哈三中 2021—2022 学年度上学期
高三学年期末考试数学（理）试卷

本试卷共 23 题，共 150 分，共 6 页，考试时间 120 分钟.

注意事项： 1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚.

2. 选择题必须使用 2B 铅笔填涂，非选择题必须使用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整，字迹清楚.

3. 请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效，在草稿纸、试题卷上答题无效.

4. 保持卡面清洁，不得折叠、不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、刮纸刀.

第 I 卷（选择题，共 60 分）

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分． 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 若经过点$(3,a)$、$(-2,0)$的直线与经过点$(3,-4)$且斜率为-2的直线垂直，则a的值为

A．10　　B．$\frac{2}{5}$　　C．$\frac{5}{2}$　　D．-10

2. 设集合$A=\{0,1,2,4\}$，$B=\{y\,|\,y=2^x，x\in A\}$，则$A\cap B=$

A．$\{0,1,2\}$　　B．$\{1,2,4\}$　　C．$\{1,2\}$　　D．$\{0,1,2,4\}$

3. 在等差数列$\{a_n\}$中，$a_3=5,a_5=3$，其前n项和为S_n，则S_{10}的值为

A．25　　B．55　　C．100　　D．-55

4. 设函数$f(x)$定义域为R，若$f(x+2)$，$f(x-2)$都为奇函数，则下面结论成立的是

A．$f(x)$为奇函数　　B．$f(x)$为偶函数

C．$f(x)=f(x+4)$　　D．$f(x+6)$为奇函数

5. 长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$AB=BC=1$，$AA_1=\sqrt{3}$，异面直线AD_1与DB_1所成角的余弦值为

A．$\frac{\sqrt{5}}{4}$　　B．$\frac{\sqrt{5}}{6}$　　C．$\frac{\sqrt{5}}{5}$　　D．$\frac{\sqrt{2}}{2}$

6. 已知直角ΔABC的两直角边长为a，b，斜边长为c，则直线$ax+by-2c=0$被圆$x^2+y^2=8$所截得的弦长为

A．$2\sqrt{2}$　　B．4　　C．$4\sqrt{2}$　　D．2

7. 已知函数 $f(x)=\sqrt{3}\cos(\omega x-\frac{\pi}{2})-\cos\omega x(0<\omega<3)$ 的图象过点 $P(\frac{\pi}{3},0)$，若要得到一个偶函数的图象，则需将函数 $f(x)$ 的图象

A. 向左平移 $\frac{2\pi}{3}$ 个单位长度　　B. 向右平移 $\frac{2\pi}{3}$ 个单位长度

C. 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度　　D. 向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度

8. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=76, a_{n+1}-a_n=2n$，则 $\frac{a_n}{n}$ 的最小值为

A. $\frac{33}{2}$　　B. $4\sqrt{19}$　　C. $4\sqrt{19}-1$　　D. $\frac{148}{9}$

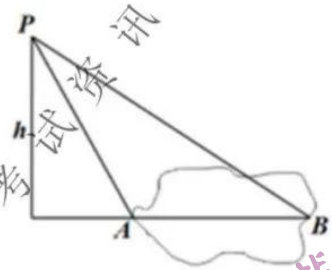
9. 如图，为测量某公园内湖岸边 A,B 两处的距离，一无人机在空中 P 点处测得 A,B 的俯角分别为 α,β，此时无人机的高度为 h，则 AB 的距离为

A. $h\sqrt{\frac{1}{\sin^2\alpha}+\frac{1}{\sin^2\beta}-\frac{2\cos(\alpha-\beta)}{\sin\alpha\sin\beta}}$

B. $h\sqrt{\frac{1}{\sin^2\alpha}+\frac{1}{\sin^2\beta}+\frac{2\cos(\alpha-\beta)}{\sin\alpha\sin\beta}}$

C. $h\sqrt{\frac{1}{\cos^2\alpha}+\frac{1}{\cos^2\beta}-\frac{2\cos(\alpha-\beta)}{\cos\alpha\cos\beta}}$

D. $h\sqrt{\frac{1}{\cos^2\alpha}+\frac{1}{\cos^2\beta}+\frac{2\cos(\alpha-\beta)}{\cos\alpha\cos\beta}}$



10. 已知函数 $f(x)=-x^3+ax^2-4$ 在 $x=2$ 处取得极值，若 $m,n\in[-1,1]$，则 $f(m)+f'(n)$ 的最小值是

A. -15　　B. -13　　C. 10　　D. 15

11. 已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2，下顶点为 A，直线 AF_2 与椭圆 C 的另一个交点为 B，若 ΔBF_1A 为等腰三角形，则椭圆 C 的离心率为

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

12. 已知 $f(x)=\frac{e^x}{x}$，$a=\left(\frac{2}{3}\right)^{-\frac{1}{4}}$，$b=\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{5}}$，$c=\log_2\frac{2}{3}$，则 $f(a)$，$f(b)$，$f(c)$ 的大小关系为

A. $f(c)<f(b)<f(a)$　　B. $f(b)<f(a)<f(c)$

C. $f(c)<f(a)<f(b)$　　D. $f(b)<f(c)<f(a)$

第Ⅱ卷（非选择题，共 90 分）

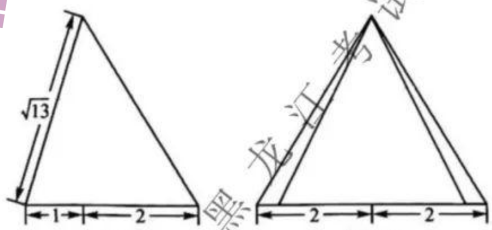
二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．将答案填在答题卡相应的位置上．

13. 双曲线 $x^2-\frac{y^2}{m}=1(m>0)$ 的离心率为 2，则它的一个焦点到一条渐近线的距离为_____．

14. 已知点 $P(-3,5)$，$Q(2,9)$，向量 $\vec{m}=(2\lambda-1,\lambda+1)$，若 $\overrightarrow{PQ}\,//\,\vec{m}$，则实数 $\lambda=$____．

15. 在锐角 ΔABC 中，$\cos A=\frac{1}{3}$，$AC=\sqrt{3}$，ΔABC 的面积为 $\sqrt{2}$，则 $BC=$_________．

16. 已知某圆锥被一过该圆锥顶点的平面所截得到的几何体的正视图与侧视图如图所示，若该圆锥的顶点与底面圆周都在球 O 的球面上，则球 O 的表面积为________．



正视图　　侧视图

三、解答题：共 70 分．解答应写出必要的文字说明，证明过程或演算步骤．第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答．

17. （本小题 12 分）ΔABC 中，内角 A,B,C 所对的边长分别为 a,b,c，已知 $\sin^2 B+\sin^2 C=\sin^2 A+\sin B\sin C$．

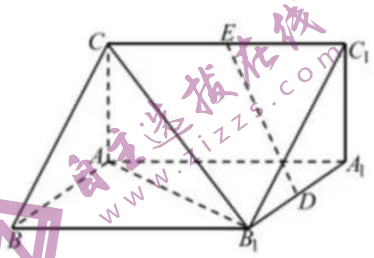
(Ⅰ) 求角 A 的大小；

(Ⅱ) 求 $2\cos^2 B+\cos(B-C)$ 的取值范围．

18.（本小题 12 分）如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，侧面 ACC_1A_1 为矩形，且侧面 $ACC_1A_1\perp$ 侧面 ABB_1A_1，D,E 分别为棱 A_1B_1，CC_1 的中点，$A_1B_1\perp DE$．

(Ⅰ) 证明：$A_1B_1\perp$ 平面 AB_1C；

(Ⅱ) 若 $AC=1$，$AB=AB_1=2$，求二面角 B_1-DE-C 的余弦值．



19.（本小题 12 分）已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，$a_1>1$，若 $2S_n=(n+1)a_n$，且 a_2-1，a_4-2，a_6 成等比数列．

(Ⅰ) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(Ⅱ) 设 $b_n=\dfrac{4}{a_na_{n+1}}+2^{a_n}$，数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n，求 T_n．

20.（本小题 12 分）设函数 $f(x)=x-a\ln x-\dfrac{2}{x}(a\in R,a>0)$．

(Ⅰ) 讨论 $f(x)$ 的单调性；

(Ⅱ) 若 $f(x)$ 有两个极值点 x_1 和 x_2，记过点 $A(x_1,f(x_1)),B(x_2,f(x_2))$ 的直线的斜率为 k，问：是否存在 a，使得 $k=2-a$？若存在，求出 a 的值，若不存在，请说明理由．

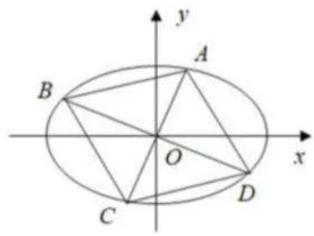
21.（本小题 12 分）已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1、F_2，椭圆 C 过点 $P(1,\frac{\sqrt{2}}{2})$，直线 PF_1 交 y 轴于 Q，且 $\overrightarrow{PF_2}=2\overrightarrow{QO}$，$O$ 为坐标原点.

（Ⅰ）求椭圆 C 的方程；

（Ⅱ）如图，菱形 $ABCD$ 内接于椭圆 C，菱形中心在坐标原点.

①求 $\frac{1}{|OA|^2}+\frac{1}{|OB|^2}$ 的值；

②求菱形 $ABCD$ 面积的最小值.



选考题：共 10 分．请考生在第 22、23 题中任选一题作答．如果多做，则按所做的第一题计分．

选修 4—4：坐标系与参数方程

22. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x=1+\sqrt{2}\cos\varphi \\ y=1+\sqrt{2}\sin\varphi \end{cases}$ (φ 为参数).以 O 为极点，x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho=1$，记曲线 C_1 与 C_2 公共弦所在直线为 l．

(Ⅰ) 求直线 l 的极坐标方程；

(Ⅱ) 设过 O 点的直线 l_0 与直线 l 交于点 M，与曲线 C_1 交于点 N (异于原点 O)，求 $|OM|\cdot|ON|$ 的值．

选修 4-5：不等式选讲

23. 已知函数 $f(x)=|x-a|+|x+2|$．

(Ⅰ) 若 $a=1$，解不等式 $f(x)\le x+3$；

(Ⅱ) 若 $a>0,b>0,c>0$，且 $f(x)$ 的最小值为 $4-b-c$，求证：$\dfrac{1}{a+b}+\dfrac{1}{c}\ge 2$．