数　学(文科)

审校、制作:湖南炎德文化实业有限公司

由 江西九江一中;江西南昌二中;江西师大附中;江西吉安一中;江西新余一中;江西宜春中学;江西高安中学;江西浮梁一中;河南实验中学;广西柳州高级中学;江西宜春一中;湖南名校 联合命题

命题学校:江西宜春一中　审题学校:江西宜春一中

学校________ 班级________ 姓名________ 学号________

密　封　线　内　不　要　答　题

本试卷共6页。时量120分钟。满分150分。

第Ⅰ卷

一、选择题:本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 设集合 $M=\{a\mid -1<a\leqslant 3,a\in \mathbf{Z}\}$,$N=\{-1,0,1,2,3\}$,则 $M\cap N=$

A. $\{a\mid -1<a\leqslant 2\}$　　B. $\{0,1,2\}$

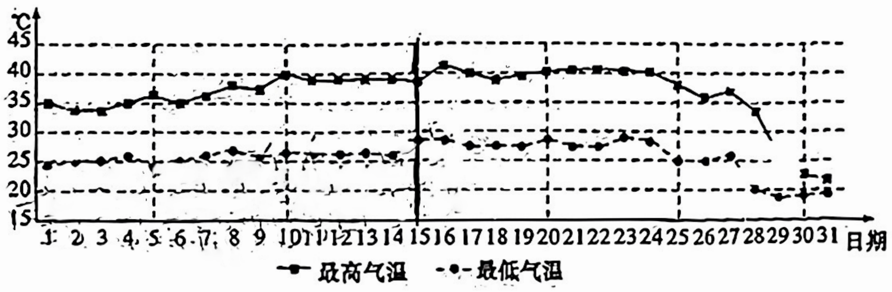
C. $\{-1,0,1,2,3\}$　　D. $\{0,1,2,3\}$

2. 若复数 $z=a^2-4+(a+2)\mathrm{i}(a\in\mathbf{R})$ 为纯虚数,则 a 的值为

A. -2 或 2　　B. 2

C. 0 或 2　　D.

3. 某地区2022年夏天迎来近50年来罕见的高温极端天气,当地气象部门统计了八月份每天的最高气温和最低气温,得到如下图表:



根据图表判断,以下结论正确的是

A. 8月每天最低气温的极差大于15 ℃

B. 8月每天最高气温的平均数高于40 ℃

C. 8月前15天每天最高气温的方差大于后16天最高气温的方差

D. 8月每天最高气温的方差大于每天最低气温的方差

切，则 $m=$

A. 2　　B. $\sqrt{3}$　　C. 1　　D. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

5. 已知第二象限角 α 的终边上有两点 $A(-1,a)$，$B(b,2)$，且 $\cos\alpha+3\sin\alpha=0$，则 $b-3a=$

A. -7　　B. -5　　C. 5　　D. 7

6. 已知 $a=\log_{[illegible]}9$，$b=\log_{3}$[illegible]，$c=\sqrt[3]{e}$，则 a,b,c 的大小关系为

A. $c<a<b$　　B. $a<b<c$

C. $b<a<c$　　D. $c<b<a$

7. 在平面直角坐标系中，已知两定点 $A(2,0)$，$B(0,2)$. 以下各曲线：①$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{2}=1$；②$(x-2)^2+y^2=2$；③$y^2=4x$；④$x^2-y^2=4$ 中，满足存在两个不同的点 M、N，使得 $|MA|=|MB|$ 且 $|NA|=|NB|$ 的曲线是

A. ①②　　B. ③④　　C. ②④　　D. ①③

8. 南宋数学家杨辉为我国古代数学研究作出了杰出贡献，他的著名研究成果“杨辉三角”记录于其重要著作《详解九章算法》，该著作中的“垛积术”问题介绍了高阶等差数列. 以高阶等差数列中的二阶等差数列为例，其特点是从数列中的第二项开始，每一项与前一项的差构成等差数列. 若某个二阶等差数列的前 4 项为 1，[illegible]，7，13，则该数列的第 11 项为

A. 111　　B. 110　　C. 101　　D. 100

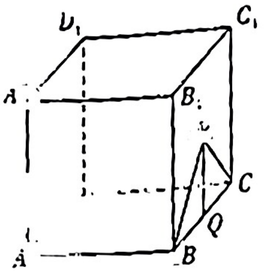
9. 函数 $f(x)=1+\sin(\pi-\pi x)+x\cos\left(\dfrac{\pi}{2}+\pi x\right)$ 在区间 $[-3,5]$ 上的所有零点之和为

A. 6　　B. 8　　C. 12　　D. 16

10. 若函数 $f(x)=\dfrac{x^2-ax+a}{-e^x}$ 的极值点均不大于 2，且在区间 $(1,3)$ 上有最小值，则实数 a 的取值范围是

A. $(-\infty,4-e]$　　B. $(1,3)$

11. 如图所示，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 棱长为 2，点 P 为正方形 BCC_1B_1 内（不含边界）一动点，点 P 在运动过程中始终满足 $\frac{BP}{PC}=\sqrt{2}$.



①直线 BC_1 与点 P 的轨迹无公共点；

②存在点 P 使得 $PB\perp PC$；

③三棱锥 $P-BCD$ 体积最大值为 $\frac{4}{3}$；

④点 P 运动轨迹长为 $\frac{\sqrt{2}\pi}{2}$. 上述说法中正确的个数为

A. 1　　　B. 2　　　C. 3　　　D. 4

12. 已知 $a>0$，$f(x)=e^x-ax$，$g(x)=\ln x-x+\ln a$，若 $f(x)\geqslant g(x)$ 恒成立，则 a 的最大值为

A. $\frac{e}{4}$　　　B. $\frac{e}{2}$　　　C. e　　　D. 2e

第Ⅱ卷

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(-1,2)$，$\boldsymbol{b}=(t,1)$，若 $(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{a}$，则实数 t 的值为

14. 若实数 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x-y+1\geqslant0,\\2x-y\leqslant0,\\y\geqslant0,\end{cases}$ 则 $z=|3x-y-2|$ 的最大值为________.

15. 已知函数 $y=\sqrt{\frac{1-x}{1+2x}}$ 的定义域为 D，则 $y=\frac{4x^2-2x+2}{2x-1}$ 在 $x\in D$ 上的值域为________.

16. 已知函数 $y=f(x)$，对任意实数 x_1,x_2 均满足 $f(x_1x_2)=x_1f(x_2)+x_2f(x_1)$，$f(2)=2$，且数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ 满足 $a_n=\frac{f(2^n)}{2^n}$，$b_n=\frac{f(2^n)}{n}$，则下列说法正确的有

①数列 $\{a_n\}$ 为等比数列；②数列 $\{b_n\}$ 为等差数列；

③若 S_n 为数列 $\{a_n\cdot b_n\}$ 的前 n 项和，则 $S_n=(n-1)2^{n+1}+2$；

④若 T_n 为数列 $\left\{\frac{1}{a_n\cdot\log_2 b_{n+1}}\right\}$ 的前 n 项和，则 $T_n<1$；

⑤若 R_n 为数列 $\{\sqrt{a_n\cdot\log_2 b_{n+1}}\}$ 的前 n 项和，则 $R_n<\frac{n^2+n}{2}$.

三、解答题：本大题共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

（一）必考题：共 60 分.

17.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin 2x+\cos 2x-1(x\in \mathbf{R})$.

（1）写出函数 $f(x)$ 的最小正周期和单调递增区间；

（2）在 $\triangle ABC$ 中，角 A、B、C 所对的边分别是 a、b、c，若 $f(B)=0$，$S_{\triangle ABC}=\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$，且 $a+c=4$，求$\triangle ABC$ 的周长.

18.（本小题满分 12 分）

2022 年 12 月 18 日，第二十二届世界杯足球赛决赛在中东国家卡塔尔境内举行，最终阿根廷以 7：5 的比分战胜法国队，赢得本届世界杯冠军. 某校足球兴趣小组对该校学生是否观看过本届世界杯决赛的直播进行调查，从调查结果中随机抽取 50 份进行分析，得到数据如下表所示.

	观看过本届世界杯决赛直播	没有观看过本届世界杯决赛直播	总计
高三年级学生	20		26
非高三年级学生			[illegible]
总计			50

（1）补全 2×2 列联表；并判断是否有 99%的把握认为是否观看过本届世界杯决赛的直播与年级有关？

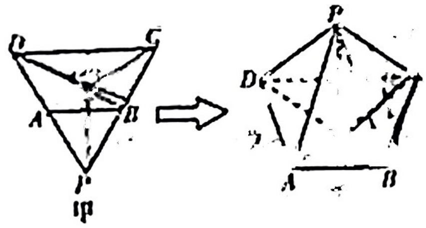
（2）现从抽取的观看过本届世界杯决赛的直播的人群中，按年级采用分层抽样的方法抽取 6 人，然后从这 6 人中随机抽取 2 人，求抽取的 2 人都为高三年级学生的概率.

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，$n=a+b+c+d$.

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.05	0.01	0.001
k_0	3.841	6.635	10.828

19.（本小题满分 12 分）

在边长为 4 的等边$\triangle PCD$（如图甲）中，已知点 A，B 分别为 PD，PC 的中点，现将$\triangle PAB$ 沿直线 AB 翻折，使点 P 在底面 $ABCD$ 的射影刚好为对角线 AC 与 BD 的交点 H，连接 PC，PD 得到四棱锥 $P-ABCD$（如图乙）.



（1）求证：平面 $PBC\perp$ 平面 PBD.

（2）求四棱锥 $P-HBC$ 的体积.

20.（本小题满分 12 分）

过坐标原点 O 作圆 C：$(x+2)^2+y^2=3$ 的两条切线，设切点为 P，Q，直线 PQ 恰为抛物线 E：$y^2=2px$，$(p>0)$ 的准线.

（1）求抛物线 E 的标准方程；

（2）过圆 C 上的动点 T 作两直线 l_1，l_2 分别交抛物线 E 于两点 A，M 和 B，N 满足：$\overrightarrow{TA}=2\overrightarrow{TM}$，$\overrightarrow{TB}=2\overrightarrow{TN}$，设 AB 中点为 D.

（i）求直线 TD 的斜率；

（ii）设$\triangle TAB$ 面积为 S，求 S 的最大值.

21.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=x\sin x+\cos x$，$x\in[-\pi,\pi]$.

（1）求 $f(x)$ 的单调区间与最值；

（2）若存在 $x_0\in[0,\pi]$，使得不等式 $x_0\sin x_0-ax_0\geq a-\cos x_0$ 成立，求实数 a 的取值范围.

（二）选考题：共 10 分．请考生在 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分．

22.（本小题满分 10 分）[选修 4—4：坐标系与参数方程]

在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=\frac{1}{2}\left(\lambda+\frac{1}{\lambda}\right), \\ y=\frac{\sqrt{3}}{2}\left(\lambda-\frac{1}{\lambda}\right), \end{cases}$（$\lambda$ 为参数）．

(1) 求曲线 C 的直角坐标方程；

(2) 已知点 $M(2,0)$，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x=2+t, \\ y=t, \end{cases}$（$t$ 为参数，$t\in\mathbf{R}$），且直线 l 与曲线 C 交于 A、B 两点，求 $\frac{1}{|MA|}+\frac{1}{|MB|}$ 的值．

23.（本小题满分 10 分）[选修 4—5：不等式选讲]

已知正数 a,b,c 满足 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1$，证明：

(1) $abc\geqslant27$；

(2) $\frac{b+c}{\sqrt{a}}+\frac{a+c}{\sqrt{b}}+\frac{a+b}{\sqrt{c}}\geqslant2\sqrt{abc}$．