

咸宁市 2022—2023 学年度下学期高中期末考试

高二数学试卷

本试卷共 8 页,时长 120 分钟,满分 150 分。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 复数 $z=2i+\frac{3}{\sqrt{2}+i}$, 则 z 的模为

- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2

2. 已知集合 $M=\{x|x^2-4x-5<0\}$, $N=\{x|\log_2 x<3\}$, $U=[-2,10]$, 则 $(-1,0]=$

- A. $M\cap(\complement_U N)$ B. $N\cap(\complement_U M)$
C. $M\cup(\complement_U N)$ D. $N\cup(\complement_U M)$

3. “ $b^2=ac$ ”是“ a, b, c 成等比数列”的

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

4. 随着疫情结束,自行车市场逐渐回暖,通过调查,收集了 5 家商家对某个品牌的自行车的售价 x (百元)和月销售量 y (百辆)之间的一组数据,如下表所示:

价格 x	9.6	9.9	10	10.2	10.3
销售 y	10.2	9.3	m	8.4	8.0

根据计算可得 y 与 x 的经验回归方程是: $\hat{y}=-3.1x+40$, 则 m 的值为

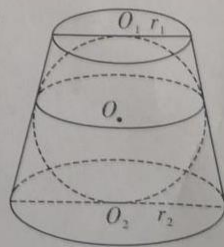
- A. 8.8 B. 8.9 C. 9 D. 9.1

5. 71^9-1 除以 8 的余数为

- A. 0 B. 2 C. 4 D. 6

6. 已知球 O 内切于圆台(即球与该圆台的上、下底面以及侧面均相切), 且圆台的上、下底面半径 $r_1:r_2=2:3$, 则圆台的体积与球的体积之比为

- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{19}{12}$
C. 2 D. $\frac{19}{6}$



7. 已知正实数 a, b, c 满足 $e^a \ln a = b \ln b = c^2 e^c = 1$, 则 a, b, c 的大小关系是
A. $c < b < a$ B. $a < b < c$ C. $b < a < c$ D. $c < a < b$

8. 已知 A, B, C 是抛物线 $y^2 = 12x$ 上三个动点, 且 $\triangle ABC$ 的重心为抛物线的焦点 F , 若 B, C 两点均在 x 轴上方, 则 BC 的斜率的最小值为

- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{19}{6}$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 已知 $e^{a-b} \geq 1$, 则下列不等式成立的有

- A. $\frac{1}{a} \leq \frac{1}{b}$ B. $ac^2 \geq bc^2$ C. $a^2 \geq b^2$ D. $a|a| \geq b|b|$

10. 已知 F_1, F_2 为椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的左、右焦点, M 为椭圆上的动点, 则下面四个结论正确的是

- A. 椭圆的离心率为 $\frac{1}{4}$
B. $|MF_1| \cdot |MF_2|$ 的最大值为 4
C. $\overrightarrow{MF_1} \cdot \overrightarrow{MF_2}$ 的最大值为 3
D. $\angle F_1MF_2$ 的最大值为 60°

11. 已知正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面边长为 4, $AA_1 = 3$, 点 E, F, G 分别为 AA_1, AB, CC_1 的中点, 点 H 为底面 $A_1B_1C_1D_1$ (包括边界) 上的动点, 则

- A. 存在 H 点, 使得 E, F, G, H 共面
B. 存在 H 点, 使得 $HG \perp$ 面 HEF
C. 若 $EG \perp FH$, 则 H 的轨迹长度为 $2\sqrt{2}$
D. 四面体 $EFGH$ 的体积为定值

12. 已知点 $A(x_1, y_1)$ 为 $f(x) = e^x$ 图象上一点, 点 $B(x_2, y_2)$ 为 $g(x) = \ln x$ 图象上一点, O 为坐标原点, 设 $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ 的夹角为 α , 则

- A. $|AB|$ 的最小值为 $\sqrt{2}$
B. $\cos \alpha$ 的最大值为 $\frac{2e}{1+e^2}$
C. 若 $\alpha = \frac{\pi}{2}$, 则 $x_2 > \frac{1}{2}$
D. 若 $\triangle OAB$ 为等边三角形, 则 $\triangle OAB$ 的面积 $S < \frac{\sqrt{3}}{2}$

高二数学试卷 第 2 页 (共 8 页)

三、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. 已知事件 A 发生的概率为 0.4, 事件 B 发生的概率为 0.5, 若在事件 B 发生的条件下, 事件 A 发生的概率为 0.6, 则在事件 A 发生的条件下, 事件 B 发生的概率为_____.

14. 已知 O 为坐标原点, 若直线 $l_1: x+my-2=0$ 和 $l_2: mx-y+2m=0$ 交于点 P , 则 $|OP|$ 的值为_____.

15. 已知 $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{4}\right)$ ($\omega > 0$), 若 $g(x) = f(x) + f'(x)$ 在 $x = x_0$ 处取到最大值为 $\sqrt{5}$, 则 $f(x_0) =$ _____.

16. 若对任意 $a > 1, b > 1$, 恒有 $\frac{\ln b}{e^a} < \left(\frac{b}{a}\right)^m$, 则正整数 m 的最大值为_____.

四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分,解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

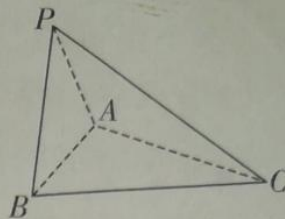
在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边为 a, b, c , 已知 $A = 2B$, 且 $b \neq c$.

(1) 若 $2a = 3b$, 求 $\sin A$;

(2) 证明: $\frac{a}{b} = \frac{b+c}{a}$

18. (本小题满分 12 分)

如图,在三棱锥 $P-ABC$ 中, $\triangle PAB$ 为等边三角形,
且 $PC \perp AB$.



(1) 求证: $CA=CB$;

(2) 若面 $PAB \perp$ 面 ABC , 且 $PC = \frac{3}{2}PA$, 求 PA 与面 PBC 的夹角的正弦值.

19. (本小题满分 12 分)

某中学举行春季研学活动, 为了增加趣味性, 在研学活动中设计了一个摸奖获赠书的游戏, 在一个不透明的盒子中有质地、大小相同的球 5 个, 其中红球 2 个, 黄球 2 个, 蓝色球 1 个, 每次不放回的随机从盒中取一个球, 当三种颜色的球都至少有一个被取出时, 停止取球, 游戏结束, 取球次数最少将获得奖励.

(1) 求盒子里恰好剩下一个红球的概率;

(2) 停止取球时, 记盒子中所剩球的个数为 X , 求 X 的分布列与数学期望.

20. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_1=1$, 且满足 $S_n=a_n+2a_{n-1} (n \geq 3)$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 证明: $\frac{1}{S_1} + \frac{1}{2S_2} + \frac{1}{3S_3} + \dots + \frac{1}{nS_n} < \frac{3}{2}$.

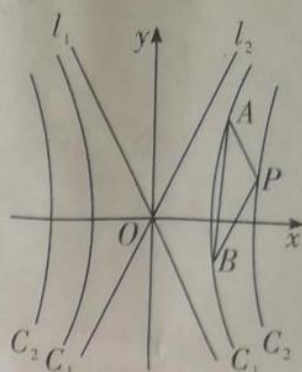
21. (本小题满分 12 分)

已知 l_1, l_2 既是双曲线 $C_1: x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$ 的两条渐近线, 也是双曲线 $C_2: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的渐近线, 且双曲线 C_2 的焦距是双曲线 C_1 的焦距的 $\sqrt{3}$ 倍.

(1) 任作一条平行于 l_1 的直线 l 依次与直线 l_2 以及

双曲线 C_1, C_2 交于点 L, M, N , 求 $\frac{MN}{NL}$ 的值.

(2) 如图, P 为双曲线 C_2 上任意一点, 过点 P 分别作 l_1, l_2 的平行线交 C_1 于 A, B 两点, 证明: $\triangle PAB$ 的面积为定值, 并求出该定值.



22. (本小题满分 12 分)

已知 $f(x) = |xe^x|$, 过点 $A(a, f(a)) (a < 0)$ 作 $f(x)$ 图象的切线 l .

(1) 求切线 l 的斜率的最大值.

(2) 证明: 切线 l 与 $f(x)$ 在第一象限仅有一个交点 $B(x_0, f(x_0))$, 且

$$3f(x_0) < 2e^{\frac{2}{3}}.$$

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线