

2023 年锦州市普通高中高三质量检测

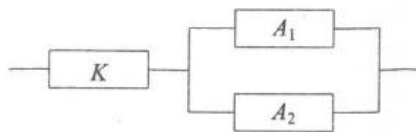
数学

注意事项:

1. 本试卷考试时间为 120 分钟, 满分 150 分。
2. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
3. 答选择题时, 选出每小题答案后, 用 2B 铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答题标号; 答非选择题时, 将答案写在答题卡上相应区域内, 超出答题区域或写在本试卷上无效。

一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 若集合 $M = \{x | 2x - x^2 > 0, x \in \mathbb{R}\}$, $N = \{y | y = 2x - x^2, x \in \mathbb{R}\}$, 则 $M \cap N = (\quad)$
 - A. $(-\infty, 0)$
 - B. $(0, 1]$
 - C. $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$
 - D. $(0, 2)$
2. 已知复数 z 满足 $\frac{z+1}{z-1} = i$, 则 $z = (\quad)$
 - A. $1+i$
 - B. $1-i$
 - C. i
 - D. $-i$
3. 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 AB 上且 CD 平分 $\angle ACB$. 若 $\overrightarrow{CB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CA} = \vec{b}$, $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$, 则 $\overrightarrow{CD} = (\quad)$
 - A. $\frac{4}{5}\vec{a} + \frac{3}{5}\vec{b}$
 - B. $\frac{3}{5}\vec{a} + \frac{4}{5}\vec{b}$
 - C. $\frac{4}{7}\vec{a} + \frac{3}{7}\vec{b}$
 - D. $\frac{3}{7}\vec{a} + \frac{4}{7}\vec{b}$
4. 如图, 用 K, A_1, A_2 三类不同的元件连接成一个系统, 当 K 正常工作且 A_1, A_2 至少有一个正常工作时, 系统正常工作, 已知 K, A_1, A_2 正常工作的概率依次是 $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3}$, 则在系统正常工作的前提下, 只有 K 和 A_1 正常工作的概率是 (\quad)
 - A. $\frac{4}{9}$
 - B. $\frac{3}{4}$
 - C. $\frac{1}{4}$
 - D. $\frac{1}{9}$

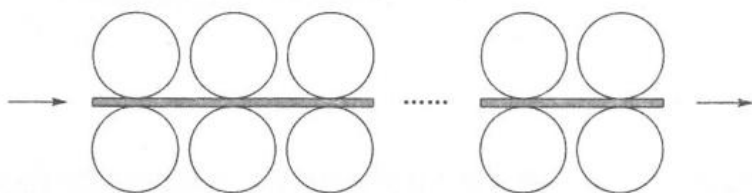


第 4 题图

5. 如图为一台冷轧机的示意图. 冷轧机由若干对轧辊组成, 厚度为 α (单位: mm) 的带钢从一端输入, 经过各对轧辊逐步减薄后输出, 厚度变为 β (单位: mm). 若 $\alpha=10$, $\beta=5$, 每对轧辊的减薄率 r 不超过 4%, 则冷轧机至少需要安装轧辊的对数为 ()

(一对轧辊减薄率 $r = \frac{\alpha - \beta}{\alpha} \times 100\%$, $\lg 2 = 0.3010$, $\lg 3 = 0.4771$)

- A. 14 B. 15 C. 16 D. 17



第 5 题图

6. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 4, P, Q 是棱 DD_1 的两个三等分点, 则四面体 $PQBC$ 的体积为 ()

- A. $\frac{8}{3}$ B. $\frac{32}{9}$ C. $\frac{16}{9}$ D. $\frac{16}{3}$

7. 已知函数 $f(x) = \sin \omega x + \cos \omega x (\omega > 0)$, 若 $\exists x_0 \in [-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}]$ 使得 $f(x)$ 的图像在点 $(x_0, f(x_0))$ 处的切线与 x 轴平行, 则 ω 的最小值是 ()

- A. $\frac{3}{4}$ B. 1 C. $\frac{3}{2}$ D. 2

8. 已知实数 x, y, z 满足 $e^y \ln x = ye^x$ 且 $e^z \ln \frac{1}{x} = ze^x$ (其中 e 是自然对数的底数), 若 $y > 1$, 则 ()

- A. $x > y > z$ B. $x > z > y$ C. $y > z > x$ D. $y > x > z$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 已知我市某次考试高三数学成绩 $X \sim N(80, 36)$, 从全市所有高三学生中随机抽取 6 名学生, 成绩不少于 80 分的人数为 Y , 则 ()

- A. $P(X \geq 80) = \frac{1}{2}$ B. $\frac{X-80}{36}$ 服从标准正态分布
C. $D(Y) = 3$ D. $P(Y > 3) = \frac{11}{32}$

10. 如果有限数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_i = a_{n-i+1} (i=1, 2, \dots, n)$, 则称其为“对称数列”, 设 $\{b_n\}$ 是项数为 $2k-1 (k \in \mathbb{N}^*)$ 的“对称数列”, 其中 $b_k, b_{k+1}, \dots, b_{2k-1}$ 是首项为 50, 公差为 -4 的等差数列, 则 ()
- A. 若 $k=10$, 则 $b_1=10$ B. 若 $k=10$, 则 $\{b_n\}$ 所有项的和为 590
- C. 当 $k=13$ 时, $\{b_n\}$ 所有项的和最大 D. $\{b_n\}$ 所有项的和可能为 0
11. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 \mathbb{R} 上的可导函数, 当 $x \geq 0$ 时, $f'(x) > f'(-x)$, 若 $g(x) = f(x) + f(-x)$ 且对任意 $x \in [\frac{1}{2}, 1]$, 不等式 $g(ax+1) \leq g(x-2)$ 成立, 则实数 a 的取值可以是 ()
- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2
12. 已知抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 准线为 l , 过点 F 且斜率大于 0 的直线交抛物线 C 于 A, B 两点 (其中 A 在 B 的上方), O 为坐标原点, 过线段 AB 的中点 M 且与 x 轴平行的直线依次交直线 OA, OB, l 于点 P, Q, N , 则 ()
- A. 若 $|AF| = 2|FB|$, 则直线 AB 的斜率为 $2\sqrt{2}$
- B. $|PM| = |NQ|$
- C. 若 P, Q 是线段 MN 的三等分点, 则直线 AB 的斜率为 $2\sqrt{2}$
- D. 若 P, Q 不是线段 MN 的三等分点, 则 $|PQ| > |OQ|$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 写出过点 $P(2, 4)$ 且与圆 $C: (x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$ 相切的一条直线的方程_____.
14. $(2+ax)^5 (a \neq 0)$ 的展开式中含 x 的项与含 x^2 的项系数相等, 则 $a=$ _____.
15. 椭圆 $C: \frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{2} = 1$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, F_1, F_2 分别为 C 的左、右焦点, 若 A, B 是 C 上 x 轴上方的两点且 $\angle BF_1A = \angle F_1AF_2 = 90^\circ$, 则 $\frac{|AF_2|}{|BF_1|} =$ _____.
16. 在 $\triangle OAB$ 中, $OA=AB=4, \angle OAB=120^\circ$, 若空间点 P 满足 $S_{\triangle PAB} = \frac{1}{2} S_{\triangle OAB}$, 则 OP 的最小值为_____; 直线 OP 与平面 OAB 所成角的正切的最大值是_____.
- (第一空 2 分, 第二空 3 分)

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本题满分 10 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 满足 $a_n + b_n = 2n - 1$, 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 的前 n 项和分别记作 A_n , B_n , 且 $A_n - B_n = n$.

(1) 求 A_n 和 B_n ;

(2) 设 $C_n = 2^{b_n} + \frac{1}{2A_n}$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

18. (本题满分 12 分)

今年以来, 人们的出行需求持续释放, 各种旅游项目态势火爆, 旅游预订人数也开始增多. 某调查组对 400 名不同年龄段的游客进行了问卷调查, 其中有 200 名游客进行了预订, 这 200 名游客中各年龄段所占百分比如图所示:



第 18 题图

年龄在 19—35 岁的人群称为青年人群, 已知在所有调查游客中随机抽取 1 人, 抽到不预订的青年游客概率为 $\frac{3}{16}$.

(1) 请将下列 2×2 列联表补充完整, 并判断能否在犯错误概率不超过 0.001 的前提下, 认为旅游预订与是否为青年有关;

	预定旅游	不预定旅游	合计
青年			
非青年			
合计			

(2) 按照分层抽样的方法, 从预订旅游客群中选取 5 人, 再从这 5 人中任意选取 3 人, 求 3 人中至少有 2 人是青年人的概率.

附: ① $K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n = a + b + c + d$.

②

$P(K^2 \geq k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

21. (本题满分 12 分)

已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的离心率为 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$, 左、右焦点分别为 F_1, F_2 ,

点 P 坐标为 $(3, 1)$, 且 $\overline{PF_1} \cdot \overline{PF_2} = 6$.

(1) 求双曲线 C 的方程;

(2) 过点 P 的动直线 l 与 C 的左、右两支分别交于两点 A, B , 若点 M 在线段 AB 上, 满

足 $\frac{|AP|}{|AM|} = \frac{|BP|}{|BM|}$, 证明: M 在定直线上.

22. (本题满分 12 分)

已知函数 $g(x) = x - \sin x, x \in [0, +\infty), h(x) = e^x - kx - 1, x \in \mathbb{R}, f(x) = e^{ax-1} \cdot \cos x,$

$x \in [0, \frac{\pi}{2}]$.

(1) 证明: $g(x) \geq 0$;

(2) 若 $h(x) \geq 0$ 恒成立, 求 k 的取值范围;

(3) 设 $a > 0$, 证明: 函数 $f(x)$ 存在唯一的极大值点 x_0 , 且 $f(x_0) > e^{-\frac{1}{a}}$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

