



河北省高三年级 2 月联考 数 学

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容:高考全部内容。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $U = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$, $A = \{x | x^2 < 4, x \in U\}$, 则 $\complement_U A =$
A. $\{3\}$ B. $\{-2, 2\}$
C. $\{-2, 2, 3\}$ D. $\{1, 2, 3\}$
2. 函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2^x - 1, & x \geq 0, \\ \log_2 |x| + 1, & x < 0, \end{cases}$ 则 $f(f(1)) =$
A. -2 B. 2 C. 1 D. -1
3. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一条渐近线的斜率为 2, 焦距为 $2\sqrt{5}$, 则 $a =$
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
4. 设 $p: x^2 - x - 6 < 0$, $q: (x+2) \cdot |x-5| < 0$, 则 p 是 q 的
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
5. 已知定义在 $[-1, 3]$ 上的函数 $f(x)$ 满足对于任意的 $x_1, x_2 \in [-1, 3]$, 且 $x_1 \neq x_2$, 都有 $[f(x_1) - f(x_2)](x_1 - x_2) < 0$, 则不等式 $f(1-2x) \geq f(x+1)$ 的解集为
A. $(-\infty, 0]$ B. $[0, 1]$
C. $[-1, 0]$ D. $[0, +\infty)$
6. 某校举行校园歌手大赛, 5 名参赛选手的得分分别是 9, 8, 7, 9, 3, x, y . 已知这 5 名参赛选手的得分的平均数为 9, 方差为 0.1, 则 $|x-y| =$
A. 0.5 B. 0.6
C. 0.7 D. 0.8
7. 已知半径为 1 的球 O 的球面上有三点 A, B, C , 且 $AB = \sqrt{2}$, $\angle ACB = 60^\circ$, 则球面上的点到平面 ABC 的距离的最大值为
A. $\frac{3+\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{3-\sqrt{3}}{3}$
C. $\frac{6-\sqrt{30}}{6}$ D. $\frac{6+\sqrt{30}}{6}$



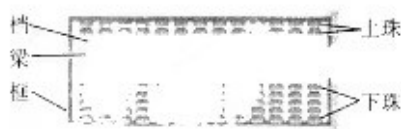
5. 算盘起源于中国,迄今已有 2600 多年的历史,是中国古代的一项伟大的发明.在阿拉伯数字出现前,算盘是世界广为使用的计算工具.下图展示的是一把算盘的初始状态,自右向左分别表示个位、十位、百位、千位、……,上面一粒珠子(简称上珠)代表 5,下面一粒珠子(简称下珠)代表 1,五粒下珠的大小等于同组一粒上珠的大小,例如,个位拨动一粒上珠,十位拨动一粒下珠至梁上,表示数字 15.现将算盘的个位、十位、百位、千位分别随机拨动一粒珠子至梁上,设事件 A 为“表示的四位数至多含 2 个数字 5”,则 $P(A) =$

A. $\frac{3}{8}$

B. $\frac{5}{8}$

C. $\frac{11}{16}$

D. $\frac{3}{4}$



- 二、选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分.

9. 已知复数 z 满足 $\frac{z}{1-i} = 3i$,且 $|z+a| = 5$,则实数 a 的值可以是
- A. -1 B. 1 C. -7 D. 7
10. 已知函数 $f(x) = 2\cos(2x - \frac{\pi}{3})$,将 $f(x)$ 图象上的所有点向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度,得到 $g(x)$ 的图象,则
- A. $g(x)$ 是偶函数
- B. $g(x)$ 的图象关于点 $(\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{12}, 0) (k \in \mathbb{Z})$ 对称
- C. $g(x)$ 在 $[-\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{6}]$ 上单调递增
- D. $g(x)$ 在 $[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{4}]$ 上的值域是 $[-\sqrt{3}, 1]$
11. 已知抛物线 $C: y^2 = -4x$ 的焦点为 F ,准线与 x 轴的交点为 D ,过点 D 且斜率为 k 的直线 l 与 C 相交于 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 两点,则
- A. $0 < k < 2$
- B. 直线 AF, BF 可能垂直
- C. $y_1 y_2 = 2x_1 x_2$
- D. 当 $k = \frac{2}{3}$ 时, $\triangle ABF$ 的面积为 $2\sqrt{5}$
12. 已知 $\frac{\ln x}{x} - 2^{y-1} < \frac{\ln(y-1)}{y-1} - 2^x (0 < x < e, 1 < y < e+1)$,下面结论正确的是

A. $e^{x-1} < 1$

B. $e^{x-1} > \frac{1}{2}$

C. $\ln|x-y| < 0$

D. $\ln|x-y| > 0$

- 三、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. 已知向量 $a = (t-8, t), b = (3, 1)$,且 $a \perp b$,则 $t =$ $\blacktriangle$.

14. 已知直线 $l: 2x - y - 2 = 0$ 被圆 $C: x^2 + y^2 - 2x + 4y + m = 0$ 截得的线段长为 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$,则 $m =$ $\blacktriangle$.

15. 已知 $a > -1, ab + b = 4$,则 $a - b$ 的最小值为 $\blacktriangle$.

16. 在棱长为 3 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 P 在平面 BC_1D 上运动, 则 $|A_1P| + |D_1P|$ 的最小值为_____.

四、解答题: 本题共 5 小题, 共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

已知正项数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 满足 $4S_n = a_n^2 + 2a_n$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n = \frac{1}{a_n(a_n+2)}$, 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 证明: $T_n < \frac{1}{4}$.

18. (12 分)

$\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $a \cos C + 2b \cos B + c \cos A = 0$.

(1) 求 B ;

(2) 若 $b=3$, D 是 AC 边上一点, 且 $BD=CD=1$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

19. (12 分)

小明是一名篮球运动爱好者, 为提高篮球水平, 决定在假期针对篮球运动的五个基本技术: 运球、传球、带球过人、对抗和投篮进行训练. 假设小明每天只训练一项, 为增加趣味性, 计划每天(从第二天起)都是从前一天未训练的四个项目中等可能地随机选一项训练.

(1) 求小明第一天训练未选择“带球过人”且第三天训练的是“带球过人”的概率;

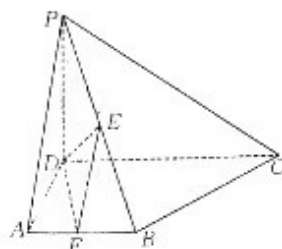
(2) 若小明仅进行了七天训练, 五个项目均有训练, 且第一天训练的是“投篮”, 第二天训练的是“运球”, 且后面还有训练“投篮”. 设变量 X 为七天训练中“投篮”项训练的天数减去“运球”项训练的天数, 求 X 的分布列及数学期望.

20. (12 分)

如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中,四边形 $ABCD$ 是直角梯形, $AD \perp AB$, $AB \parallel CD$, $PB=CD=2AB=2AD$, $PD=\sqrt{2}AB$, $PC \perp DE$, E 是棱 PB 的中点.

(1)证明: $PD \perp$ 平面 $ABCD$.

(2)若 $AF=\lambda AB$,求平面 DEF 与平面 PAD 夹角的余弦值的最大值.



1. (12 分)

已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , E 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 斜率为 k 的直线 l 过 E 的左焦点, 且直线 l 与椭圆 E 相交于 A, B 两点.

(1)若 $k=1$, $|AB|=\frac{8}{3}$, 求椭圆 E 的标准方程;

(2)若 $\frac{|AF_2|}{|AF_1|} = 5$, $\frac{|BF_2|}{|BF_1|} = \frac{1}{2}$, $k < 0$, 求 k 的值.

2. (12 分)

已知函数 $f(x) = e^x - ax + e^2 - 7$.

(1)当 $a=2$ 时, 求曲线 $y=f(x)$ 在 $x=2$ 处的切线方程;

(2)若对任意的 $x \geq 0$, $f(x) \geq \frac{7}{4}x^2$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

密
封
线
内
不
要
答
题

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线