# 2022—2023 学年高三考前定位考试

# 理科数学·答案

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.

1. 答案　D

**命题意图**　本题考查集合的表示与运算.

**解析**　由 $A=\{x|x\geqslant 1\}$,$B=\{x||x|\leqslant 2\}=\{x|-2\leqslant x\leqslant 2\}$,则 $A\cup B=[-2,+\infty)$.

2. 答案　A

**命题意图**　本题考查复数的基本运算及几何意义.

**解析**　由题得 $z=\frac{m+2\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}=\frac{(m+2\mathrm{i})(1+\mathrm{i})}{2}=\frac{m-2}{2}+\frac{m+2}{2}\mathrm{i}$,因为 $z$ 对应的点位于第二象限,所以 $\begin{cases}m-2<0,\\ m+2>0,\end{cases}$ 所以 $-2<m<2$.

3. 答案　B

**命题意图**　本题考查分段函数求值.

**解析**　$f(1)=4^{1-2}=\frac{1}{4}$,$\therefore f(f(1))=f\left(\frac{1}{4}\right)=\log_2\frac{1}{4}=-2$.

4. 答案　C

**命题意图**　本题考查三角函数的图象与性质.

**解析**　将 $y=\sin x$ 的图象上所有点的横坐标缩短为原来的 $\frac{1}{2}$,纵坐标不变得到 $y=\sin 2x$ 的图象,再将 $y=\sin 2x$ 图象上所有点向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度得到 $f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$ 的图象. 当 $x\in\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$ 时,$2x+\frac{\pi}{3}\in\left[\frac{\pi}{3},\frac{5\pi}{6}\right]$,$\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)\in\left[\frac{1}{2},1\right]$.

5. 答案　C

**命题意图**　本题考查二项式定理的应用.

**解析**　展开式的通项为 $T_{r+1}=\mathrm{C}_9^r(ax)^{9-r}\cdot\left(-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^r=\mathrm{C}_9^r\cdot a^{9-r}(-1)^r\cdot x^{9-\frac{3r}{2}}$,令 $9-\frac{3r}{2}=0$,得 $r=6$,$\therefore$ 常数项是 $T_{6+1}=a^3\cdot\mathrm{C}_9^6=672$,故 $a=2$.

6. 答案　B

**命题意图**　本题考查平面向量的线性运算.

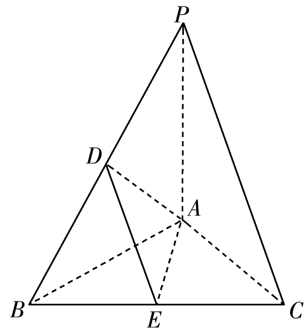
**解析**　$\because\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DB}-\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{DB}-(\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CA})=\overrightarrow{DB}-\overrightarrow{DC}-\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{DB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CA}$,$\therefore\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DB}-\overrightarrow{CA}$,$\therefore\overrightarrow{AB}=\frac{2}{3}\overrightarrow{DB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$,$\therefore\overrightarrow{AE}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})=\frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}\overrightarrow{DB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}\right)+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}=\frac{1}{3}\overrightarrow{DB}+\frac{5}{6}\overrightarrow{AC}$.

7. 答案　D

**命题意图**　本题考查异面直线所成的角的计算.

**解析**　如图所示,取 $BC$ 的中点 $E$,连接 $AE$,$DE$,则 $DE/\!/PC$,$\angle ADE$ 或其补角即为异面直线 $AD$ 与 $PC$ 所成的角. 容易计算得 $AE=2\sqrt{2}$,$DE=\sqrt{13}$,$DA=\sqrt{13}$,在 $\triangle ADE$ 中,根据余弦定理可得 $\cos\angle ADE=\frac{AD^2+DE^2-AE^2}{2AD\times DE}=$

$\frac{13+13-8}{2\times 13}=\frac{9}{13}$.




8. **答案** A

**命题意图** 本题考查分段函数的单调性.

**解析** 若 $a=0$,$f(x)=\begin{cases}0,x<0,\\-(x-2)^2,x\geqslant 0,\end{cases}$ $\therefore f(x)$的最大值为0. 若 $a<0$,当 $x<a$ 时,$f(x)>0$,不符合条件. 若 $a>0$,当 $x<a$ 时,$f(x)=-ae^x$ 单调递减,$f(x)<0$,当 $x\geqslant a$ 时,根据二次函数的性质,要使$f(x)$的最大值为0,需 $a\leqslant 2$. 综上可得 $0\leqslant a\leqslant 2$.

9. **答案** D

**命题意图** 本题考查正弦定理的应用及三角恒等变换.

**解析** 在$\triangle ABC$ 中,由 $\sin A=\sin B\cos C$ 可得 $\sin(B+C)=\sin B\cos C$,所以 $\cos B\sin C=0$,因为 $B,C\in(0,\pi)$,所以 $\sin C\neq 0$,且 $\cos B=0$,所以 $B=\frac{\pi}{2}$,又 $A=\frac{\pi}{6}$,可得 $C=\frac{\pi}{3}$,所以$\frac{c+a}{\sin C+\sin A}=\frac{c}{\sin C}=\frac{2\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=4$.

10. **答案** C

**命题意图** 本题考查条件概率的计算.

**解析** 设该队小组出线为事件 $A$,该队 1/8 决赛获胜为事件 $B$,则 $P(A)=0.3+0.6=0.9$,$P(AB)=0.6\times 0.9+0.3\times 0.3=0.63$,所以 $P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{0.63}{0.9}=0.7$.

11. **答案** B

**命题意图** 本题考查抛物线与直线的位置关系.

**解析** 设 $P(t^2,2t)$(不妨令 $t>0$),由已知可得 $F(1,0)$,则 $M\left(\frac{t^2+1}{2},t\right)$,所以直线 $OM$ 的方程为 $y=\frac{2t}{t^2+1}x$,设 $k=\frac{2t}{t^2+1}$,则 $k=\frac{2}{t+\frac{1}{t}}\leqslant 1$(当且仅当 $t=1$ 时取“=”),所以点 $F$ 到直线 $OM$ 的距离为$\frac{|k|}{\sqrt{k^2+1}}=\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{k^2}}}\leqslant\frac{\sqrt{2}}{2}$,即圆 $F$ 的半径最大值为$\frac{\sqrt{2}}{2}$,面积最大值为$\frac{\pi}{2}$.

12. **答案** C

**命题意图** 本题考查导数的几何意义.

**解析** 根据题意,$f(-x)=-f(x)$,所以 $a=0$,所以$f(x)=x^3-x$,因为$f'(x)=3x^2-1$,所以 $y=f(x)$在点$(x_1,f(x_1))$处的切线方程为 $y-(x_1^3-x_1)=(3x_1^2-1)(x-x_1)$,整理得 $y=(3x_1^2-1)x-2x_1^3$. 设 $g(x)=x^2+\frac{1}{4}$,直线 $l$ 与 $g(x)$的图象相切于点$(x_2,g(x_2))$,因为 $g'(x)=2x$,所以切线方程为 $y-\left(x_2^2+\frac{1}{4}\right)=2x_2(x-x_2)$,整理得

$y=2x_2x-x_2^2+\frac{1}{4}$，则$\begin{cases}3x_1^2-1=2x_2,\\-2x_1^3=-x_2^2+\frac{1}{4},\end{cases}$（ * ） 整理得$\left(\frac{3x_1^2}{2}-\frac{1}{2}\right)^2-2x_1^3-\frac{1}{4}=\frac{9}{4}x_1^4-2x_1^3-\frac{3}{2}x_1^2=0$. 令

$h(x)=\frac{9}{4}x^4-2x^3-\frac{3}{2}x^2$，则$h'(x)=9x^3-6x^2-3x=3x(3x+1)(x-1)$.

当$x$变化时，$h'(x)$，$h(x)$的变化情况如下表：

| $x$ | $\left(-\infty,-\frac{1}{3}\right)$ | $-\frac{1}{3}$ | $\left(-\frac{1}{3},0\right)$ | 0 | $(0,1)$ | 1 | $(1,+\infty)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $h'(x)$ | $-$ | 0 | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ |
| $h(x)$ | ↘ | $-\frac{7}{108}$ | ↗ | 0 | ↘ | $-\frac{5}{4}$ | ↗ |

又$h(-1)>0$，$h(2)>0$，故$h(x)$共有3个零点，一个为0，另外两个分别位于区间$\left(-1,-\frac{1}{3}\right)$和$(1,2)$内，所以方程组( * )有3组解，故满足题中条件的直线$l$有3条.

**二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.**

13. **答案** $\frac{\sqrt{3}}{2}$

**命题意图** 本题考查椭圆的基本性质.

**解析** 设圆柱的底面半径为$r$，则椭圆短轴长为$2b=2r$，长轴长为$2a=4r$，则$\frac{b}{a}=\frac{1}{2}$，离心率为$\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

14. **答案** $-\frac{1}{8}$

**命题意图** 本题考查三角恒等变换的应用.

**解析** 由$\left(\sin\frac{\alpha}{2}+\cos\frac{\alpha}{2}\right)^2+\sqrt{3}\cos\alpha=\frac{5}{2}$，得$\sin\alpha+\sqrt{3}\cos\alpha=2\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{3}{2}$，所以$\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{3}{4}$，故$\cos\left(2\alpha+\frac{2\pi}{3}\right)=1-2\sin^2\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{1}{8}$.

15. **答案** 1

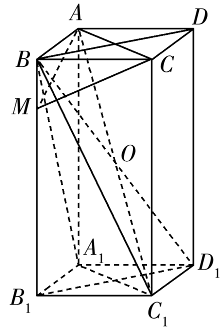
**命题意图** 本题考查奇函数的性质.

**解析** 设$g(x)=2^x-2^{-x}$，$h(x)=\ln(e^{2x}+1)-ax$. 因为$g(-x)+g(x)=2^{-x}-2^x+2^x-2^{-x}=0$，所以$g(x)$为奇函数，则$h(x)$为偶函数，则$h(-x)=\ln(e^{-2x}+1)+ax=\ln\left(\frac{e^{2x}+1}{e^{2x}}\right)+ax=\ln(e^{2x}+1)-(2-a)x=h(x)=\ln(e^{2x}+1)-ax$，所以$2-a=a$，$a=1$.

16. **答案** $\left[\frac{19}{9}\pi,11\pi\right]$

**命题意图** 本题考查简单几何体的结构特征.

**解析** 如图所示，当$P$与点$D$重合时，过$A$，$C$与$BP$垂直的截面为平面$ACC_1A_1$，四棱锥$B-ACC_1A_1$的外接球的球心为对角面$ACC_1A_1$的中心$O$，直径为$AC_1=\sqrt{2+9}=\sqrt{11}$，此时外接球的表面积最大，最大为$11\pi$. 当$P$与点$D_1$重合时，过$A$，$C$与$BP$垂直的截面为平面$ACM$，在平面$BDD_1B_1$内利用三角形相似可以求得$BM=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{3}=\frac{1}{3}$，三棱锥$B-ACM$的外接球直径为$\sqrt{\frac{1}{3^2}+1^2+1^2}=\sqrt{\frac{19}{9}}$，此时外接球的表面积最小，最小为$\frac{19}{9}\pi$.



三、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.

17. **命题意图** 本题考查等差数列与等比数列的基本性质.

**解析** (Ⅰ)设$\{a_n\}$的公比为 $q$. ……(1 分)

$\because a_7=8a_4$, $\therefore a_4q^3=8a_4$, $\therefore q=2$. ……(2 分)

$\because \frac{1}{2}a_2, a_3-4, a_4-12$ 成等差数列,

$\therefore 2(a_3-4)=\frac{1}{2}a_2+a_4-12$, $\therefore 2(4a_1-4)=a_1+8a_1-12$, $\therefore a_1=4$. ……(4 分)

$\therefore a_n=4\times 2^{n-1}=2^{n+1}$. ……(6 分)

(Ⅱ)$b_n=(-1)^n\log_2 a_n=(-1)^n(n+1)$. ……(7 分)

当 $k$ 为偶数时,$T_k=-2+3-4+5-\cdots-k+(k+1)=\frac{k}{2}$,

令$|T_k|=\frac{k}{2}=20$,得 $k=40$; ……(9 分)

当 $k$ 为奇数时,$T_k=T_{k+1}-(k+2)=\frac{k+1}{2}-(k+2)=-\frac{k+3}{2}$,

令$|T_k|=\frac{k+3}{2}=20$,得 $k=37$. ……(11 分)

$\therefore k=40$ 或 $37$. ……(12 分)

18. **命题意图** 本题考查相互独立事件的概率计算以及随机变量的分布列与期望.

**解析** (Ⅰ)设“小王的该银行卡被锁定”为事件 $A$,

则 $P(A)=\frac{9}{10}\times\frac{8}{9}\times\frac{7}{8}=\frac{7}{10}$. ……(3 分)

(Ⅱ)由题意,$X$ 的所有可能取值为 1,2,3, ……(4 分)

则 $P(X=1)=\frac{1}{10}$,$P(X=2)=\frac{9}{10}\times\frac{1}{9}=\frac{1}{10}$,$P(X=3)=\frac{9}{10}\times\frac{8}{9}\times 1=\frac{4}{5}$, ……(7 分)

所以 $X$ 的分布列为

| $X$ | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| $P$ | $\frac{1}{10}$ | $\frac{1}{10}$ | $\frac{4}{5}$ |

……(8 分)

所以数学期望 $E(X)=1\times\frac{1}{10}+2\times\frac{1}{10}+3\times\frac{4}{5}=\frac{27}{10}$, ……(10 分)

方差 $D(X)=\left(1-\frac{27}{10}\right)^2\times\frac{1}{10}+\left(2-\frac{27}{10}\right)^2\times\frac{1}{10}+\left(3-\frac{27}{10}\right)^2\times\frac{4}{5}=\frac{41}{100}$. ……(12 分)

19. **命题意图** 本题考查线面平行的证明以及空间向量的应用.

**解析** （Ⅰ）如图，连接 $AO$，交 $BD$ 于 $Q$，连接 $PQ$.

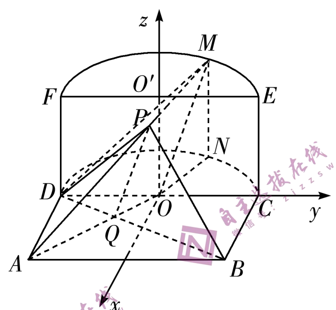
因为 $OD /\!/ AB$，由条件可知 $\triangle AQB \backsim \triangle OQD$，所以 $\dfrac{AQ}{QO}=\dfrac{AB}{DO}=2$. ………………………………………（2 分）

因为 $AP=2PM$，所以 $MO /\!/ PQ$. ………………………………………………………………（3 分）

又 $MO \not\subset$ 平面 $PBD$，$PQ \subset$ 平面 $PBD$，所以 $MO /\!/$ 平面 $PBD$. ………………………………（4 分）

（Ⅱ）作 $MN \perp$ 平面 $ABCD$ 于 $N$，则 $N$ 在 $\overset{\frown}{DC}$ 上，连接 $ON$，则 $ON$ 为 $OM$ 在平面 $ABCD$ 内的射影，所以 $\angle MON$ 为 $OM$ 与底面 $ABCD$ 所成的角，所以 $\angle MON=\dfrac{\pi}{4}$，所以 $ON=MN=1$. ……………………………（5 分）

以 $O$ 为坐标原点，过 $O$ 且与 $DA$ 平行的直线为 $x$ 轴，直线 $OC$ 为 $y$ 轴，直线 $OO'$ 为 $z$ 轴，建立空间直角坐标系，如图.




……………………………………………………………………………………………………（6 分）

因为 $\overset{\frown}{FM}=2\overset{\frown}{ME}$，所以 $\angle CON=\dfrac{\pi}{3}$，则 $D(0,-1,0)$，$A(1,-1,0)$，$M\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2},\dfrac{1}{2},1\right)$，

所以 $\overrightarrow{DA}=(1,0,0)$，$\overrightarrow{DM}=\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2},\dfrac{3}{2},1\right)$. ………………………………………………（7 分）

设平面 $AMD$ 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，则

$\begin{cases}\overrightarrow{DA}\cdot\boldsymbol{n}=0,\\ \overrightarrow{DM}\cdot\boldsymbol{n}=0,\end{cases}$ 所以 $\begin{cases}x=0,\\ -\dfrac{\sqrt{3}}{2}x+\dfrac{3}{2}y+z=0,\end{cases}$ 令 $y=2$，则 $\boldsymbol{n}=(0,2,-3)$. ………………………（9 分）

易知平面 $ABCD$ 的一个法向量为 $\boldsymbol{m}=(0,0,1)$，……………………………………………（10 分）

设平面 $AMD$ 与平面 $ABCD$ 的夹角为 $\alpha$，则

$\cos\alpha=\dfrac{|\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{m}|}{|\boldsymbol{n}|\cdot|\boldsymbol{m}|}=\dfrac{3}{\sqrt{13}}=\dfrac{3\sqrt{13}}{13}$，所以平面 $AMD$ 与平面 $ABCD$ 的夹角的余弦值为 $\dfrac{3\sqrt{13}}{13}$. …………（12 分）

20. **命题意图** 本题考查利用导数研究函数的性质.

**解析** （Ⅰ）当 $a=\dfrac{e^2}{2}$ 时，$f(x)=(x-1)e^x-\dfrac{e^2}{2}x^2$，

则 $f'(x)=e^x+(x-1)e^x-e^2x=x(e^x-e^2)$. ………………………………………………（2 分）

令 $f'(x)>0$，得 $x<0$ 或 $x>2$，令 $f'(x)<0$，得 $0<x<2$，

所以 $f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上单调递增，在 $(0,2)$ 上单调递减，在 $(2,+\infty)$ 上单调递增，……………（4 分）

所以 $f(x)_{极大值}=f(0)=-1$，$f(x)_{极小值}=f(2)=-e^2$. …………………………………………（5 分）

（Ⅱ）由 $f(x)+(2-x)e^x\geqslant(2-a)x+a$，得 $e^x-ax^2\geqslant(2-a)x+a$，

即 $e^x-2x\geqslant a(x^2-x+1)$，因为 $x^2-x+1>0$，所以 $a\leqslant\dfrac{e^x-2x}{x^2-x+1}$. ……………………………（6 分）

令 $h(x)=\dfrac{e^x-2x}{x^2-x+1}(x\geqslant 0)$，

则 $h'(x)=\dfrac{(x^2-x+1)(e^x-2)-(2x-1)(e^x-2x)}{(x^2-x+1)^2}=\dfrac{(x-1)[(x-2)e^x+2(x+1)]}{(x^2-x+1)^2}$. …………………（8 分）

令 $\varphi(x)=(x-2)e^x+2(x+1)(x\geqslant 0)$，则 $\varphi'(x)=(x-1)e^x+2$.

令 $q(x)=(x-1)e^x+2$，则 $q'(x)=xe^x$，

因为当 $x\geqslant 0$ 时，$q'(x)=xe^x\geqslant 0$，

所以 $\varphi'(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调递增，$\varphi'(x)\geqslant\varphi'(0)=1$，

所以 $\varphi(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调递增，$\varphi(x)\geqslant\varphi(0)=0$. ……………………………………………………（10 分）

所以当 $0<x<1$ 时，$h'(x)<0$，$h(x)$ 单调递减，当 $x>1$ 时，$h'(x)>0$，$h(x)$ 单调递增，

所以当 $x\geqslant 0$ 时，$h(x)_{\min}=h(1)=e-2$，

所以实数 $a$ 的取值范围是 $(-\infty,e-2]$. ……………………………………………………………………（12 分）

21. **命题意图**　本题考查双曲线的基本性质，以及双曲线与直线的位置关系.

**解析**　（Ⅰ）由题意得 $E$ 的渐近线方程为 $y=\pm\dfrac{b}{a}x$，所以 $\dfrac{b}{a}=\dfrac{1}{2}$，$a=2b$，……………………………（2 分）

又因为 $|F_1F_2|=2\sqrt{a^2+b^2}=2\sqrt{5b^2}=2\sqrt{5}$，所以 $b=1$，$a=2$，……………………………………………（3 分）

故 $E$ 的方程为 $\dfrac{x^2}{4}-y^2=1$. …………………………………………………………………………………（4 分）

（Ⅱ）显然 $l_1,l_2$ 的斜率都存在且不为 0，设直线 $l_1:y=k(x-\sqrt{5})(k\neq 0)$，$l_2:y=-\dfrac{1}{k}(x-\sqrt{5})$，

因为 $l_1,l_2$ 均与 $E$ 的右支有两个交点，所以 $|k|>\dfrac{1}{2}$，$\left|-\dfrac{1}{k}\right|>\dfrac{1}{2}$，所以 $\dfrac{1}{4}<k^2<4$. ……………………（5 分）

将 $l_1$ 的方程与 $\dfrac{x^2}{4}-y^2=1$ 联立，可得 $(1-4k^2)x^2+8\sqrt{5}k^2x-20k^2-4=0$，

设 $A(x_1,y_1)$，$C(x_2,y_2)$，则 $x_1+x_2=\dfrac{-8\sqrt{5}k^2}{1-4k^2}$，$x_1x_2=\dfrac{-20k^2-4}{1-4k^2}$，……………………………（6 分）

$$
\begin{aligned}
\text{所以}|AC|&=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}=\sqrt{1+k^2}\,|x_1-x_2|=\sqrt{1+k^2}\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}\\
&=\sqrt{1+k^2}\sqrt{\left(\frac{-8\sqrt{5}k^2}{1-4k^2}\right)^2-4\times\frac{-20k^2-4}{1-4k^2}}\\
&=\sqrt{1+k^2}\cdot\frac{4\sqrt{1+k^2}}{|1-4k^2|}\\
&=\frac{4(1+k^2)}{4k^2-1},
\end{aligned}
$$
……………………………………………………………………………（7 分）

用 $-\dfrac{1}{k}$ 替换 $k$ 可得 $|BD|=\dfrac{4(k^2+1)}{4-k^2}$，……………………………………………………………（8 分）

所以 $S_{ABCD}=\dfrac{1}{2}|AC|\cdot|BD|=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{4(1+k^2)}{4k^2-1}\cdot\dfrac{4(k^2+1)}{4-k^2}=8\cdot\dfrac{(k^2+1)^2}{(4k^2-1)(4-k^2)}$. ……………（9 分）

令 $t=k^2+1$，所以 $k^2=t-1$，$t\in\left(\dfrac{5}{4},5\right)$，

则 $S_{ABCD}=8\cdot\dfrac{t^2}{-4t^2+25t-25}=8\cdot\dfrac{1}{-4+\dfrac{25}{t}-\dfrac{25}{t^2}}=\dfrac{8}{-25\left(\dfrac{1}{t}-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{9}{4}}\geqslant\dfrac{32}{9}$，………………（11 分）

当 $\dfrac{1}{t}=\dfrac{1}{2}$，即 $k=\pm 1$ 时，等号成立，

故四边形 $ABCD$ 面积的最小值为$\frac{32}{9}$. ………………………………………………………………………………（12 分）

22. **命题意图** 本题考查参数方程与普通方程的互化以及直线与椭圆的位置关系.

**解析** （Ⅰ）将 $C$ 的参数方程化为普通方程：$\frac{x^2}{3}+y^2=1$，

即 $C$ 是一个椭圆，$C$ 上纵坐标最大的点为其上顶点$(0,1)$， ………………………………………………（2 分）

因为 $l$ 经过点$(0,1)$和 $M(1,0)$，所以 $l$ 的斜率为 $-1$，即 $\alpha=\frac{3\pi}{4}$， ……………………………………（3 分）

故其参数方程可写为$\begin{cases}x=1+t\cos\frac{3\pi}{4},\\ y=t\sin\frac{3\pi}{4}\end{cases}$（$t$ 为参数），即$\begin{cases}x=1-\frac{\sqrt{2}}{2}t,\\ y=\frac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$（$t$ 为参数）. ……………………（4 分）

注：答案不唯一，其他合理答案例如$\begin{cases}x=-\frac{\sqrt{2}}{2}t,\\ y=1+\frac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$（$t$ 为参数）或$\begin{cases}x=1-t,\\ y=t\end{cases}$（$t$ 为参数）.

（Ⅱ）直线 $l$ 的参数方程为$\begin{cases}x=1+t\cos\alpha,\\ y=t\sin\alpha\end{cases}$（$t$ 为参数），

将其代入$\frac{x^2}{3}+y^2=1$ 中整理可得$(3-2\cos^2\alpha)t^2+2t\cos\alpha-2=0$， ………………………………（6 分）

设 $A,B$ 在 $l$ 上对应的参数分别为 $t_1,t_2$，则 $t_1+t_2=\frac{2\cos\alpha}{2\cos^2\alpha-3}$，且 $t_1,t_2$ 符号相反， ……………（7 分）

故$||MA|-|MB||=|t_1+t_2|=\left|\frac{2\cos\alpha}{2\cos^2\alpha-3}\right|=\frac{2}{5}$， ………………………………………………（8 分）

解得 $\cos\alpha=\pm\frac{1}{2}$. ………………………………………………………………………………（10 分）

23. **命题意图** 本题考查绝对值不等式的解法以及基本不等式.

**解析** （Ⅰ）由 $f(x)<x$ 得$|x-1|+|x-2|<x$，

即$\begin{cases}x<1,\\ 3-2x<x,\end{cases}$或$\begin{cases}1\leqslant x\leqslant 2,\\ 1<x,\end{cases}$或$\begin{cases}x>2,\\ 2x-3<x,\end{cases}$

分别解得 $x\in\varnothing$或 $1<x\leqslant 2$ 或 $2<x<3$， ………………………………………………（3 分）

综上可得不等式 $f(x)<x$ 的解集为$(1,3)$. ……………………………………………………（5 分）

（Ⅱ）由题意知 $f(x)=\begin{cases}3-2x,x<1,\\ 1,1\leqslant x\leqslant 2,\\ 2x-3,x>2,\end{cases}$ 所以 $f(x)$的值域为$[1,+\infty)$. ……………………………（6 分）

因为 $a,b$ 是正实数，所以 $a+1\geqslant 2\sqrt{a}$，$b+1\geqslant 2\sqrt{b}$，

所以 $a+b+2\geqslant 2\sqrt{a}+2\sqrt{b}$， ……………………………………………………………（8 分）

所以 $a+b\geqslant 2\sqrt{a}+2\sqrt{b}-2$，即$\frac{2\sqrt{a}+2\sqrt{b}-2}{a+b}\leqslant 1$， ………………………………………（9 分）

因此对任意 $x\in\mathbf{R}$，$f(x)\geqslant\frac{2\sqrt{a}+2\sqrt{b}-2}{a+b}$恒成立，即该不等式解集为 $\mathbf{R}$. ……………………（10 分）