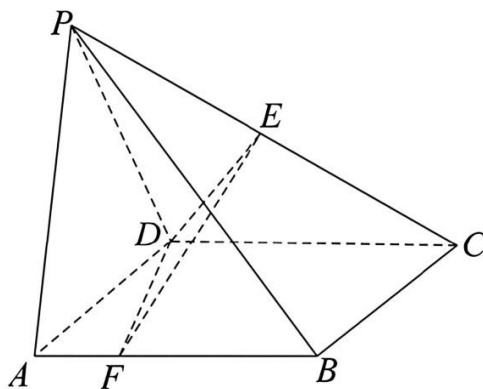
18. (12分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是正方形, $AD = PD = 2$, $PA = 2\sqrt{2}$, $\angle PDC = 120^\circ$, 点 E 为线段 PC 的中点, 点 F 在线段 AB 上.

(I) 若 $AF = \frac{1}{2}$, 求证: $CD \perp EF$;

(II) 设平面 DEF 与平面 DPA 所成二面角的平面角为 θ , 试确定点 F 的位置, 使得

$$\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{4}.$$



19. (12分)

中国职业男篮 CBA 总决赛采用七场四胜制, 即若有一队先胜四场, 则此队为总冠军, 比赛就此结束. 现甲、乙两支足球队进行总决赛, 因两队实力相当, 每场比赛两队获胜的可能性均为 $\frac{1}{2}$. 据以往资料统计, 第一场比赛可获得门票收入 400 万元, 以后每场比赛门票收

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

