2024届贵州省六校联盟高考实用性联考卷（一）
数学参考答案

一、**单项选择题**（本大题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	B	A	B	B	C	C	D

【解析】

1．$z=\dfrac{1-\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}=-\mathrm{i}$，则$\bar{z}=\mathrm{i}$，所以$|z-\bar{z}|=|-2\mathrm{i}|=2$，故选C．

2．由$M=\{x\in\mathbf{N}\,|\log_2 x\leqslant 2\}=\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$，$N=\{x\in\mathbf{R}\,||x-1|<3\}=\{x|-2<x<4\}$，则$M\cap N=\{1,\ 2,\ 3\}$，故选B．

3．由题意知$\dfrac{\mathrm{C}_4^2\cdot\mathrm{C}_2^2}{\mathrm{A}_2^2}\cdot\mathrm{A}_2^2=6$，故选A．

4．由函数$y=\lg\dfrac{x-1}{x+1}$的定义域为$(-\infty,\ -1)\cup(1,\ +\infty)$，且$y=\lg\dfrac{x-1}{x+1}$为奇函数，又$f(x)=2^{x^2-ax}\cdot\lg\dfrac{x-1}{x+1}$为奇函数，则$y=2^{x^2-ax}$为偶函数，故$a=0$，故选B．

5．点A，B关于原点对称，设$A(x_0,\ y_0)$，$B(-x_0,\ -y_0)$，$P(x,\ y)$，由点差法$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$①，$\dfrac{x_0^2}{a^2}-\dfrac{y_0^2}{b^2}=1$②，①减②得$\dfrac{x^2-x_0^2}{a^2}=\dfrac{y^2-y_0^2}{b^2}$，则$\dfrac{y^2-y_0^2}{x^2-x_0^2}=\dfrac{b^2}{a^2}$，即$k_1\cdot k_2=e^2-1$，又由$e=\sqrt{2}$，则$k_1\cdot k_2=1$，故选B．

6．由函数$f(x)=\lg(1-ax)$在区间$(0,\ 1)$上单调递减，则$y=1-ax$在区间$(0,\ 1)$上单调递减，且$1-ax>0$，故$0<a\leqslant 1$，故选C．

7．$\because B=2A$，$\therefore\dfrac{\sin A}{\sin B}=\dfrac{\sin A}{\sin 2A}=\dfrac{1}{2\cos A}$，$\because A$，$B$，$C$为锐角，$B=2A$，$A+B+C=\pi$，$\therefore\dfrac{\pi}{6}<A<\dfrac{\pi}{4}$，即$\dfrac{\sqrt{2}}{2}<\cos A<\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$\therefore\sqrt{2}<2\cos A<\sqrt{3}$，$\dfrac{\sqrt{3}}{3}<\dfrac{\sin A}{\sin B}<\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，故选C．

8．由$2^n\cdot a_n=2^{n+1}\cdot a_{n+1}-1$，则$2^{n+1}\cdot a_{n+1}-2^n\cdot a_n=1$，所以数列$\{2^n\cdot a_n\}$为等差数列，即$a_n=\dfrac{n+1}{2^n}$，$\{a_n\}$是单调递减数列，由$\dfrac{n+1}{2^n}<\dfrac{1}{5}$，得$n$的最小值为5，故选D．

二、**多项选择题**（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的四个选项中，有多个选项是符合题目要求的，全部选对的得 5 分，选对但不全的得 2 分，有选错的得 0 分）

题号	9	10	11	12
答案	BCD	ACD	ABC	BCD

【解析】

9．A．应用百分数的求法应该为7.5，所以错；B．根据定义正确；C．由在残差图中，残差点分布的水平带状区域越窄，说明模型的拟合精度越高即可判断正确；D．按离散型随机变量ξ的方差$D(\xi)$的性质判断，正确，故选BCD．

10．A选项，抛物线的标准方程为$x^2=\frac{1}{a}y$，准线为$y=-\frac{1}{2}$，则$a>0$，$2p=\frac{1}{a}$，$\frac{p}{2}=\frac{1}{4a}$，$\therefore y=-\frac{p}{2}=-\frac{1}{4a}=-\frac{1}{2}$，解得$a=\frac{1}{2}$，故A正确；又$F\left(0,\ \frac{1}{2}\right)$，过$F$作直线$l$交抛物线于$M$，$N$两点，显然$l$的斜率存在，设直线$l$的方程为$y=kx+\frac{1}{2}$，联立$\begin{cases} y=kx+\frac{1}{2}, \\ y=\frac{1}{2}x^2, \end{cases}$整理得$x^2-2kx-1=0$，$\Delta=4k^2+4>0$恒成立，设$M(x_1,\ y_1)$，$N(x_2,\ y_2)$，则$x_1+x_2=2k$，$x_1x_2=-1$，$|MN|=\sqrt{1+k^2}\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\sqrt{1+k^2}\sqrt{4k^2+4}=2(k^2+1)$；B选项，若直线$l$经过点$(-1,\ 0)$，则$k=\frac{1}{2}$，$|MN|=\frac{5}{2}$，故B错误；C选项，当$k=0$时，$|MN|$的最小值为2，故C正确；D选项，$\because \overrightarrow{FN}=3\overrightarrow{MF}$，$\therefore -3x_1=x_2$，又$x_1x_2=-1$，$x_1<0$，$x_2>0$，解得$x_1=-\frac{\sqrt{3}}{3}$，又因为$x_1+x_2=2k$，所以$k=\frac{\sqrt{3}}{3}$，故D正确，故选ACD．

11．由$f(x)$的图象可知$f(x)$在$(-\infty,\ -1)$和$(3,\ +\infty)$上单调递增，在$(-1,\ 3)$上单调递减，$f(x)$在$x=-1$处取得极大值，在$x=3$处取得极小值，又$f'(x)=3ax^2+2bx+c$，即$x=-1$和$x=3$为方程$3ax^2+2bx+c=0$的两根且$a>0$，$\therefore$由韦达定理得$-1+3=-\frac{2b}{3a}$，$-1\times 3=\frac{c}{3a}$，$\therefore b=-3a<0$，$c=-9a<0$，$b+c<0$，$bc>0$，故A正确，B正确；$\therefore 3a+2b+c=3a-6a-9a=-12a<0$，$a+b+c=a-3a-9a=-11a<0$，故C正确，D错误，故选ABC．

12．对于A，闯第1关时，$2^n+n=2^1+1=3$，满足条件的点数有4，5，6三种情况，所以挑战第1关通过的概率为$p_1=\frac{1}{2}$，故A错误；对于B，直接挑战第2关，则$2^n+n=2^2+2=6$，所以投掷两次点数之和应大于6，即点数为(1，6)，(2，5)，(2，6)，…，(6，6)共21种情况，故直接挑战第2关并过关的概率为$p_2=\frac{1+2+3+4+5+6}{6\times6}=\frac{7}{12}$，故选项B正确；对于C，连续挑战前两关并过关的概率为$p=p_1p_2=\frac{1}{2}\times\frac{7}{12}=\frac{7}{24}$，故选项C正确；对于D，由题意可知，抛掷3次的基本事件有$6^3=216$个，抛掷3次至少出现一个5点的基本事件共有$6^3-5^3=216-125=91$个，故$P(B)=\frac{91}{216}$，而事件AB包括：含5，5，5的1个，含4，5，6的有6个，一共有7个，故$P(AB)=\frac{7}{216}$，所以$P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{7}{216}\times\frac{216}{91}=\frac{1}{13}$，故D正确，故选BCD．来源：高三答案公众号

三、填空题（本大题共4小题，每小题5分，共20分）

题号	13	14	15	16
答案	$2\sqrt{3}$	$4-2\sqrt[3]{4}$	$\sqrt{2}$	$\left[\frac{14\pi}{3},\frac{29\pi}{6}\right)$

【解析】

13．由$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{a}$，则$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}^2+\boldsymbol{ab}=0$，由$|\boldsymbol{a}|=1,|\boldsymbol{b}|=2$，则$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-1$，则$|2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=\sqrt{4\boldsymbol{a}^2+\boldsymbol{b}^2-4\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}=\sqrt{4\times1+2^2-4\times(-1)}=2\sqrt{3}$．

14．设所截得的圆锥的底面半径为r，则截得该圆锥的高为$2r$，又$\pi\times2^2\times4\times\frac{1}{3}=\frac{16}{3}\pi$，所以$\pi\cdot r^2\times2r\times\frac{1}{3}=\frac{8}{3}\pi$，所以$r=\sqrt[3]{4}$，则所截的圆台的高为$4-2\sqrt[3]{4}$．

15．由题知圆C：$x^2+y^2-2y=0$的圆心为(0，1)，半径为1，如图1所示，$PA^2=PC^2-1$，$S_{四边形PBCA}=|PA||AC|\times\frac{1}{2}\times2=|PA|=\frac{1}{2}|PC||AB|$，当$|PC|$取最小值时，$|AB|$取最小值，此时$P(-1，0)$，则$|PA|=1,|PC|=\sqrt{2}$，则$|AB|_{\min}=\sqrt{2}$．

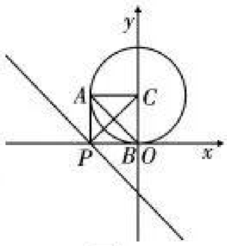

图1

16．由题知$T=\pi$，所以$\omega=2$，即$f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$，方程$\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)=a$有5个不同实数根，如图2，则$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=\frac{4\pi}{12}+\frac{28\pi}{12}+x_5\left(\frac{24\pi}{12}\leqslant x_5<\frac{26\pi}{12}\right)$，所以$\frac{56\pi}{12}\leqslant x_1+x_2+x_3+x_4+x_5<\frac{58\pi}{12}$，则5个零点之和的取值范围是$\left[\frac{14\pi}{3},\frac{29\pi}{6}\right)$.

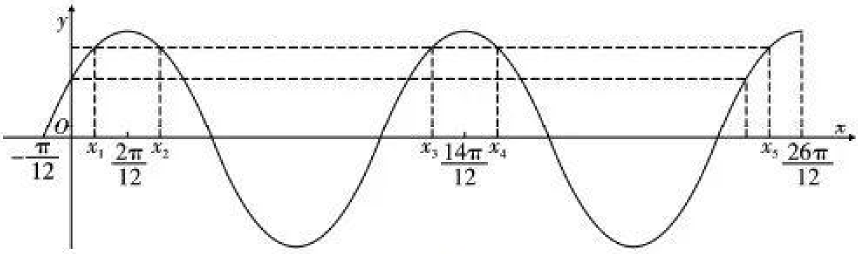

图2

四、解答题（共70分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17．（本小题满分10分）

解：（1）$b\sin C=\sqrt{3}c\sin\frac{B}{2}$，由正弦定理得：$\sin B\sin C=\sqrt{3}\sin C\sin\frac{B}{2}$，

因为$C\in(0,\ \pi)$，所以$\sin C\neq 0$，

故$\sin B=\sqrt{3}\sin\frac{B}{2}$，即$2\sin\frac{B}{2}\cos\frac{B}{2}=\sqrt{3}\sin\frac{B}{2}$，

因为$\frac{B}{2}\in\left(0,\ \frac{\pi}{2}\right)$，所以$\sin\frac{B}{2}\neq 0$，故$\cos\frac{B}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

$\therefore\frac{B}{2}=\frac{\pi}{6}$，$\therefore B=\frac{\pi}{3}$. ……………………………………………………（5分）

（2）利用中线的向量性质$2\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BA}$求解，

设AC的中点为D，则$2\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BA}$，两边同时平方得：

$4\overrightarrow{BD}^2=(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BA})^2=\overrightarrow{BC}^2+\overrightarrow{BA}^2+2\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{BA}$，

$\therefore 64=a^2+c^2+ac$①，

在$\triangle ABC$中，由余弦定理$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$得$36=a^2+c^2-ac$②，

①－②得$2ac=28$，$ac=14$，

$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}\times 14\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{7\sqrt{3}}{2}$. ………………………………………（10分）

18.（本小题满分 12 分）

（1）解：由 $3a_n^2+2a_na_{n-1}-a_{n-1}^2=0\ (n\geqslant 2)$，

得 $(3a_n-a_{n-1})(a_n+a_{n-1})=0$，

$\because \{a_n\}$ 的各项都为正数，$\therefore \dfrac{a_n}{a_{n-1}}=\dfrac{1}{3}\ (n\geqslant 2)$，

故$\{a_n\}$是首项为$\dfrac{1}{3}$，公比为$\dfrac{1}{3}$的等比数列，$\therefore a_n=\left(\dfrac{1}{3}\right)^n$． ……………………………（6 分）

（2）证明：由 $\dfrac{2}{\log_{\frac{1}{3}}a_n\cdot(\log_{\frac{1}{3}}a_n+2)}=\dfrac{2}{n(n+2)}=\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+2}$，

$$\therefore b_n=\begin{cases}\left(\dfrac{1}{3}\right)^n，n\text{为偶数，}\\[2mm] \dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+2}，n\text{为奇数，}\end{cases}$$

$\therefore S_{2n}=(b_1+b_3+\cdots+b_{2n-1})+(b_2+b_4+\cdots+b_{2n})$

$$=\left(1-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right)+\left[\left(\frac{1}{3}\right)^2+\left(\frac{1}{3}\right)^4+\cdots+\left(\frac{1}{3}\right)^{2n}\right]$$

$$=\left(1-\frac{1}{2n+1}\right)+\frac{\frac{1}{9}\left[1-\left(\frac{1}{9}\right)^n\right]}{1-\frac{1}{9}}=\frac{9}{8}-\frac{1}{2n+1}-\frac{1}{8}\left(\frac{1}{9}\right)^n<\frac{9}{8}.$$

……………………………………………………………………（12 分）

19.（本小题满分 12 分）

解：（1）三局就结束比赛的概率为 $f(p)=p^3+(1-p)^3$，

由 $f'(p)=3p^2-3(1-p)^2=6p-3$，

当 $0<p<\dfrac{1}{2}$，$f'(p)<0$；当 $\dfrac{1}{2}<p<1$，$f'(p)>0$，

所以，当 $p=\dfrac{1}{2}$ 时，$f(p)$ 取得最小值为 $\dfrac{1}{4}$． ……………………………………（6 分）

（2）由（1）知，$p=p_0=\dfrac{1}{2}$，

设实际比赛局数为 X，则 X 的可能取值为 3，4，5，

所以 $P(X=3)=\left(\dfrac{1}{2}\right)^3+\left(1-\dfrac{1}{2}\right)^3=\dfrac{1}{4}$，$P(X=4)=2\times C_3^2\left(\dfrac{1}{2}\right)^2\times\left(1-\dfrac{1}{2}\right)\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{8}$，

$P(X=5)=2\times C_4^2\left(\frac{1}{2}\right)^2\times\left(1-\frac{1}{2}\right)^2\times\frac{1}{2}=\frac{3}{8}$，

X	3	4	5
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$

$E(X)=3\times\frac{1}{4}+4\times\frac{3}{8}+5\times\frac{3}{8}=\frac{33}{8}$. ……………………………………………（12 分）

20.（本小题满分 12 分）

（1）证明：因为平面 $A_1D_1DA\perp$ 平面 $ABCD$，平面 $A_1D_1DA\cap$ 平面 $ABCD=AD$，

$AB\subset$ 平面 $ABCD$，$AB\perp AD$，所以 $AB\perp$ 平面 A_1D_1DA，

因为 $AB/\!/A_1B_1$，所以 $A_1B_1\perp$ 平面 A_1D_1DA，

又因为 $A_1D\subset$ 平面 A_1D_1DA，所以 $A_1B_1\perp A_1D$. ……………………………………（6 分）

（2）解：取 AD 的中点 O，连接 A_1O，如图 3.

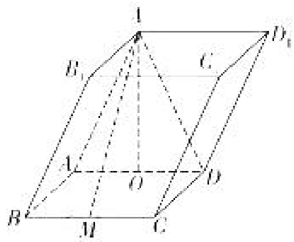

图 3

因为 $A_1A=A_1D$，所以 $A_1O\perp AD$，

又因为平面 $A_1D_1DA\perp$ 平面 $ABCD$，

平面 $A_1D_1DA\cap$ 平面 $ABCD=AD$，

所以 $A_1O\perp$ 平面 $ABCD$，

所以 A_1O 为四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的高，

设 $AB=a$，则 $AD=2a$，$OA_1=a$，

所以四棱柱的体积 $V=S_{\square ABCD}\times OA_1=a\times 2a\times a=2a^3=2$，解得 $a=1$，

以 A 为坐标原点，分别以 $\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AD}$ 为 x，y 轴的正方向建立空间直角坐标系 $A-xyz$，如图 4，

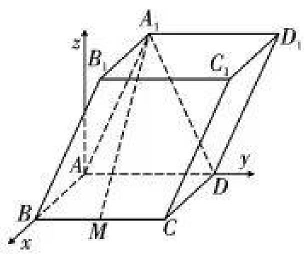

图 4

则 $A(0,\ 0,\ 0)$，$B(1,\ 0,\ 0)$，$M(1,\ 1,\ 0)$，$A_1(0,\ 1,\ 1)$，

$\overrightarrow{AA_1}=(0,\ 1,\ 1)$，$\overrightarrow{AB}=(1,\ 0,\ 0)$，

设平面 AA_1B 的一个法向量为 $\overrightarrow{n_1}=(x,\ y,\ z)$，

则 $\begin{cases}\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{AA_1}=0,\\ \overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{AB}=0,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}y+z=0,\\ x=0,\end{cases}$

令 $y=1$，则 $\overrightarrow{n_1}=(0,\ 1,\ -1)$，

同理可求平面 A_1BM 的一个法向量为 $\overrightarrow{n_2}=(1,\ 0,\ 1)$.

设二面角 $A-A_1B-M$ 的平面角为 $\theta\in[0,\ \pi]$，则 $|\cos\theta|=\dfrac{|\overline{n_1}\cdot\overline{n_2}|}{|\overline{n_1}|\cdot|\overline{n_2}|}=\dfrac{1}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{1}{2}$，

所以 $\sin\theta=\sqrt{1-\cos^2\theta}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，即二面角 $A-A_1B-M$ 的正弦值为 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$．

………………………………………………………………………（12 分）

21．（本小题满分 12 分）

解：（1）将点 $P(2,\ 1)$ 代入 C 得 $\dfrac{4}{a^2}+\dfrac{1}{a^2-6}=1$，

即 $a^4-11a^2+24=0$，解得 $a^2=3$（舍去）或 $a^2=8$，

$\because c^2=a^2-(a^2-6)=6$，

$\therefore C$ 的离心率 $e=\dfrac{c}{a}=\sqrt{\dfrac{c^2}{a^2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$． ……………………………………………（4 分）

（2）由（1）可知 C 的方程为 $\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{2}=1$，

设 l：$y=kx+m$，$A(x_1,\ kx_1+m)$，$B(x_2,\ kx_2+m)$，

将 $y=kx+m$ 代入 $\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{2}=1$ 消去 y 整理得 $(4k^2+1)x^2+8kmx+4m^2-8=0$，

$\Delta=(8km)^2-4(4k^2+1)(4m^2-8)>0$，则 $m^2<8k^2+2$，

$\therefore x_1+x_2=-\dfrac{8km}{4k^2+1}$，$x_1x_2=\dfrac{4m^2-8}{4k^2+1}$，

$\because$ 直线 PA，PB 关于直线 $x=2$ 对称，$\therefore k_{PA}+k_{PB}=0$，

$\therefore \dfrac{kx_1+m-1}{x_1-2}+\dfrac{kx_2+m-1}{x_2-2}=0$，

$\therefore 2kx_1x_2+(m-1-2k)(x_1+x_2)-4(m-1)=0$，

$\therefore 2k\cdot\dfrac{4m^2-8}{4k^2+1}+(m-1-2k)\left(-\dfrac{8km}{4k^2+1}\right)-4(m-1)=0$，

$4k^2+(2m-4)k+1-m=0$，

即 $(2k-1)(2k+m-1)=0$，$\therefore k=\dfrac{1}{2}$ 或 $2k+m-1=0$，

当 $2k+m-1=0$，直线 l 经过点 $P(2,\ 1)$，不符合题意，

$\therefore l$ 的斜率为 $\dfrac{1}{2}$． ……………………………………………（12 分）

22．（本小题满分 12 分）

（1）解：$f'(x)=\ln x+1+a$，……（1 分）

由题 $f'(1)=1+a=-1$，$f(1)=a+b=-1$，……（3 分）

$\therefore a=-2$，$b=1$.来源：高三答案公众号……（4 分）

（2）证明：由（1）知：$f(x)=x\ln x-2x+1$，$f'(x)=\ln x-1$.

当 $x\in(0,\ e)$ 时，$f'(x)<0$；当 $x\in(e,\ +\infty)$ 时，$f'(x)>0$.

$\therefore f(x)$ 在 $(0,\ e)$ 上单调递减，在 $(e,\ +\infty)$ 上单调递增．……（6 分）

$\because f\left(\dfrac{1}{e^2}\right)=1-\dfrac{4}{e^2}>0$，$f(e)=1-e<0$，$f(e^2)=1>0$，

由零点存在性定理可知：$f(x)$ 在 $(0,\ e)$ 和 $(e,\ +\infty)$ 上各存在唯一零点．

……（8 分）

不妨设 $0<x_1<e<x_2<e^2$，

由 $f(x_1)=f(x_2)=0$ 得 $2x_1-x_1\ln x_1=2x_2-x_2\ln x_2=1$，

$\because x_1\ln x_1<x_1\ln e=x_1$，

$\therefore 2x_1-x_1\ln x_1>x_1$，

$\therefore 2x_2-x_2\ln x_2>x_1$，

$\therefore 3x_2-x_2\ln x_2>x_1+x_2$，……（10 分）

设 $p(x)=3x-x\ln x$，$e<x<e^2$，

$\because$ 当 $e<x<e^2$ 时，$p'(x)=2-\ln x>0$，

$\therefore p(x)$ 在 $(e,\ e^2)$ 上单调递增，

$\therefore p(x)<p(e^2)=e^2$，……（11 分）

$\therefore x_1+x_2<e^2$.……（12 分）

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

微信搜一搜

自主选拔在线