

数学参考答案及评分标准

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题只有一个正确选项，每小题 3 分，共 36 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	A	C	D	A	D	B	C	A	C	B	D	B

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 2 分，共 8 分）

13. $x \neq 10$; 14. 540; 15. $(x+2)(x-2)$; 16. $\sqrt{15}$.

三、解答题（本大题共 8 小题，共 56 分）

17.（本小题满分 6 分）

解：原式 $= 1 + 4 - 1 + 3 - 1$ 5 分
 $= 6$ 6 分

18.（本小题满分 6 分）

证明：∵ C 是 BD 的中点，

∴ $BC = DC$ 2 分

在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle EDC$ 中，

$$\because \begin{cases} AB = ED, \\ BC = DC, \\ AC = EC, \end{cases}$$

∴ $\triangle ABC \cong \triangle EDC$ (SSS). 6 分

19. (本小题满分 7 分)

解: (1) 样本容量: $30 \div 30\% = 100$.

答: 本次被抽样调查的员工人数为 100 人. 4 分

(2) $\because 900 \times 30\% = 270$,

$\therefore$ 该公司意向前往保山市腾冲市的员工大约有 270 人.

答: 该公司总的员工数量为 900 人, 意向前往保山市腾冲市的员工大约有 270 人. 7 分

20. (本小题满分 7 分)

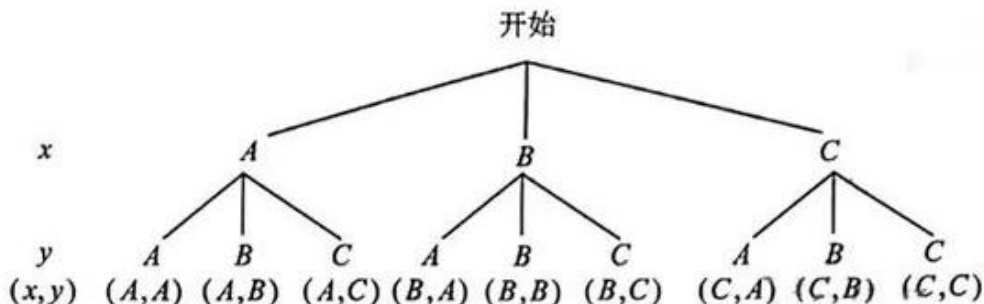
解: (1) 方法一, 由题意可列表如下,

$\begin{matrix} x \\ y \end{matrix}$	A	B	C
A	(A,A)	(B,A)	(C,A)
B	(A,B)	(B,B)	(C,B)
C	(A,C)	(B,C)	(C,C)

$\therefore$ 由表可知, (x,y) 可能出现的结果为: (A,A) 、 (B,A) 、 (C,A) 、 (A,B) 、 (B,B) 、 (C,B) 、 (A,C) 、 (B,C) 、 (C,C) , 它们出现的可能性相等, 一共有 9 种.

答: 所有可能出现的结果共有 9 种. 4 分

方法二，画树状图如下：



$\therefore (x,y)$ 可能出现的结果为： (A,A) 、 (A,B) 、 (A,C) 、 (B,A) 、 (B,B) 、 (B,C) 、 (C,A) 、 (C,B) 、 (C,C) ，它们出现的可能性相等，一共有9种。

答：所有可能出现的结果共有9种。4分

(2) 由表（或图）可以看出，甲、乙两名同学选择种植同一种蔬菜的情况有3种，

即 (A,A) 、 (B,B) 、 (C,C) 。

$$\therefore P = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}.$$

答：甲、乙两名同学选择种植同一种蔬菜的概率为 $\frac{1}{3}$ 。7分

21. (本小题满分7分)

解：(1) 设每顶A种型号帐篷的价格为x元，每顶B种型号帐篷的价格为y元。

由题意得 $\begin{cases} 2x + 4y = 5200, \\ 3x + y = 2800. \end{cases}$ 2分

解这个方程组，得 $\begin{cases} x = 600, \\ y = 1000. \end{cases}$

答：每顶A种型号帐篷的价格为600元，每顶B种型号帐篷的价格为1000元。

.....4分

(2) 设购买帐篷的总费用为 w 元, 购买 A 种型号帐篷 a 顶, 则购买 B 种型号帐篷

$(20-a)$ 顶, $w = 600a + 1000(20-a) = -400a + 20000$.

由题意得 $\begin{cases} 1 \leq a < 20, \\ a \leq \frac{1}{3}(20-a), \text{ 解得 } 1 \leq a \leq 5, \text{ 且 } a \text{ 是正整数.} \\ 1 \leq 20-a < 20, \end{cases}$ 6 分

$\because -400 < 0$,

$\therefore w$ 随 a 的增大而减小.

$\therefore$ 当 a 取最大值 5, $20-a = 20-5=15$ 时, w 取得最小值,

$w_{\text{最小}} = -400 \times 5 + 20000 = 18000$.

答: 当 A 种型号的帐篷购进 5 顶, B 种型号的帐篷购进 15 顶时, 购买帐篷的总费用最低, 最低总费用为 18000 元.7 分

22. (本小题满分 7 分)

(1) 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore \angle BAD = \angle DCB$, $BC \parallel AD$.

$\therefore \angle FAE = \angle BEA$.

$\because AE$ 、 CF 分别是 $\angle BAD$ 、 $\angle BCD$ 的平分线,

$\therefore \angle FAE = \frac{1}{2} \angle BAD$, $\angle FCE = \frac{1}{2} \angle BCD$.

$\therefore \angle FAE = \angle FCE$2 分

$\therefore \angle BEA = \angle FCE$.

$\therefore AE \parallel FC$.

又 $\because E$ 、 F 分别在边 BC 、 AD 上,

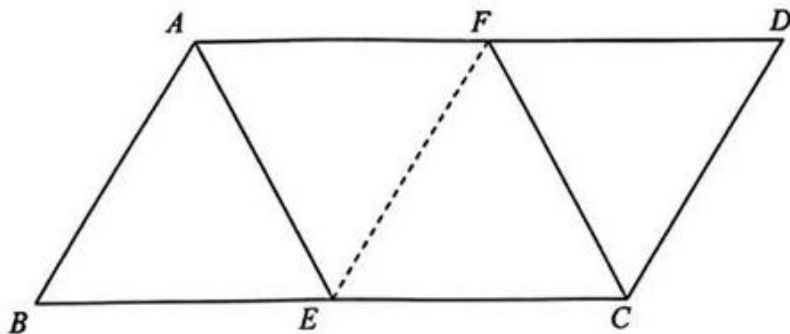
$\therefore EC \parallel AF$.

$\therefore$ 四边形 $AECF$ 是平行四边形.3 分

又 $\because AE = AF$,

$\therefore$ 四边形 $AECF$ 为菱形.4 分

(2) 解：连接 EF .



根据题意得， $\angle ABC = \angle CDA = 60^\circ$ ， $\angle BAD = 120^\circ$.

$\because AE$ 是 $\angle BAD$ 的平分线， $AE = AF$ ，

$\therefore \angle BAE = \angle EAF = 60^\circ$.

$\therefore \triangle ABE$ 、 $\triangle AEF$ 是等边三角形.

$\therefore AB = AE$.

$\therefore \triangle ABE$ 、 $\triangle AEF$ 是边长等于 AB 的等边三角形.

同理可证 $\triangle CDF$ 、 $\triangle CEF$ 是边长等于 CD 的等边三角形.

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形， $\therefore AB = CD$.

$\therefore \triangle ABE$ 、 $\triangle AEF$ 、 $\triangle CEF$ 、 $\triangle CDF$ 是边长等于 AB 的等边三角形.

由 $\triangle ABE$ 的面积等于 $4\sqrt{3}$ 得 $AB = 4$ ，且平行四边形 $ABCD$ 的面积

等于 $16\sqrt{3}$ 6分

设平行线 AB 与 CD 间的距离为 h ，则 $AB \times h = 4h = 16\sqrt{3}$ ，解方程得 $h = 4\sqrt{3}$.

$\therefore$ 平行线 AB 与 CD 间的距离为 $4\sqrt{3}$ 7分

23. (本小题满分 8 分)

解: (1) 直线 EA 与 $\odot O$ 相切.1 分

理由如下: 连接 OA .

$\because BC$ 是 $\odot O$ 的直径, A 是 $\odot O$ 上异于 B 、 C 的点,

$\therefore \angle BAC = 90^\circ$.

$\because EA \perp CD$,

$\therefore \angle ADC = 90^\circ$.

$\because DA \cdot AC = DC \cdot AB$,

$$\therefore \frac{DA}{AB} = \frac{DC}{AC}.$$

又 $\because \angle BAC = \angle ADC$,

$\therefore \triangle BAC \sim \triangle ADC$.

$\therefore \angle BCA = \angle ACD$.

$\because OA = OC$,

$\therefore \angle OAC = \angle BCA$.

$\therefore \angle OAC = \angle ACD$.

$\therefore OA \parallel CD$.

$\therefore \angle EAO = \angle ADC$.

$\therefore \angle EAO = 90^\circ$2 分

$\therefore OA \perp AE$.

$\because OA$ 是 $\odot O$ 的半径,

$\therefore EA$ 与 $\odot O$ 相切, 切点为 A3 分

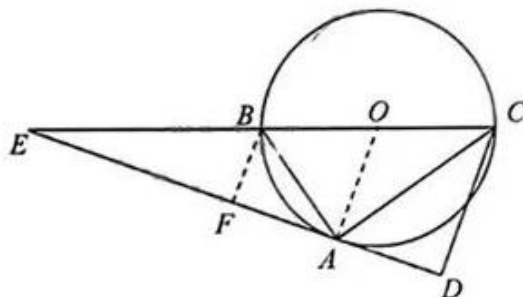
(2) 过 B 作 $BF \perp EA$ 于 F .

$\because BC = BE$, $BO = OC$,

$$\therefore \frac{EC}{BE} = 2, \frac{OC}{EO} = \frac{1}{3}. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

由 (1) 知, $OA \parallel CD$.

$$\therefore \frac{AD}{EA} = \frac{OC}{EO} = \frac{1}{3}.$$





在 $\text{Rt}\triangle EBF$ 中, $BF = BE \cdot \sin \angle E$.

同理, $CD = EC \cdot \sin \angle E$.

$$\therefore \frac{CD}{BF} = \frac{EC}{BE} = 2.$$

$$\therefore S_1 = \frac{1}{2} EA \cdot BF, S_2 = \frac{1}{2} AD \cdot CD, \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$\therefore \frac{S_2}{S_1} = \frac{\frac{1}{2} AD \cdot CD}{\frac{1}{2} EA \cdot BF} = \frac{AD}{EA} \cdot \frac{CD}{BF} = \frac{1}{3} \times 2 = \frac{2}{3}.$$

$$\therefore S_2 = m S_1,$$

$$\therefore m = \frac{2}{3}. \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

24. (本小题满分 8 分)

(1) 证明: 当 $4a+2=0$, 即 $a=-\frac{1}{2}$ 时, $y=12x+6$.

由 $12x+6=0$ 得 $x=-\frac{1}{2}$.

$\therefore$ 图象 T 与 x 轴的公共点为 $(-\frac{1}{2}, 0)$.

$\therefore$ 当 $a=-\frac{1}{2}$ 时, 图象 T 与 x 轴有公共点. $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

当 $4a+2 \neq 0$, 即 $a \neq -\frac{1}{2}$ 时,

$(4a+2)x^2 + (9-6a)x - 4a+4=0$ 是关于 x 的二次方程.

$$\therefore \Delta = (9-6a)^2 - 4(4a+2)(-4a+4)$$

$$= 100a^2 - 140a + 49 \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$= (10a-7)^2 \geq 0,$$

$\therefore$ 关于 x 的二次方程 $(4a+2)x^2 + (9-6a)x - 4a+4=0$ 总有实数根.

$\therefore$ 当 $a \neq -\frac{1}{2}$ 时, 图象 T 与 x 轴也有公共点.

综上所述, 无论 a 取什么实数, 图象 T 与 x 轴总有公共点. $\dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

(2) 解：由 a 是整数得 $4a+2 \neq 0$.

解关于 x 的二次方程 $(4a+2)x^2 + (9-6a)x - 4a+4 = 0$ 得

$$x_1 = -\frac{1}{2}, \quad x_2 = \frac{4a-4}{2a+1}. \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$\because x_2 = \frac{4a-4}{2a+1} = 2 - \frac{6}{2a+1}, \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$\because x_2$ 是整数, a 是整数,

$\therefore 2a+1$ 是奇数, 6 是 $(2a+1)$ 的倍数.

$\therefore 2a+1 = \pm 1$ 或 $2a+1 = \pm 3$.

由 $2a+1 = \pm 1$ 得 $a = 0$ 或 $a = -1$. $\dots\dots\dots 7 \text{ 分}$

由 $2a+1 = \pm 3$ 得 $a = 1$ 或 $a = -2$.

综上所述, 存在整数 a , 使图象 T 与 x 轴的公共点中有整点,

且整数 a 的值为 $-2, -1, 0, 1$. $\dots\dots\dots 8 \text{ 分}$

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京, 旗下拥有网站 (网址: www.zizzs.com) 和微信公众平台等媒体矩阵, 用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长, 在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南, 请关注**自主选拔在线**官方微信号: **zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线

