

绝密★启用前

试卷类型:B

2022届广东省广州市七校联合体高三调研考试（一）

数 学

2021.6

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、考生号、试室号和座位号填写在答题卡上。
2. 用 2B 铅笔将考生号及试卷类型(B) 填涂在答题卡相应位置上。作答选择题时, 选出每小题答案后, 用 2B 铅笔将答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑; 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案。答案不能答在试卷上。
3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答, 答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上; 如需改动, 先划掉原来的答案, 然后再写上新答案; 不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。
4. 考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后, 将试卷和答题卡一并交回。

一、单选题: 本大题共8小题, 每小题5分, 满分40分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 若复数  $z = m + 1 + (m - 1)i$  是纯虚数 ( $i$  是虚数单位), 则实数  $m =$

- A. 1      B. -1      C.  $\pm 1$       D. 0

2. 已知  $\vec{a} = (3, -1, 2)$ ,  $\vec{b} = (-2, 4, x)$ , 且  $\vec{a} \perp \vec{b}$ , 则  $x =$

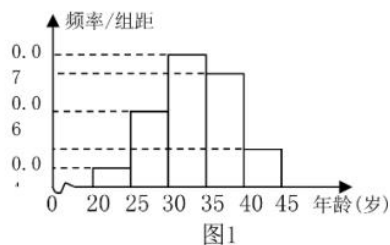
- A. 5      B. 4      C. 3      D. 2

3.  $\{a_n\}$  是等比数列, 首项  $a_1 = 1$ , 前3项和  $S_3 = 3$ , 则公比  $q =$

- A. 1      B. -2      C. 1或-2      D. 3

4. 某地为了了解参加培训教师的年龄结构, 随机调查了100名教师的年龄, 得到如图1所示的频率分布直方图, 则年龄在  $[30, 40)$  的频率为

- A. 0.06      B. 0.07      C. 0.13      D. 0.65



5. 在  $\triangle ABC$  中, 已知向量  $\vec{AB} = (\cos 18^\circ, \cos 72^\circ)$ ,

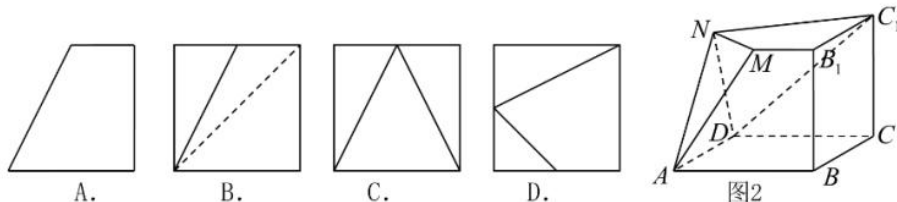
$\vec{AC} = (2 \cos 63^\circ, 2 \cos 27^\circ)$ , 则  $\angle BAC =$

- A.  $45^\circ$       B.  $135^\circ$       C.  $81^\circ$       D.  $99^\circ$

6. 空间中有  $A、B、C、D、E、F$  共6个点, 其中任何4个点都不在同一平面上, 则以其中4个点为顶点的三棱锥共有

- A. 30个      B. 24个      C. 20个      D. 15个

7.  $M$ 、 $N$  是正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  的棱  $A_1B_1$ 、 $A_1D_1$  的中点，如图2是用过  $M$ 、 $N$ 、 $A$  和  $D$ 、 $N$ 、 $C_1$  的平面截去两个角后所得几何体，该几何体的主视图是



8. 已知  $f(x)$ 、 $g(x)$  都是定义在  $R$  上的函数， $g(x) \neq 0$ ， $f(x)g'(x) > f'(x)g(x)$ ， $f(x) = a^x g(x)$  ( $a > 0$  且  $a \neq 1$ )，且  $\frac{f(1)}{g(1)} + \frac{f(-1)}{g(-1)} = \frac{5}{2}$ ，对于有穷数列  $\frac{f(n)}{g(n)}$  ( $n = 1, 2, \dots, 10$ )，任取正整数  $k$  ( $1 \leq k \leq 10$ )，它的前  $k$  项和大于  $\frac{15}{16}$  的概率是

A.  $\frac{3}{10}$       B.  $\frac{1}{2}$       C.  $\frac{3}{5}$       D.  $\frac{2}{5}$

二、多选题：本大题共4小题，每小题满分5分，部分选对得2分，多选或错选不得分，满分20分

9. 由函数  $f(x) = \sin x$  的图象得到函数  $g(x) = \cos\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right)$  的图象的过程中，下列表述

正确的是 ( )

A. 先将  $f(x) = \sin x$  的图象上各点的横坐标缩短到原来的  $\frac{1}{2}$  (纵坐标不变)，再向左

平移个  $\frac{\pi}{12}$  单位长度

B. 先将  $f(x) = \sin x$  的图象上各点的横坐标缩短到原来的  $\frac{1}{2}$  (纵坐标不变)，再向左

平移  $\frac{\pi}{6}$  个单位长度

C. 先将  $f(x) = \sin x$  的图象向左平移  $\frac{\pi}{6}$  个单位长度，再将图象上各点的横坐标缩短到

原来的  $\frac{1}{2}$  (纵坐标不变)

D. 先将  $f(x) = \sin x$  的图象向左平移  $\frac{\pi}{12}$  个单位长度, 再将图象上各点的横坐标缩短到

原来的  $\frac{1}{2}$  (纵坐标不变)

10. 数学家华罗庚曾说: “数缺形时少直观, 形少数时难入微.” 事实上, 很多代数问题可以转化为几何问题加以解决, 例如, 与  $\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}$  相关的代数问题, 可以转化为点  $A(x, y)$  与点  $B(a, b)$  之间的距离的几何问题. 结合上述观点, 可得方程

$$|\sqrt{x^2 + 4x + 5} - \sqrt{x^2 - 4x + 5}| = 2 \text{ 的解为 ( )}$$

- A.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$       B.  $\frac{\sqrt{3}}{6}$       C.  $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$       D.  $-\frac{\sqrt{3}}{6}$

11. 已知

$$(1-x^2)(x+2)^4 = a_0 + a_1(x+1) + a_2(x+1)^2 + a_3(x+1)^3 + a_4(x+1)^4 + a_5(x+1)^5 + a_6(x+1)^6$$

, 则 ( )

- A.  $a_0 = 0$       B.  $a_3 = 20$       C.  $a_1 + a_5 = 0$       D.  $|a_0 + a_2 + a_4 + a_6| = |a_1 + a_3 + a_5|$

12. 已知  $f(x)$  是定义在  $R$  上的奇函数, 且  $f(1+x) = f(1-x)$ , 当  $0 \leq x \leq 1$  时,

$f(x) = x$ , 关于函数  $g(x) = |f(x)| + f(|x|)$ , 下列说法正确的是 ( )

- A.  $g(x)$  为偶函数      B.  $g(x)$  在  $(1, 2)$  上单调递增  
C.  $g(x)$  在  $[2016, 2020]$  上恰有三个零点      D.  $g(x)$  的最大值为 2

三、填空题：本大题共4小题，每小题5分，满分20分.

13. 已知命题  $p: \exists x_0 \in R, x_0^2 + 1 < 0$ , 则命题  $p$  的否定为  $\neg p$ : \_\_\_\_\_.

14.  $(2x^3 - \frac{1}{2x^3})^{10}$  的展开式中, 常数项是\_\_\_\_\_.

15. 若双曲线  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$  上的点  $P$  到点  $(5, 0)$  的距离为 6, 则  $P$  到点  $(-5, 0)$  的距离为\_\_\_\_\_.

16. 一物体沿直线以  $v = t^2 + 3$  ( $t$  的单位:  $s$ ,  $v$  的单位:  $m/s$ ) 的速度运动, 则该物体在  $1 \sim 4 s$  间行进的路程是\_\_\_\_\_.

四、解答题：本大题共6小题，满分70分。解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤.

17. (本小题满分10分)

$\triangle ABC$  的三个内角  $A$ 、 $B$ 、 $C$  对应的三条边长分别是  $a$ 、 $b$ 、 $c$ , 且满足  $c \sin A = \sqrt{3} a \cos C$ .

(1) 求角  $C$  的大小;

(2) 若  $b = 2$ ,  $c = \sqrt{7}$ , 求  $a$ .

18. (本小题满分12分)

某电视台在一次对收看文艺节目和新闻节目观众的抽样调查中, 随机抽取了 100 名电视观众, 得到如下列联表:

	文艺节目	新闻节目	总计
20至40岁	40	16	56
大于40岁	20	24	44
总计	60	40	100

(1) 用分层抽样方法在收看新闻节目的观众中随机抽取 5 名, 大于 40 岁的观众应抽取几名?

(2) 是否有 99% 的把握认为收看文艺节目的观众与年龄有关? 说明你的理由;

(3) 已知在大于 40 岁收看文艺节目的 20 名观众中, 恰有 8 名又收看地方戏节目. 现在从这 20 名观众中随机选出 3 名进行其他方面调查, 记选出收看地方戏节目的人数为  $\xi$ , 求  $\xi$  的分布列与数学期望.

参考公式与临界值表:  $K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a + b)(c + d)(a + c)(b + d)}$ , 其中  $n = a + b + c + d$

$P(K^2 \geq k)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
$k$	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

19. (本小题满分12分)

如图4,  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  是四棱柱,  $AA_1 \perp$  底面  $ABCD$ ,  $AB \parallel CD$ ,  $AB \perp AD$ ,  $AD = CD = AA_1 = 1$ ,  $AB = 2$ .

(1) 求证:  $A_1C_1 \perp$  平面  $BCC_1B_1$ ;

(2) 求平面  $A_1BD$  与平面  $BCC_1B_1$  所成二面角的大小.

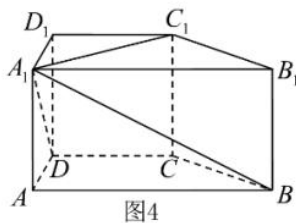


图4

20. (本小题满分12分)

已知  $\{a_n\}$  是递增的等差数列, 它的前三项的和为  $-3$ , 前三项的积为  $8$ .

(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 求数列  $\{|a_n|\}$  的前  $n$  项和  $S_n$ .

21. (本小题满分12分)

在平面直角坐标系  $xOy$  中, 抛物线  $C: y^2 = 8x$  的焦点为  $F$ . 椭圆  $\Sigma$  的中心在坐标原点, 离心率  $e = \frac{1}{2}$ , 并以  $F$  为一个焦点.

(1) 求椭圆  $\Sigma$  的标准方程;

(2) 设  $A_1A_2$  是椭圆  $\Sigma$  的长轴 ( $A_1$  在  $A_2$  的左侧),  $P$  是抛物线  $C$  在第一象限的一点, 过  $P$  作抛物线  $C$  的切线, 若切线经过  $A_1$ , 求证:  $\tan \angle A_1PA_2 = \sqrt{2}$ .

22. (本小题满分12分)

已知函数  $f(x) = m \ln(x-1) + (m-1)x$ ,  $m \in R$  是常数.

(1) 若  $m = \frac{1}{2}$ , 求函数  $f(x)$  的单调区间;

(2) 若函数  $f(x)$  存在最大值, 求  $m$  的取值范围;

(3) 若对函数  $f(x)$  定义域内任意  $x_1, x_2$  ( $x_1 \neq x_2$ ),  $\frac{f(x_1) + f(x_2)}{2} > f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)$

恒成立, 求  $m$  的取值范围.

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



关注后获取更多资料:

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》