

2022—2023 学年下学期期中中学业水平测试高二年级

高二年级数学试卷

一、单选题（本大题共 12 小题，共 60.0 分。在每小题列出的选项中，选出符合题目的一项）

1. 计算 $2C_7^5 + 3A_5^2$ 的值是 ()
A. 72 B. 102 C. 507 D. 510
2. 用 0、1、2、3、4 这五个数字组成没有重复数字的三位数，其中偶数共有 ()
A. 60 个 B. 40 个 C. 30 个 D. 24 个
3. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中，其前 n 项和为 S_n ，若 a_5, a_7 是方程 $x^2 + 10x - 16 = 0$ 的两个根，那么 S_{11} 的值为 ()
A. 88 B. -88 C. 110 D. -55
4. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 为递增数列， S_n 是其前 n 项和。若 $a_1 + a_5 = \frac{17}{2}$ ， $a_2 a_4 = 4$ ，则 $S_6 =$ ()
A. $\frac{27}{16}$ B. $\frac{27}{8}$ C. $\frac{63}{4}$ D. $\frac{63}{2}$
5. 已知函数 $f(x) = 2\cos x - f'(\frac{\pi}{3})\sin x$ ，则 $f'(\frac{\pi}{3}) =$ ()
A. $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C. 2 D. -2
6. 已知曲线 $y = f(x)$ 在 $x = 5$ 处的切线方程是 $y = -x + 8$ ，则 $f(5)$ 及 $f'(5)$ 的值分别为 ()
A. 3, 3 B. 3, -1 C. -1, 3 D. -1, -1
7. 疫情期间，某社区将 5 名医护人员安排到 4 个不同位置的核酸小屋做核酸检测工作，要求每个核酸小屋至少有一名医护人员，则共有多少种不同安排方法 ()
A. 480 种 B. 360 种 C. 120 种 D. 240 种
8. $(1 + 2x)(x^2 - 2)^5$ 展开式中 x^5 的系数为 ()
A. -160 B. -80 C. 80 D. 160
9. 若函数 $f(x) = e^x - \ln x - mx$ 在区间 $(1, +\infty)$ 上单调递增，则实数 m 的取值范围为 ()
A. $(-\infty, e-1)$ B. $(-\infty, e-1]$ C. $(-\infty, e+1)$ D. $(-\infty, e+1]$
10. 设 d, S_n 分别为等差数列 $\{a_n\}$ 的公差与前 n 项和，若 $S_{10} = S_{20}$ ，则下列论断中正确的有 ()
A. 当 $n = 15$ 时， S_n 取最大值 B. 当 $n = 30$ 时， $S_n = 1$
C. 当 $d > 0$ 时， $a_{10} + a_{22} > 0$ D. 当 $d < 0$ 时， $|a_{10}| > |a_{22}|$
11. 设 $a = \ln \frac{5}{4}$ ， $b = \frac{1}{4}$ ， $c = e^{-\frac{3}{4}}$ ，比较 a, b, c 的大小关系 ()
A. $a > b > c$ B. $a > c > b$
C. $c > b > a$ D. $c > a > b$

12. 数列 $a_n = 2^{n+1}$, 其前 n 项和为 T_n , 若不等式 $n\log_2(T_n + 4) - \lambda(n + 1) + 2 \geq 3n$ 对一切 $n \in N^*$ 恒成立, 则实数 λ 的取值范围为 ()

- A. $3 \leq \lambda \leq 4$ B. $\lambda \leq 2\sqrt{2}$ C. $\lambda \leq 2\sqrt{2} - 3$ D. $\lambda \leq 1$

二、填空题 (本大题共 4 小题, 共 20.0 分)

13. 8^{10} 除以49所得的余数是_____.

14. 安排5名歌手的演出顺序时, 要求某名歌手不第一个出场, 则不同排法的总数是_____.
(用数字作答)

15. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 对任意 $n \in N^*$ 都有 $S_n = \frac{2}{3}a_n - \frac{1}{3}$, 若 $1 < S_k < 9 (k \in N^*)$, 则 k 的值为_____.

16. 已知函数 $f(x) = x \ln x - ae^x$ (e 为自然对数的底数)有两个极值点, 则实数 a 的取值范围_____.

三、解答题 (本大题共 6 小题, 共 70.0 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (本小题10.0分)

已知函数 $f(x) = x^3 - 3x + 1$.

(1)求函数 $f(x)$ 的极值;

(2)求函数 $f(x)$ 在 $(0, 2)$ 上的最值.

18. (本小题12.0分)

已知 $(2x + \frac{1}{\sqrt{x}})^n$ 展开式前三项的二项式系数和为22.

(1)求展开式中各项的二项式系数和;

(2)求展开式中的常数项;

(3)求展开式中二项式系数最大的项.

19. (本小题12.0分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $S_5 = 25$, 且 $a_3 - 1$, $a_4 + 1$, $a_7 + 3$ 成等比数列.

(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2)设 $b_n = \frac{1}{a_n \cdot a_{n+1}}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

20. (本小题12.0分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 和等比数列 $\{b_n\}$, 数列 $\{a_n\}$ 的公差 $d \neq 0$, $a_1 = 2$. 若 a_3 , a_6 , a_{12} 分别是数列 $\{b_n\}$ 的前3项.

(1)求数列 $\{b_n\}$ 的公比 q ;

(2)求数列 $\{a_n b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

21. (本小题12.0分)

设函数 $f(x) = \frac{x^2}{2} + (1-k)x - k \ln x$.

(1)若 $k = 1$, 求 $f(x)$ 在 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(2)讨论 $f(x)$ 的单调性.

(3)当 $k > 0$ 时, 证明: $f(x) + \frac{3}{2}k^2 - 2k \geq 0$

22. (本小题12.0分)

函数 $f(x) = \ln x - x^2 + x$.

(1)求函数 $f(x)$ 的极值;

(2)设 $g(x) = x^2 - 2x + (x-2)e^x$, 若 $f(x) + g(x) < m$ 在 $x \in (0, 3)$ 上恒成立, 求实数 m 的取值范围.