北京师大二附中2019-2020学年度高三第一学期期中数学测试题

一、选择题

1. 已知全集$U=\mathbf{R}$，集合$A=\{0,1,2,3,4,5\}$，$B=\{x\in\mathbf{R}|x\geq 3\}$，则$A\cap C_UB=$(　　)

A. $\{4,5\}$　　B. $\{3,4,5\}$　　C. $\{0,1,2\}$　　D. $\{0,1,2,3\}$

2. 下列命题中的假命题是(　　)

A. $\forall x\in\mathbf{R}$，$2^{x-1}>0$　　B. $\forall x\in\mathbf{N}^*$，$(x-1)^2>0$

C. $\exists x\in\mathbf{R}$，$\lg x<1$　　D. $\exists x\in\mathbf{R}$，$\tan x=2$

3. 若复数z满足$1-z=1+i$，则z的共轭复数的虚部是(　　)

A. i　　B. 1　　C. $-i$　　D. -1

4. 在$\triangle ABC$中，内角C为钝角，$\sin C=\frac{3}{5}$，$AC=5$，$AB=3\sqrt{5}$，则$BC=$(　　)

A. 2　　B. 3　　C. 5　　D. 10

5. 若不等式$|x-1|<1$成立的必要条件是$1<x\leq 4$，则实数t的取值范围是(　　)

A. $[2,3]$　　B. $(2,3]$　　C. $[2,3)$　　D. $(2,3)$

6. 在等比数列$\{a_n\}$中，$a_1=3$，前n项和为S_n，若数列$\{a_n+1\}$也是等比数列，则S_n等于(　　)

A. $2^{n+1}-2$　　B. $3n$　　C. $2n$　　D. 3^n-1

7. 在梯形$ABCD$中，$AB\parallel DC$，$AB=AD=5$，$DC=2$，$BC=4$，M为AB边上一点，则$\overrightarrow{MD}\cdot\overrightarrow{MC}$的最小值为(　　)

A. 10　　B. 12　　C. 15　　D. 16

8. 函数$f(x)$在$[a,b]$上有定义，若对任意$x_1,x_2\in[a,b]$，有$f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)\leq\frac{1}{2}[f(x_1)+f(x_2)]$，则称$f(x)$在$[a,b]$上具有性质$P$，设$f(x)$在$[1,3]$上具有性质$P$，　　现给出如下命题：

①$f(x)$在$[1,3]$上的图象是连续不断的；

②$f(x^2)$在$[1,\sqrt{3}]$上具有性质P；

③若$f(x)$在$x=2$处取得最大值1，则$f(x)=1$，$x\in[1,3]$；

④对任意$x_1,x_2,x_3,x_4\in[1,3]$，有

$f\left(\frac{x_1+x_2+x_3+x_4}{4}\right)\leq\frac{1}{4}[f(x_1)+f(x_2)+f(x_3)+f(x_4)]$.

其中真命题的序号是(　　)

A. ①②　　B. ①③　　C. ②④　　D. ③④

二、填空题

9. 已知向量$\vec{a}$，$\vec{b}$均为单位向量，若它们的夹角是$60°$，则$|\vec{a}-3\vec{b}|$等于________.

10. 把下面不完整的命题补充完整，并使之成为真命题：

若函数$f(x)=3+\log_2 x$的图象与$g(x)$的图象关于__________对称，则函数$g(x)=$__________（填上你认为可以成为真命题的一种情形即可，不必考试所有可能的情形）.

11. 在平面直角坐标系xOy中，若双曲线$x^2-\frac{y^2}{b^2}=1(b>0)$经过点$(3,4)$，则该双曲线的渐近线方程是__________.

12. 在$\triangle ABC$中，若$a=15$，$b=10$，$A=60°$，则$\cos B=$___________.

13. 已知抛物线$y^2=2px$的焦点为F，准线与x轴的交点为M，N为抛物线上的一点，且满足$|MN|=2|NF|$，则$\angle NMF=$_______________.

14. 对于三次函数$f(x)=ax^3+bx^2+cx+d(a\neq 0)$，给出定义：

设$f'(x)$是函数$y=f(x)$的导数，$f''(x)$是函数$f'(x)$的导数，若方程$f''(x)=0$有实数解x_0，则称点$(x_0,f(x_0))$为函数$y=f(x)$的“拐点”．某同学经过探究发现：任何一个三次函数都有“拐点”；任何一个三次函数都有对称中心，且“拐点”就是对称中心. 给定函数$f(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2+3x-\frac{5}{12}$，请你根据上面的探究结果，解答以下问题：

①函数$f(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2+3x-\frac{5}{12}$的对称中心坐标为___________；

②计算$f\left(\frac{1}{2019}\right)+f\left(\frac{2}{2019}\right)+f\left(\frac{3}{2019}\right)+\cdots+f\left(\frac{2018}{2019}\right)=$______________.

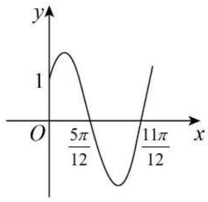
三、解答题

15. 已知等差数列$\{a_n\}$满足$a_3=2$，前3项和$S_3=\frac{9}{2}$.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式；

(2)设等比数列$\{b_n\}$满足$b_1=a_1$，$b_4=a_{15}$，求$\{b_n\}$的前n项和T_n.

16. 已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)\left(x\in\mathbf{R},\omega>0,0<\varphi<\frac{\pi}{2}\right)$ 的部分图象如图所示.



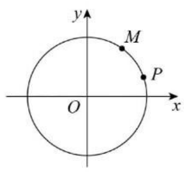
(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式;

(2) 求函数 $g(x)=f\left(x-\frac{\pi}{12}\right)-f\left(x+\frac{\pi}{12}\right)$ 的单调递增区间.

17. 已知圆 $O:x^2+y^2=4$.

(1) 直线 $l_1:\sqrt{3}x+y-2\sqrt{3}=0$ 与圆 O 相交于 A、B 两点，求 $|AB|$;

(2) 如图，设 $M(x_1,y_1)$，$P(x_2,y_2)$ 是圆 O 上的两个动点，　　　　点 M 关于原点的对称点为 M_1，点 M 关于 x 轴的对称点为 M_2，如果直线 PM_1，PM_2 与 y 轴分别交于 $(0,m)$ 和 $(0,n)$，问 $m\cdot n$ 是否为定值？若是求出该定值；若不是，请说明理由.



18. 已知函数 $f(x)=x^2+ax+b$，$g(x)=e^x(cx+d)$. 若曲线 $y=f(x)$ 和曲线 $y=g(x)$ 都过点 $P(0,2)$，且在点 P 处有相同的切线 $y=4x+2$.

(1) 求 a,b,c,d 的值；

(2) 当 $x\geq -2$ 时，$f(x)\leq kg(x)$ 恒成立，求 k 的取值范围.

19. 设椭圆 $C:\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$ 的右焦点为 F，过 F 的直线 l 与 C 交于 A、B 两点，点 M 的坐标为 $(2,0)$.

(1) 当 l 与 x 轴垂直时，求直线 AM 的方程；

(2) 设 O 为坐标原点，证明：$\angle OMA=\angle OMB$.

20. 设数列 $A:a_1,a_2,\cdots,a_N\ (N\geq 2)$. 如果对小于 $n(2\leq n\leq N)$ 的每个正整数 k 都有 $a_k<a_n$，则称 n 是数列 A 的一个“ G 时刻”. 记 $G(A)$ 是数列 A 的所有“G 时刻”组成的集合.

(1) 对数列 $A:-2,2,-1,1,3$，写出 $G(A)$ 的所有元素；

(2) 证明：若数列 A 中存在 a_n，使得 $a_n>a_1$，则 $G(A)\neq\varnothing$；

(3) 证明：若数列 A 满足 $a_n-a_{n-1}\leq 1(n=2,3,\cdots,N)$，则 $G(A)$ 的元素个数不小于 a_N-a_1.

自主招生在线创始于 2014 年，致力于提供自主招生、综合评价、三位一体、学科竞赛、新高考生涯规划等政策资讯的服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国自主招生、综合评价领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

识别二维码，快速关注

温馨提示：

全国重点中学 2019-2020 学年高三月考试题及参考答案（更新下载中），点击链接获得

http://www.zizzs.com/c/201910/39637.html